

На правах рукописи

Булат Павел Викторович

**СТАЦИОНАРНЫЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ РАЗРЫВЫ И УДАРНО-
ВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ**

Специальность: 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург - 2017

Работа выполнена в Университете ИТМО Министерства образования и науки Российской Федерации в Международном научном подразделении Лаборатория «Механики и энергетических систем».

Официальные
оппоненты

Пирогов Сергей Юрьевич,
Доктор технических наук, доцент, Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского» Министерства обороны Российской Федерации, старший преподаватель кафедры конструкции ракет-носителей и ракетных двигателей.

Исаев Сергей Александрович,
Доктор физико-математических наук, профессор, Санкт - Петербургский государственный университет гражданской авиации (СПбГУГА), Профессор кафедры "механики".

Раваев Александр Александрович,
Доктор физико-математических наук, заместитель директора научно-технического центра плазменных технологий Московского радиотехнического института Российской Академии Наук.

Ведущая организация Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им.Д.Ф.Устинова

Защита диссертации состоится “ ___ ” _____ 2017 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.30 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Научной библиотеке им.Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9 и на сайте <https://disser.spbu.ru/disser/soiskatelyu-uchjonoj-stepeni/dis-list/details/14/986.html>.

Автореферат разослан “ ___ ” _____ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,

доктор физ.-мат. наук, профессор:

Кустова Е.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Научная проблема, на решение которой направлена работа - создание научных и методологических основ применения оптимальных ударно-волновых структур в аэрокосмической технике, с учетом их перестроек, возможной неоднозначности решений и гистерезиса.

Полеты сверхзвуковых летательных аппаратов (ЛА) неразрывно связаны с образованием и трансформациями *ударно-волновых структур* (УВС). *Газодинамические разрывы* (ГДР), например, ударные волны, тангенциальные и контактные разрывы, образуются при сверхзвуковом обтекании внешней поверхности ЛА, сжатии воздуха в воздухозаборниках (ВЗ), истечении газа из сопел двигателей. Пересечение разрывов между собой и с преградами называется *интерференцией*. В результате интерференции разрывов образуются УВС, состоящие из ГДР и волн различного типа.

При плавном изменении множества параметров УВС трансформируются, изменяются углы наклона разрывов и их интенсивности. В процессе трансформации может произойти структурная перестройка УВС, сопровождающаяся сменой топологии, т.е. ветвлением разрывов, входящих в УВС, их возникновением или, наоборот, исчезновением. Такие множества параметров называются особыми или точками бифуркации. Изучению трансформаций и перестроек УВС при изменении множества параметров посвящена настоящая работа. Используется модель идеального газа, кроме тех случаев, когда несовершенство газа специально оговорено.

Теория интерференции ГДР активно развивается, начиная с 40-50-х годов XX века, что было связано с разработкой первых сверхзвуковых самолетов и ракет. Среди зарубежных научных школ сегодня выделяются школы Бена-Дора и Эльперина (G.Ben Dor, T.Elperin, Израиль), Такамы (K.Takayama, Япония) и Скейза (Beric W.Skews, ЮАР). В нашей стране большой вклад в развитие теории внесли научные школы Г.Г.Черного - А.Н.Крайко - В.А.Левина (ЦИАМ, Институт Механики МГУ), М.С.Иванова (Институт Теоретической и

Прикладной Механики Сибирского Отделения Академии наук - ИТПМ) и В.Н.Ускова (Ленинградский Механический институт, ныне - Балтийский Государственный Технический Университет "ВОЕНМЕХ").

Основные разделы теории в современном виде сформулированы В.Н. Усковым в начале 80-х годов XX века. Известно, что интерференция ГДР может быть регулярной и маховской. В последнем случае образуются тройные конфигурации ударных волн (ТК). Для маховской интерференции полная теория отсутствует, но В.Н. Усковым была разработана методика расчета параметров разрывов в отдельных ТК.

В ряде случаев законы сохранения допускают существование и регулярной, и маховской интерференции. Тогда говорят о *неоднозначности решения*. Эксперименты показывают, что реализация того или иного решения зависит от направления изменения параметров УВС и предыстории течения, т.е. возможен *гистерезис*. Надежные критерии отбора решений отсутствуют и законы сохранения на разрывах в принципе не позволяют их разработать.

Таким образом, существующая теория является неполной и "статической", т.е. непригодной для изучения переходных ударно-волновых процессов. В 60-е и 70-е годы XX века такое положение дел не было серьезным препятствием для разработки сверхзвуковых ЛА, которые рассчитывались тогда на узкий диапазон скоростей и без учета возможных перестроек УВС.

В 90-е годы начались масштабные исследования гиперзвуковых ЛА, детонационных двигателей и волнолетов, проектировать которые без учета трансформаций, перестроек УВС в условиях гистерезиса и неоднозначности уже невозможно, и проблема изучения этих явлений стала весьма актуальной.

