

На правах рукописи

Семакова Анна Анатольевна

**АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ
МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ
ПО НЕПОЛНЫМ ДАННЫМ
В МНОГОАГЕНТНЫХ СЦЕНАРИЯХ**

Специальность 01.01.09 —
«Дискретная математика и математическая кибернетика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2017

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Матвеев Алексей Серафимович

Официальные оппоненты: **Щербаков Павел Сергеевич**,
доктор физико-математических наук,
Институт проблем управления РАН,
главный научный сотрудник лаборатории адап-
тивных и робастных систем

Утина Наталья Валерьевна,
кандидат физико-математических наук,
Санкт-Петербургский государственный архитек-
турно-строительный университет,
доцент кафедры математики

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное обра-
зовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский национальный исследова-
тельский университет информационных техноло-
гий, механики и оптики»

Защита состоится 14 июня 2017 года в 17 часов на заседании диссертаци-
онного совета Д 212.232.29 на базе Санкт-Петербургского государственного
университета по адресу: 199178, Санкт-Петербург, 10 линия В.О., д. 33/35,
ауд. 74.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горь-
кого Санкт-Петербургского государственного университета по адре-
су: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9 и на сайте
<http://spbu.ru/science/disser/dissertatsii-dopushchennye-k-zashchite-i-svedeniya-o-zashchite>.

Автореферат разослан « ___ » _____ 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.29,
доктор физ.-мат. наук, профессор



В.М. Нежинский

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Растущий интерес к простым и универсальным робототехническим платформам с ограниченными (вычислительными, сенсорными, коммуникационными) ресурсами и одновременно — к работе в незнакомых средах, в том числе сложных и динамических, мотивирует привлекательность ресурсосберегающих и локальных методов планирования движения к «глобальной» цели. Однако следствием характерной для них сложности анализа итога применения является дефицит гарантий глобальной сходимости с возможностью отказа, а преодоление этой проблемы требует развития теоретических основ, а также методологии анализа и синтеза локальных алгоритмов. К перспективным направлениям компенсации ограниченных возможностей и компетенций отдельных роботов относится и их кооперация в рамках многоагентного ансамбля, что в свою очередь определяет потребность в специализированных алгоритмах управления для координации роботов ради решения общей задачи, часто — за счет единых для всех агентов алгоритмических рецептов.

С ситуацией такого рода связан ряд сценариев, где элементом сцены является неизвестное скалярное поле, доступны только точечные измерения его значений, и при этом требуется, чтобы роботы (или один робот) обнаружили изолинию с заданным значением поля, переместились к ней и затем двигались вдоль нее. Среди примеров подобных задач — обнаружение и мониторинг границы области критического загрязнения, геологические исследования, локализация и сопровождение точечной цели или протяженной области по измерениям только расстояния до нее. Теории синтеза и анализа управляющих систем, ориентированных на задачи такого типа, посвящены исследования N. Leonard, M. Krstic, M. Arcaç, B. Anderson, J. Baillieul, T. Sugie, A. Bertozzi, A. Nehorai, а также (в части алгоритмов координации многих агентов) А.М. Леонтовича, И.И. Пятецкого-Шапиро, П.С. Щербакова, A. Garulli и других известных ученых.

Практические проблемы измерения и оценивания градиента поля мотивировали развитие «неградиентных» подходов (градиент не измеряется и не оценивается). Прототипическим контекстом для них является ситуация либо единичного робота с единственным датчиком значения поля,

либо группы таких роботов в отсутствие коммуникации между ними. Ряд неградиентных алгоритмов практикует переключение между заданными направлениями движения в зависимости от интервала, в который попадает значение поля (A. Bertozzi, A. Joshi, T. Ashley, M. Rendas). Результатом является зигзагообразная траектория и возникающая вследствие взаимно аннулирующих боковых смещений проблема экономии ресурсов. Для таких подходов характерна опора на эвристику без гарантий достижения цели и завершеного обоснования закона управления. Имеющиеся математически обоснованные законы управления либо подразумевают неограниченное управление и подкреплены обоснованием только локальной устойчивости в радиальных гармонических полях (J. Baillieul et.al.), либо используют скользящие режимы (А.С. Матвеев, А.В. Савкин et.al.), применение которых эффективно, однако создает угрозы нежелательных эффектов: так называемого чаттеринга и избыточной активности в канале управления. Несмотря на то, что способы их устранения и подавления хорошо исследованы, значительный интерес представляет возможность решения задачи посредством непрерывных регуляторов.

При отслеживании изолинии группой роботов типична задача эффективного децентрализованного самораспределения группы вдоль изолинии. Известные алгоритмы и результаты, касающиеся подобного распределения, имеют дело либо с роботами, удерживаемыми на кривой внешними для алгоритма факторами, либо с кривой, определяемой параметрами роботов и алгоритма, либо с кривой специальной формы (окружностью). На этом фоне сочетание самораспределения и выведения на заданную изолинию произвольной формы выступает в качестве особой задачи, требующей разработки специализированных решений, например, механизма предотвращения кластеризации роботов за счет их бокового сближения при стремлении к общей кривой. Осложняющими факторами здесь являются дефицит данных о порождающем изолинию поле, неградиентная методика выведения на изолинию, отсутствие иерархии между роботами (например, лидер-ведомый) и коммуникации друг с другом.

Динамическое окружение группы целей мобильным роботом, т.е. его выведение в окрестность группы с последующим маневром вокруг нее, относится к числу активно развиваемых тем исследований. Большинство

работ по данной теме предполагает доступ робота к полным относительным координатам целей. Вместе с тем значительный интерес представляет динамическое окружение на основании измерения только расстояний до целей, когда задача допускает трактовку как отслеживание изолинии искусственного поля, сконструированного из этих расстояний. Однако ранее известные алгоритмы динамического окружения целей по неполным о них данным (M. Deghat, L. Xia, B. Anderson, Y. Hong) имели дело только со случаем угловых данных о целях, простейшей модели робота (интегратор первого порядка с неограниченным управлением) и статичных целей.

Целью диссертационной работы является разработка эффективных и математически строго обоснованных (включая условия нелокальной сходимости) локальных алгоритмов навигации и управления движением мобильных роботов в многоагентных сценариях в условиях ограниченных ресурсов и дефицита априорных знаний о среде функционирования и целевых объектах. Для достижения этой цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработаны и обоснованы локальные децентрализованные алгоритмы обнаружения и отслеживания группой неголономных и неспособных к коммуникации роботов изолинии неизвестного стационарного поля и эквидистанты неизвестной области.
2. Разработан и обоснован локальный алгоритм обнаружения и отслеживания единичным роботом изолинии неизвестного нестационарного поля, не опирающийся на оценивание производных поля и разрывные законы управления.
3. Разработаны и обоснованы локальные алгоритмы обнаружения, динамического окружения и сопровождения группы скоростных непредсказуемых целей единичным роботом по измерениям только расстояний до них с поддержанием заданного среднеквадратичного расстояния до целей либо расстояния до ближайшей цели.

Методология и методы исследования. Для решения указанных задач использовались классические методы теории устойчивости и метод скользящих режимов управления.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Децентрализованный алгоритм управления линейными скоростями неголономных роботов с целью их распределения вдоль изолинии

неизвестного скалярного стационарного поля в процессе обнаружения и отслеживания изолинии по измерениям каждым роботом значения поля в его текущей позиции; теоремы о некластеризации, нелокальной сходимости и (в случае, когда изолиния — окружность) равномерном распределении.

2. Децентрализованный алгоритм управления линейными скоростями неголономных и не способных к коммуникации роботов с целью их равномерного распределения по эквидистанте неизвестной области; теорема об условиях нелокальной сходимости алгоритма.
3. Метод децентрализованного устранения боковой и продольной кластеризации мобильных роботов.
4. Метод ω -предельных распределений асимптотического исследования внутригруппового поведения многоагентных систем.
5. Теоремы об условиях нелокальной сходимости предложенного в диссертации алгоритма управления угловой скоростью неголономного робота с целью обнаружения и сопровождения группы непредсказуемых скоростных мобильных целей на заданном среднеквадратичном расстоянии от них.
6. Метод обнаружения и отслеживания изолинии неизвестного скалярного нестационарного поля по измерениям значения поля в текущей точке без использования производных поля и разрывных регуляторов; теоремы об условиях нелокальной сходимости метода.
7. Метод управления мобильным роботом с целью обнаружения, динамического окружения и сопровождения группы непредсказуемых скоростных мобильных целей с поддержанием заданного расстояния до ближайшей цели на основании измерения только расстояний до целей; теоремы об условиях нелокальной сходимости метода.

Достоверность изложенных в диссертации теоретических результатов обеспечена их строгими математическими доказательствами и подтверждена результатами компьютерного моделирования¹.

Научная новизна. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и получены автором лично.

¹Наглядные результаты компьютерного моделирования в виде анимации, а также видеозаписи экспериментов с реальными роботами доступны по ссылке <http://goo.gl/kE0vzB>

Теоретическая и практическая значимость.

Результаты

диссертации преодолевают ряд существенных ограничений предшествующих теоретических исследований в затронутой области и могут использоваться при разработке практических робототехнических систем и комплексов.

Апробация работы. Основные положения работы докладывались на семинарах кафедры теоретической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета и на следующих международных конференциях: 6-ом международном конгрессе IEEE по ультрасовременным телекоммуникациям и системам управления (Санкт-Петербург, 2014); 10-ой Азиатской конференции по проблемам управления² (Малайзия, 2015); 1-ой конференции IFAC по проблемам моделирования, идентификации и управления нелинейными системами (Санкт-Петербург, 2015); 35-ой Китайской конференции по проблемам управления (Китай, 2016).

Часть результатов получена в ходе работ по грантам СПбГУ (проект № 6.38.230.2015), РФФ (проект № 14-29-00142) и Австралийского Совета по науке (the Australian Research Council, project № DP130103898).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в восьми работах [1–8]. Из них пять работ [1–5] опубликованы в научных периодических изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science, и три работы [6–8] — в сборниках трудов ежегодных международных конференций; эти три работы также проиндексированы системой Scopus.

В работах [1; 2; 4; 6] диссертанту принадлежат результаты и специальные методы, касающиеся управления линейной скоростью с целью эффективного распределения роботов вдоль целевой структуры, и реализация компьютерного моделирования; соавторам принадлежит разработка регулятора угловой скорости, обеспечивающего индивидуальное выведение каждого робота группы на целевую структуру, эксперименты с реальными роботами, выбор направления исследований, техническая постановка задач и рекомендации по выбору общих методов.

В работах [3; 5; 7; 8] диссертанту принадлежит разработка алгоритмов управления, доказательство ключевых результатов и компьютерное моделирование; соавторам принадлежит выбор направления исследований, техническая постановка задач и рекомендации по выбору общих методов.

²Доклад удостоен второго места в конкурсе на лучшую работу конференции.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения. Полный объем диссертации составляет 221 страницу, включая 56 рисунков и 6 таблиц. Список литературы содержит 168 наименований.

Содержание работы

Во **введении** дан обзор научной литературы по теме диссертации, сформулирована цель и поставлены задачи работы, обоснована актуальность и научная новизна полученных результатов.

Первая глава посвящена задаче локализации и отслеживания изолинии заданного на плоскости неизвестного скалярного поля $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^2 \mapsto D(\mathbf{r}) \in \mathbb{R}$ группой из N мобильных роботов. Каждый из них управляется линейной v_i и угловой u_i скоростью, а его движение описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i, & \dot{\theta}_i &= u_i(t) \in [-\bar{u}, \bar{u}], & v_i &= v_i(t) \in [\underline{v}, \bar{v}], \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i, & & & & \end{aligned} \quad (1)$$

где $\bar{v} > \underline{v} > 0$, $\bar{u} > 0$ заданы, а координаты x_i, y_i и θ_i определены на рис. 1 а). Требуется вывести роботов на изолинию гладкого поля $\{\mathbf{r} : D(\mathbf{r}) = d_0\}$ с заданным значением d_0 и обеспечить их последующее движение вдоль нее в общем направлении. Роботы не должны сбиваться в кластер, их равномерное самораспределение вдоль изолинии — идеальный итог. Робот измеряет текущее значение поля $d_i(t) := D[\mathbf{r}_i(t)]$, $\mathbf{r}_i := (x_i, y_i)$ и вычисляет скорость изменения \dot{d}_i этого измерения. Он также определяет относительные координаты и ориентацию компаньонов в пределах окружающего его диска D_{vz} радиусом $R_v^0 > 0$. Робот не различает компаньонов и не способен к коммуникации, что означает запрос децентрализованного управления.

Для индивидуального выведения робота на изолинию использован регулятор угловой скорости u_i , разработанный К.С. Овчинниковым в [2]:

$$u_i = \text{sgn} \left\{ \dot{d}_i + v_i \chi[d_i - d_0] \right\} \bar{u}, \quad \text{где } \chi(z) := \min\{\gamma |z|; \mu\} \cdot \text{sgn } z \quad (2)$$

— линейная функция с насыщением, а $\gamma > 0$ и $\mu > 0$ — ее параметры. Глава 1 посвящена разработке алгоритма управления линейной скоростью v_i и

«многоагентной» проблематике: отсутствию столкновений, предотвращению кластеризации, эффективному самораспределению роботов вдоль изолинии.

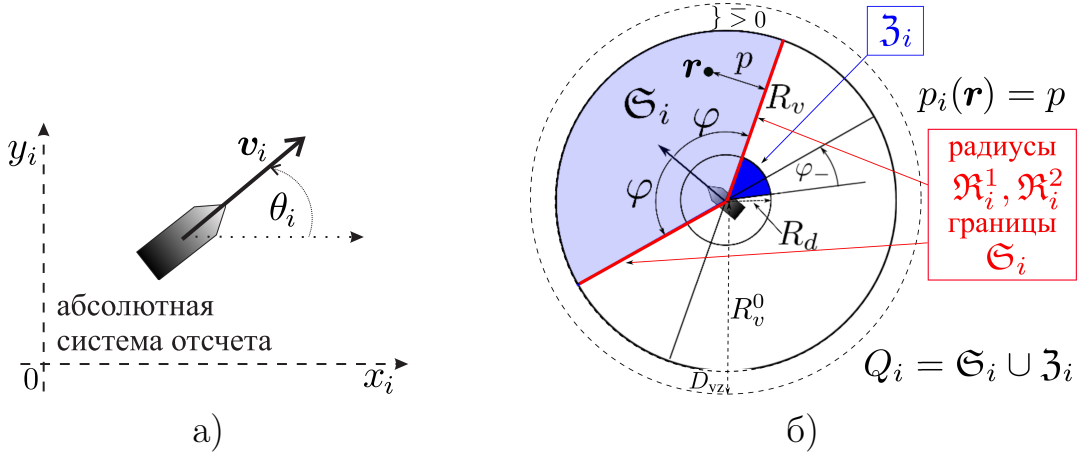


Рис. 1 — а) Мобильный робот i ; б) Разделение его зоны видимости D_{vz}

Управление линейной скоростью. Параметры алгоритма: радиусы $R_v \in (0, R_v^0)$, $R_d \in [0, \frac{R_v}{N})$, углы $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, $0 < \varphi_- < \frac{\varphi}{2N}$, возрастающая функция $V : [0, R_v] \rightarrow (\underline{v}, \bar{v}]$, непрерывные функции $\alpha, \beta : [-\pi, \pi] \rightarrow [0, \varepsilon_\varphi]$ и $q : [0, +\infty) \rightarrow [0, \varepsilon_q]$, которые тождественно равны нулю вне $[-\varphi_-, \varphi_-]$ и $[0, R_d]$ соответственно, а их максимальные значения $\varepsilon_\varphi = \alpha(0) = \beta(0) > 0$, $\varepsilon_q = q(0) > 0$ таковы, что $\varepsilon := \max\{\varepsilon_\varphi; \varepsilon_\varphi^2\} \varepsilon_q < N^{-1}[V(0) - \underline{v}]$.

Радиус диска видимости D_{vz} робота искусственно сокращается до R_v , и в диске выделяется *основная* \mathfrak{S}_i и *вспомогательная* \mathfrak{Z}_i зоны учета согласно рис. 1 б); роботы j из их объединения Q_i названы *соседями* робота i . Пусть $p_i(\mathbf{r}_j)$ — расстояние от локации \mathbf{r}_j соседа j до объединения зоны \mathfrak{Z}_i с радиусами $\mathfrak{R}_i^1, \mathfrak{R}_i^2$ с рис. 1 б), p_i^* — минимум этого расстояния по всем соседям (если их нет, $p_i^* := R_v$). Линейная скорость генерируется по формуле

$$v_i(t) = V[p_i^*(t)] - b_i(t). \quad (3)$$

Здесь *основную компоненту* $V[p_i^*(t)]$ управления корректирует *тормозящая компонента* $b_i(t)$, которая отлична от 0 при условии близости роботов. Ее определение использует полярный угол $\psi_{j|i}$ соседа j в относительной системе координат робота i и угол $\psi_{j|i}^e$ ориентации соседа j в той же системе. *Вес соседа j* (относительно i) — это величина $w_{j|i} := \alpha(\psi_{j|i}^e) \beta(\psi_{j|i}) q(\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|)$, если $\mathbf{r}_j \in \mathfrak{S}_i$, и $w_{j|i} := \alpha(\psi_{j|i}^e) q(\|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i\|)$, если $\mathbf{r}_j \in \mathfrak{Z}_i$. Сосед с $w_{j|i} > 0$ называется *ближайшим*, а последовательность, в которой за каждым роботом следует ближайший сосед — *цепочкой ближайших соседей* (ЦБС).

В главе 1 доказано, что в ЦБС нет циклов, робот является корневым элементом конечного числа ЦБС и может вычислить все такие ЦБС; их максимальная длина называется *рангом* робота. При продвижении по ЦБС ранг уменьшается, что позволяет определить b_i индукцией по рангу: $b_i := 0$ для роботов ранга 1; для роботов большего ранга $b_i := \max_j b_{i|j}$, где \max взят по всем ближайшим соседям робота i , $b_{i|j} := w_{j|i} [1 + \varepsilon_\varphi^{-1} \varepsilon_q^{-1} b_j]$, если $\mathbf{r}_j \in \mathfrak{Z}_i$, и $b_{i|j} := w_{j|i} [1 + \varepsilon_\varphi^{-2} \varepsilon_q^{-1} b_j]$, если $\mathbf{r}_j \in \mathfrak{S}_i$. Это определение (по индукции) корректно, так как ранги ближайших соседей меньше ранга робота i .

Анализ движения группы производится в покрывающей целевую изолинию *рабочей зоне* $\mathcal{M} = \{\mathbf{r} : d_- \leq D(\mathbf{r}) \leq d_+\}$, где $d_- \leq d_+$ заданы.

Предположение 1. *Существуют константы $b_\rho > 0$, $b_\tau > 0$, $b_n > 0$, $\Delta > 0$ такие, что $\rho = \|\nabla D\| \geq b_\rho^{-1}$, $|\varkappa| \bar{v} \leq \bar{u} - \Delta$, $|\tau_\rho| \leq b_\tau$, $|n_\rho| \leq b_n \forall \mathbf{r} \in \mathcal{M}$, где \varkappa — кривизна проходящей через \mathbf{r} изолинии, а τ_ρ, n_ρ — коэффициенты касательного и нормального (по отношению к изолинии) уплотнения ρ .*

Предположение 2. *Диск \mathcal{D} радиусом $R_{\mathcal{D}} := (\bar{v} + \underline{v}) \bar{u}^{-1} + 3(\bar{v} - \underline{v}) \bar{u}^{-1}$ с центром в начальном положении любого робота лежит в зоне \mathcal{M} . Угол поворота градиента поля при перемещении в пределах \mathcal{D} меньше π .*

Управление роботами осуществляется предложенным законом.

Теорема 1. *Пусть справедливо соотношение $\|\mathbf{r}_i(0) - \mathbf{r}_j(0)\| > 3\pi \bar{v} \bar{u}^{-1} + R_{\mathcal{D}} \forall i \neq j$ и параметры регулятора (2) удовлетворяют неравенствам:*

$$0 < \mu_* := b_\rho \mu < 1, \quad \bar{v} \left[\frac{\mu_*^2}{\sqrt{1 - \mu_*^2}} b_n + 2 \mu_* b_\tau + \gamma \frac{\mu_*}{\sqrt{1 - \mu_*^2}} \right] < \Delta. \quad (4)$$

Тогда роботы не сталкиваются друг с другом $\mathbf{r}_i(t) \neq \mathbf{r}_j(t) \forall i \neq j, t \geq 0$ и сходятся к целевой изолинии: $d_i(t) \rightarrow d_0$ при $t \rightarrow \infty$ для всех i .

Дальнейшее исследование главы 1 проведено в предположениях, гарантирующих, что компоненты связности $\gamma_1^0, \dots, \gamma_m^0$ целевой изолинии являются замкнутыми компактными кривыми. Тогда группа роботов распадается на такие подгруппы G_1, \dots, G_m , что роботы из G_ν сходятся к γ_ν^0 .

Предположение 3. *Если робот лежит на любой кривой γ_ν^0 и ориентирован по касательной к ней, его зона \mathfrak{Z}_i пересекает γ_ν^0 только в своей вершине, а радиусы $\mathfrak{R}_i^1, \mathfrak{R}_i^2$ с рис. 1 б) пересекают γ_ν^0 только в вершине сектора \mathfrak{S}_i .*

Следующая теорема указывает на отсутствие кластеризации.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 и предположение 3. Тогда существуют $\eta > 0$ и $T > 0$ такие, что для любой подгруппы роботов G_ν при $t \geq T$ для всех роботов $i \in G_\nu$ однозначно определена проекция $\mathbf{p}_\nu(i)$ на кривую γ_ν^0 (ближайшая к роботу точка кривой), причем проекции $\mathbf{p}_\nu(i)$, $i \in G_\nu$ попарно различны, их порядок с течением времени не меняется, а расстояние (вдоль кривой) между любыми двумя проекциями постоянно не меньше η .

Поскольку вычисление расстояния вдоль неизвестной изолинии — сложная задача, регулятор (3) использует расстояния ρ_{s-1} между роботами по прямой и не устанавливает обратной связи от расстояния ρ_{i-1} по изолинии. В результате характеристика итогового распределения роботов в терминах ρ_{i-1} зависит от взаимоотношений между ρ_{s-1} и ρ_{i-1} для точек изолинии. Если эта изолиния — окружность, то распределение оказывается равномерным.

Теорема 3. Пусть выполнены предположения теоремы 2, целевая изолиния γ^0 — окружность радиусом R^0 , $R_\nu < 2R^0 \sin \frac{\varphi}{2}$ и при равномерном распределении роботов по γ^0 зона \mathfrak{S}_i каждого робота не пуста, а первый предшественник не является ближайшим соседом: $R_\nu > 2R^0 \sin \frac{\pi}{N} > R_d$. Тогда роботы асимптотически приходят к равномерному распределению по γ^0 .

Вторая глава посвящена развитию исследований первой главы в случае, когда скалярное поле — это расстояние до неизвестной области \mathbf{D} на плоскости. Соответственно, в роли изолинии выступает эквидистанта $\mathcal{E}(d_0) := \{\mathbf{r} : \min_{\mathbf{r}^* \in \mathbf{D}} \|\mathbf{r} - \mathbf{r}^*\| = d_0\}$. Основное внимание уделено случаю, когда с одной стороны, благодаря измерению расстояния до области в пределах достаточно широкого углового диапазона робот способен вычислить кусок близкой к нему эквидистанты, а значит, и расстояние вдоль него, и с другой стороны, требуется добиться равномерного самораспределения роботов вдоль эквидистанты общей геометрии (не обязательно окружности), при котором расстояния между соседними роботами, измеренные вдоль эквидистанты, одинаковы.

Еще одной особенностью является исследование двух сценариев:

C.1) область \mathbf{D} прерывает видимость роботов-компаньонов;

С.2) область \mathbf{D} не влияет на видимость роботов-компаньонов из D_{vz} .

На вход регулятора (2) угловой скорости подается расстояние $d_i = \min_{\mathbf{r}^* \in \mathbf{D}} \|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}^*\|$ от робота i до области \mathbf{D} . Наряду с базовым законом управления линейной скоростью (3), рассматривается *модифицированный* закон, отличающийся только способом вычисления $p_i(\mathbf{r}_j)$:

1. через точку $\mathbf{r}_j \in Q_j$ проводится эквидистанта $\mathcal{E}\mathcal{C}$ и измеряется длина L ее дуги между \mathbf{r}_j и множеством $\mathfrak{Z}_i \cup \mathfrak{X}_i^1 \cup \mathfrak{X}_i^2$ (см. рис. 1 б));
2. $p_i(\mathbf{r}_j) := L$, если $L \leq R_v^-$, где $R_v^- < R_v$ — параметр регулятора;
3. если $L > R_v^-$, то робот i игнорирует компаньона j в вычислениях.

Для базового закона результаты аналогичны результатам главы 1. Если вдали от \mathbf{D} применяется базовый закон, а его модификация включается вблизи \mathbf{D} , результаты аналогичны случаю «чистого» модифицированного закона.

Рассматривается область \mathbf{D} с гладкой и компактной границей. Рабочая зона $\{\mathbf{r}_i : d_i \in [d_-, d_+]\}$, $[d_-, d_+] \ni d_0$ определена в терминах расстояния d_i до области \mathbf{D} . На \mathbf{D} наложены условия, при которых d_i (как функция точки) в этой зоне обладает свойствами, аналогичными предположениям 1 и 2; параметры регулятора (2) подчиняются требованиям, аналогичным по смыслу (4). Для базового и модифицированного законов управления и сценариев С.1), С.2) в случае связной эквидистанты $\mathcal{E}(d_0)$ установлены аналоги теорем 1 и 2, дополненные утверждением об отсутствии столкновений с \mathbf{D} . Основной результат главы 2 констатирует достижение равномерного распределения вдоль $\mathcal{E}(d_0)$ в случае модифицированного закона и опирается на следующее требование по настройке этого закона.

Предположение 4. Пусть роботы распределены вдоль $\mathcal{E}(d_0)$ так, что каждый из них ориентирован по касательной к $\mathcal{E}(d_0)$, область \mathbf{D} при этом находится слева от роботов, а расстояния между соседними роботами, вычисленные вдоль $\mathcal{E}(d_0)$, равны друг другу. Для любого такого распределения первый сосед спереди любого робота не закрыт от него областью \mathbf{D} в случае С.1), а если евклидово расстояние от робота i до точки $\mathbf{r} \in \mathcal{E}(d_0)$ из его основной зоны учета не превышает R_d , то расстояние от \mathbf{r}_i до \mathbf{r} вдоль $\mathcal{E}(d_0)$ не превышает $L_{per} N^{-1}$, где L_{per} — периметр кривой $\mathcal{E}(d_0)$. Кроме того, $R_v^- > L_{per} N^{-1}$.

Теорема 4. Пусть выполнены сделанные предположения, включая предположения 4 и 3, где $\gamma_v^0 \mapsto \mathcal{E}(d_0)$. При применении модифицированного

закон роботы стремятся к равномерному распределению вдоль целевой эквидистанты $\mathcal{E}(d_0)$. Этот вывод верен для обоих сценариев С.1) и С.2).

Здесь эпитет «равномерный» подразумевает равенство измеренных вдоль эквидистанты расстояний между соседними роботами. Оно достигается в процессе непрерывного перемещения роботов со скоростями не ниже $\underline{v} > 0$.

Доказательства теорем 2–4 используют метод ω -предельных точек³ для исследования траектории группы $\mathbf{R}(t) := [\mathbf{r}_1(t), \dots, \mathbf{r}_N(t)]$. Для традиционных примеров его применения не характерно «расчленение» состояния \mathbf{R} на части \mathbf{r}_i из общего пространства с фокусом последующего анализа на геометрических отношениях между этими частями «в ω -пределе». Однако именно такой метод разработан и применен в первых двух главах.

Третья глава посвящена многоагентному сценарию, в котором группа из n маневренных непредсказуемых целей \mathbf{r}_i перемещается по плоскости. Робот-преследователь \mathbf{r} движется с постоянной скоростью $v(t) \equiv v$ и подчиняется уравнениям (1); как следствие, радиус его поворота R ограничен снизу $R \geq v\bar{u}^{-1} > 0$. Робот измеряет только расстояния $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|$ до целей, неспособен их различать, ему неизвестна геометрическая организация группы и закономерности ее маневрирования. Требуется приблизиться к целям и далее сопровождать их на заданном среднеквадратичном расстоянии d_0 :

$$d(t) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_i(t)\|^2 \rightarrow d_0^2 \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Исследованы два закона управления, одинаковые с точностью до знака (который, как показано, отвечает за направление обхода группы):

$$u(t) = \pm \mathbf{sgn} \{ \dot{d}(t) + \chi[d(t) - d_0^2] \} \bar{u}, \quad (6)$$

где $\chi(\cdot)$ — линейная функция с насыщением, определенная в (2).

Термин «группа целей» опирается на следующее предположение.

Предположение 5. *Среднеквадратичный разброс целей остается ограниченным с течением времени:*

³Понтрягин Л.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1974. — 331 с.

$$\sigma := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c\|^2} \leq \bar{\sigma} < d_0 < +\infty \quad \forall t, \quad \mathbf{r}_c := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i.$$

В главе 3 найдены условия, необходимые, чтобы робот с ограниченной маневренностью был способен поддерживать требуемое среднеквадратичное расстояние до целей независимо от их положения. Показано, что эти условия касаются усредненных параметров движения целей, а именно:

- $\mathbf{v}_c := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{r}}_c$ – средней скорости группы, где $\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{r}}_i$;
- $\sigma_v := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_c\|^2}$ – среднего разброса скоростей;
- $\mathbf{a}_c := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i = \ddot{\mathbf{r}}_c$ – среднего ускорения группы, где $\mathbf{a}_i := \ddot{\mathbf{r}}_i$;
- $\sigma_a := \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_c\|^2}$ – среднего разброса ускорений;
- $\sigma_{av} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \langle \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_c; \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_c \rangle$ – «ковариации» между \mathbf{v}_i и \mathbf{a}_i .

Обсуждаемые условия также используют матрицу $\Phi := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ вращения на 90° и следующие функции:

$$\begin{aligned} g(\sigma, m, \mathbf{e}, d_*) &= g(\sigma, m, \mathbf{e}, d_* \mid \sigma_v, \sigma_a, \sigma_{av}, \mathbf{v}_c, \mathbf{a}_c) := \\ &:= v^2 + \|\mathbf{v}_c\|^2 - 2 \langle \mathbf{e}; \mathbf{v}_c \rangle \left[\frac{m}{\sqrt{d_*^2 - \sigma^2}} + \langle \mathbf{e}; \mathbf{v}_c \rangle \right] - \sqrt{d_*^2 - \sigma^2} \langle \mathbf{e}; \mathbf{a}_c \rangle + \sigma_v^2, \\ f(\sigma, m, m_*, \mathbf{e}, d_*) &= f(\sigma, m, m_*, \mathbf{e}, d_* \mid \sigma_v, \sigma_a, \sigma_{av}, \mathbf{v}_c, \mathbf{a}_c) := \\ &:= 2 \frac{|\langle \mathbf{e}; \Phi \mathbf{v}_c \rangle|}{\sqrt{d_*^2 - \sigma^2}} + \frac{\sqrt{\sigma^2 - \frac{m^2}{\sigma_v^2}} \sqrt{\sigma_a^2 - \frac{\sigma_{av}^2}{\sigma_v^2}} + \left| g(\sigma, m_*, \mathbf{e}, d_*) - \frac{\sigma_{av}}{\sigma_v^2} m \right|}{\sqrt{v^2 (d_*^2 - \sigma^2) - \left(m_* + \sqrt{d_*^2 - \sigma^2} \langle \mathbf{e}; \mathbf{v}_c \rangle \right)^2}}. \end{aligned}$$

Нелокальная сходимостъ замкнутой системы обоснована при следующем незначительном и до известной степени неизбежном усилении упомянутых необходимых условий, где нестрогие неравенства усилены до строгих с неисчезающим во времени «запасом», и условия распространены на всю рабочую зону $\{\mathbf{r} : d \in [d_-^2, d_+^2]\}$, где $[d_-, d_+] \ni d_0$, $d_- > \bar{\sigma}$.

Предположение 6. *Существуют константы $\Delta_v > 0$ и $\Delta_u > 0$ такие, что в любой момент времени для любых $\sigma \in [0, \bar{\sigma}]$, $|m| \leq \sigma \sigma_v$, $d_* \in [d_-, d_+]$, $m_* = m$ и единичного вектора $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^2$ выполнены следующие неравенства:*

$$\|\mathbf{v}_c\| + \sigma_v \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{d_*^2 - \bar{\sigma}^2}} \leq v - \Delta_v, \quad f(\sigma, m, m_*, \mathbf{e}, d_* \mid \sigma_v, \sigma_a, \sigma_{av}, \mathbf{v}_c, \mathbf{a}_c) \leq \bar{u} - \Delta_u.$$

При применении регулятора (6) робот, как правило, вначале движется с $u \equiv \pm \bar{u}$ по окружности C_{\pm}^{in} , определяемой его начальным состоянием.

Предположение 7. В течение первых $3\pi\bar{u}^{-1}$ единиц времени обе окружности C_{\pm}^{in} и центр группы \mathbf{r}_c разделены стационарной прямой, причем эти окружности остаются в рабочей зоне робота $d_-^2 \leq d \leq d_+^2$.

Теорема 5. Пусть выполнены предположения 5–7. Тогда параметры γ и μ закона управления (6) (с функцией $\chi(\cdot)$ из (2)) могут быть выбраны так, что цель управления (5) достигается, и робот не покидает рабочей зоны $d_-^2 \leq d \leq d_+^2$. При этом по истечении некоторого времени вектор от центра \mathbf{r}_c целевой группы к роботу \mathbf{r} постоянно вращается против/по часовой стрелке, если в (6) взят знак $+/-$.

Рекомендации по выбору γ и μ отталкиваются от наблюдения, что ввиду непрерывности f предположение 6 остается в силе (с $\Delta_u = \Delta_u(\mu_+)$) при замене $m_* = m$ на $|m_* - m| \leq \frac{\mu_+}{2}$ с достаточно малым $\mu_+ > 0$.

Теорема 6. Теорема 5 остается в силе, если выбор γ и μ конкретизировать следующим образом:

$$0 < \mu < \min \left\{ \mu_+; 2 \Delta_v \sqrt{d_-^2 - \bar{\sigma}^2} \right\}, \quad \gamma \frac{\mu}{2 \sqrt{d_-^2 - \bar{\sigma}^2} \Delta_v - \mu} < \Delta_u(\mu_+).$$

Также в главе 3 доказано, что если при усилении необходимых условий ограничиться их преобразованием из нестрогих неравенств в строгие, опустив распространение с заданного среднеквадратичного расстояния d_0 на все расстояния, наблюдаемые в рабочей зоне, предложенный регулятор обеспечивает устойчивость по Ляпунову и локальную асимптотическую устойчивость требуемого режима $\sqrt{d} \equiv d_0$ движения замкнутой системы при условии адекватной настройки регулятора. Даны конструктивные рекомендации по такой настройке.

Четвертая глава состоит из двух частей. В первой части разработан закон управления для отслеживания изолиний скалярных нестационарных полей, не использующий измерение или оценивание не только градиента поля, но и любых производных поля. Во второй части этот закон использован для решения задачи динамического окружения подвижной группы целей.

Мобильный робот на плоскости управляется вектором скорости \mathbf{v} :

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2, \quad \|\mathbf{v}\| \leq \bar{v}, \quad \text{где } \bar{v} > 0 \text{ задано.} \quad (7)$$

На плоскости определено неизвестное скалярное динамическое поле $D(t, \mathbf{r})$. Требуется вывести робота на d_0 -изолинию поля и обеспечить последующее движение робота вдоль нее. Робот измеряет только значение поля $d(t) := D[t, \mathbf{r}(t)]$, данные о градиенте поля и о производной $\dot{d}(t)$ недоступны.

Предложен следующий закон управления:

$$\mathbf{v}(t) = \bar{v} \mathbf{e} \left(k[d(t) - d_*(t)] \right), \quad \mathbf{e}(\theta) := (\cos \theta, \sin \theta)^\top, \quad \dot{d}_* = -\chi(d - d_0), \quad (8)$$

где линейная функция с насыщением $\chi(\cdot)$ определена в (2). Коэффициент усиления $k > 0$ обслуживает ключевую идею: двигаться с максимальной скоростью и разворачивать вектор скорости на угол, пропорциональный разности между эталонным d_* и фактическим d значением поля.

Рабочая зона робота определена как $Z_{\text{op}} = \{(t, \mathbf{r}) : d_- \leq D(t, \mathbf{r}) \leq d_+\}$, где $d_- < d_0 < d_+$.

Предположение 8. В рабочей зоне Z_{op} поле C^2 -гладкое, его первые и вторые производные ограничены, а пространственный градиент $\nabla D(t, \mathbf{r})$ не обращается в ноль, и более того, $\inf_{(t, \mathbf{r}) \in Z_{\text{op}}} \|\nabla D(t, \mathbf{r})\| > 0$.

Далее λ — фронтальная скорость пространственной изолинии (скорость в направлении, перпендикулярном ей самой), $\lambda = -D'_t \|\nabla D\|^{-1}$.

Теорема 7. Пусть выполнено предположение 8 и $d_- < D(0, \mathbf{r}_{\text{in}}) < d_+$, $|\lambda| \leq \bar{v} - \Delta_\lambda$ в Z_{op} , где \mathbf{r}_{in} — начальное положение робота, а $\Delta_\lambda > 0$ — некоторая (возможно, малая) константа. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существуют такие параметры регулятора (8), что под его действием робот достигает целевой изолинии и далее отслеживает ее с точностью ε : $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} |d(t) - d_0| \leq \varepsilon$.

Рекомендации по выбору параметров γ, μ, k используют следующие характеристики поля: α — фронтальное ускорение изолинии, ω — скорость ее вращения, $\rho = \|\nabla D\|$ — «плотность» изолиний, v_ρ — скорость изменения $\ln \rho$ с течением времени, τ_ρ и n_ρ — эта же величина

при инфинитеземальном тангенциальном и нормальном (относительно изолинии) смещении в заданный момент, ω_{∇} — скорость вращения градиента ∇D . Кроме того, использованы их оценки: $\rho \leq b_{\rho}$, $|\lambda| \leq b_{\lambda}$, $|\varkappa| \leq b_{\varkappa}$, $|\tau_{\rho}| \leq b_{\tau}$, $|\omega_{\nabla}| \leq b_{\omega}^{\nabla}$. Неравенство $A \otimes B$ между заданными на $Z_{\text{ор}}$ функциями A и B означает, что $\inf_{Z_{\text{ор}}}(B - A) > 0$.

Предварительно (за счет уменьшения ε) обеспечивается неравенство $\varepsilon < \min\{d_+ - d_0, d_0 - d_-\}$, выбирается $\iota \in (0, 1)$ и константа

$$0 < \Delta d \leq \min \left\{ D(0, \mathbf{r}_{\text{in}}) - d_-; d_+ - D(0, \mathbf{r}_{\text{in}}); \min \{d_0 - d_-; d_+ - d_0\} - \varepsilon \right\}.$$

Начальное значение $d_*(0)$ произвольно. Выбор μ, γ, k подчинен условиям

$$0 < \mu \otimes \rho \frac{\Delta \lambda}{1 + \iota}, \quad \gamma > \frac{\iota \mu}{\varepsilon}, \quad \frac{\gamma}{\rho \iota v_T} + \frac{g}{\iota \mu} \otimes k, \quad (9)$$

$$\text{где } g := \left| 2\omega + \varkappa v_T - 2\tau_{\rho} v_{\Delta} - 2v_{\rho} \frac{v_{\Delta}}{v_T} + \frac{a}{v_T} - n_{\rho} \frac{v_{\Delta}^2}{v_T} \right|,$$

$$v_{\Delta} := (\pm \iota \mu - \chi) \rho^{-1}, \quad v_T := \sqrt{\bar{v}^2 - [\lambda + v_{\Delta}]^2};$$

$$k > \frac{1}{\iota \mu} \min_{j=1,2,\dots} \max \left\{ 2b_{\rho} \frac{b_{\lambda} \pi + \bar{v}}{\Delta d} (j+1); \left[b_{\omega}^{\nabla} + 2 \frac{\bar{v}}{\pi} \sqrt{b_{\varkappa}^2 + b_{\tau}^2} \right] \left[\frac{1}{j} + 1 \right] \right\}. \quad (10)$$

Теорема 8. *Теорема 7 остается в силе, если выбор γ, μ, k конкретизировать согласно (9), (10).*

Во второй части главы 4 рассматривается следующая модификация задачи из главы 3: 1) требуется обеспечить динамическое окружение всех целей с поддержанием заданного значения ϱ_0 расстояния $\varrho := \min_i \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|$ до ближайшей цели (а не среднеквадратичного расстояния до всех целей), 2) робот описывается соотношениями (7). Идеальное решение выглядит как движение по границе $\partial \mathcal{D}_{\cup}^{\varrho_0}$ объединения $\mathcal{D}_{\cup}^{\varrho_0}$ ϱ_0 -дисков с центрами на целях. Это решение однако невозможно, если группа распадается на несколько удаленных подгрупп. Предполагается, что этот случай не имеет места.

Предположение 9. *В любой момент времени объединение дисков $\mathcal{D}_{\cup}^{\varrho_0}$ — односвязно, даже если уменьшить ϱ_0 до некоторого меньшего значения ϱ_- .*

Для устранения изломов граница $\partial \mathcal{D}_{\cup}^{\varrho_0}$ аппроксимируется кривой, описываемой следующим уравнением (с параметром $\alpha > 0$):

$$d := -\frac{1}{\alpha} \ln \left[\sum_{i=1}^n e^{-\alpha \|r_i - r\|} \right] = \varrho_0. \quad (11)$$

После этого применяется регулятор (8) с $d_0 := \varrho_0$, на вход которого подается сигнал d из (11). Установлена оценка $\varrho - \alpha^{-1} \ln N \leq d \leq \varrho$, согласно которой отслеживание с точностью ε значения ϱ_0 сигналом d влечет отслеживание изолинии $\varrho \equiv \varrho_0$ с точностью $\varepsilon_{\text{act}} := \varepsilon + \alpha^{-1} \ln N$.

Для формулировки условий сходимости замкнутой системы введена рабочая зона $\mathbb{Z}_{\text{op}} := \{(t, \mathbf{r}) : \varrho_- \leq \varrho \leq \varrho_+\}$, где $\varrho_+ > \varrho_0 > \varrho_-$. Для заданных $\Delta_\varrho \geq 0$ и $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ говорится, что точка \mathbf{r} удовлетворяет (Δ_ϱ, β) -условию, если цели можно так распределить на две подгруппы G_Δ и G_β , что все близкие цели находятся в G_β (т.е. $\|r_i - r\| \geq \varrho + \Delta_\varrho \forall i \in G_\Delta$) и при этом лежат в бесконечном секторе с углом раствора 2β и вершиной в точке \mathbf{r} .

Предположение 10. *Существуют такие $\Delta_\varrho > 0$ и $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, что для любого $(t, \mathbf{r}) \in \mathbb{Z}_{\text{op}}$ точка \mathbf{r} удовлетворяет (Δ_ϱ, β) -условию.*

Показано, что это предположение выполнено (при любом Δ_ϱ и $\beta = \beta(\Delta_\varrho)$), если среди дуг ϱ_- -окружностей, которые участвуют в формировании границы $\partial\mathcal{D}_\cup^{\varrho_-}$, нет касательных друг к другу дуг, а ломаная линия, последовательно соединяющая «периферийные» цели (чьи ϱ_- -окружности участвуют в формировании границы $\partial\mathcal{D}_\cup^{\varrho_-}$), ограничивает выпуклую область.

Предположение 11. *Существуют такие константы $v_G \geq 0$ и $a_G \geq 0$, что в любой момент времени $\|\dot{r}_i\| \leq v_G$ и $\|\ddot{r}_i\| \leq a_G$ для любой цели i .*

Теорема 9. *Пусть выполнены предположения 9–11 и $\varrho_- < \varrho(\mathbf{r}_{\text{in}}) < \varrho_+$, $\bar{v} > \frac{v_G}{\cos \beta}$. Для любого $\varepsilon > 0$ существуют значения параметров α, k, γ, μ регулятора, при которых робот приближается к целям и затем движется вокруг них так, что постоянно $|\varrho - \varrho_0| < \varepsilon$; все движение происходит в \mathbb{Z}_{op} .*

Приведены конструктивные рекомендации по выбору α, k, γ, μ . Они даны в терминах констант $\bar{v}, \varrho_-, \varrho_+, \Delta_\varrho, \beta, v_G, a_G$ из (7), предположений 9–11 и определения рабочей зоны, а также оценки $\bar{n} \geq n$ числа целей. В своей основной части рекомендации представляют собой конкретизацию соотношений (9), (10) в случае скалярного поля, определенного в (11).

В заклучении перечислены основные результаты диссертации и указаны некоторые направления дальнейшей разработки темы, которые в частности касаются исследования трехмерного случая рассмотренных задач.

В приложении приведены доказательства второстепенных результатов второй главы.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Semakova A.A., Ovchinnikov K.S., Matveev A.S.* Decentralized control for self-deploying robotic networks: sweep boundary coverage // *IFAC-PapersOnLine*. — 2015. — Vol. 48. — Pp. 628–633.
2. *Ovchinnikov K., Semakova A., Matveev A.* Cooperative surveillance of unknown environmental boundaries by multiple nonholonomic robots // *Robotics and Autonomous Systems*. — 2015. — October. — Vol. 72. — Pp. 164–180.
3. *Matveev A., Semakova A., Savkin A.* Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot // *Automatica*. — 2016. — March. — Vol. 65. — Pp. 76–89.
4. *Semakova A.A., Ovchinnikov K.S., Matveev A.S.* Self-deployment of mobile robotic networks: an algorithm for decentralized sweep boundary coverage // *Robotica*. — 2016. — August. — Pp. 1–29.
5. *Matveev A., Semakova A., Savkin A.* Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot // *Automatica*. — 2017. — DOI: 10.1016/j.automatica.2017.01.041.
6. *Ovchinnikov K., Semakova A., Matveev A.* Decentralized multi-agent tracking of unknown environmental level sets by a team of nonholonomic robot // 2014 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). — St. Petersburg: 2014. — Pp. 352–359.
7. *Matveev A., Semakova A., Savkin A.* Range-measurement-based localization and circumnavigation of multiple irregularly moving unknown targets // 2015 10th Asian Control Conference (ASCC). — Kota Kinabalu: 2015. — Pp. 1–6.

8. *Matveev A.S., Semakova A.A., Savkin A.V.* Environmental boundary tracking approach to close circumnavigation of a group of unknown moving targets using range measurements // 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). — Chengdu: 2016. — Pp. 5492–5497.