Работа выполнялась в рамках Прикладных Научных Исследований «Разработка технологии непрерывно-детонационного гиперзвукового воздушно-реактивного двигателя воздушно-космической транспортной системы с управляемым сжиганием топлива в оптимальных структурно-устойчивых тройных конфигурациях ударных волн с долей детонационного горения не

менее 85% объема камеры сгорания» (Соглашение № 14.575.21.0057, RFMEFI57514X0057, 2014-2016 г.), связана с приоритетными направлениями развития науки, технологий и техники РФ (п.п.7. Транспортные, авиационные и космические системы; 8. Энергетика и энергосбережение), основными направлениями технологической модернизации экономики России (п.п.1. Энергоэффективность и энергосбережение, 3. Космические технологии), с разработкой критических технологий (П.24.Технологии создания ракетно-космической и транспортной техники нового поколения).

Цель работы - развитие теории интерференции стационарных газодинамических разрывов в части разделов, связанных с нерегулярной интерференцией ударных волн, определением условий отбора решений в областях многозначности, условий перестройки УВС, теоретическое обоснование критериев перехода между регулярной и маховской интерференцией, выявление областей существования структур различных типов, исследование экстремальных свойств разрывов и УВС, а также оптимальных по заданному критерию УВС.

Научная новизна работы:

1. В общем виде введены законы сохранения на разрыве, непосредственно следующие из геометрической теории ударных волн, каустик и волновых фронтов. Показано, что эти законы для ГДР в идеальном газе и для разрыва в уравнении Бюргерса с исчезающей вязкостью одни и те же, т.е. теорией, развитой для идеального газа, можно пользоваться и для анализа ГДР в реальном газе, при условии, что вязкость мала.

2. Дан исчерпывающий список допустимых типов УВС, их трансформаций и перестроек. Результаты выведены непосредственно из основ симплектической геометрии - базиса классической механики, и являются весьма общими, характерными не только для теории ударных волн, но и для волновой оптики, теории оптимального управления и т.п. Теоретически обоснованы критерии перехода к маховской и регулярной интерференции в условиях неоднозначности и гистерезиса.

3. Разработан метод расчета УВС в калорически несовершенном газе и дан анализ влияния калорического несовершенства газа на перестройки УВС при отражении ударной волны от твердой стенки.

4. Вплоть до числа Маха $M=7$ исследована регулярная и маховская интерференция встречных (ВСУ) и догоняющих скачков (ДСУ), центрированная волна сжатия (ЦВС), неоднозначность, влияние вязкости и калорического несовершенства газа на ширину области неоднозначности.

5. Экспериментально исследована стабилизация фронта горения в сверхзвуковом потоке (слабой детонации) при помощи СВЧ разряда.

6. Протестированы численные методы, основанные на приближенном и точном решении задачи Римана о распаде произвольного разрыва. Показано, что для исключения потери части решения при числах Маха, близких к единице, необходимо решать задачу Римана в точной постановке.

Практическая ценность работы состоит в том, что полученные результаты можно непосредственно использовать для проектирования сверхзвуковых ЛА, ВЗ, силовых установок и сопел при скоростях полета до $M=7$. Построены карты областей существования УВС всех типов вплоть до $M=7$. На картах отмечены границы, на которых происходят перестройки УВС, а также УВС с оптимальными и экстремальными свойствами.

На защиту выносятся:

1. Развитие теории интерференции стационарных ГДР в части отсутствующих в ней разделов, таких как: обоснование критериев перехода к регулярной и маховской интерференции, анализ центрированной волны сжатия, маховской интерференции догоняющих скачков. Теория перестроек УВС, определение множества допустимых перестроек ГДР и УВС.

2. Результаты исследования закономерностей поведения одиночных разрывов в окрестности кромки сопла, отражения скачков от оси симметрии и стенки, дифференциальных свойств скачков в сверхзвуковых струях.

3. Результаты изучения влияния вязкости и калорического несовершенства газа на свойства одиночного скачка уплотнения, на параметры отражения скачка

от стенки, обоснование применимости условий динамической совместности, разработанных для идеального газа, к скачкам в газе с малой вязкостью и в калорически несовершенном газе.

4. Способ инициирования СВЧ разрядом горения в сверхзвуковом потоке.

5. Результаты изучения регулярной и маховской интерференции ВСУ, отражения косого скачка от стенки и от оси симметрии, разрывов одного направления (ДСУ и ЦВС), обоснование критериев перехода от регулярного типа интерференции к маховской и наоборот.

6. Результаты исследования экстремальных и оптимальных свойств ГДР, УВС и ТК ударных волн. Методики проектирования УВС с оптимальными свойствами в соответствии с заданными критериями.

7. Результаты исследования областей существования различных УВС, возникающих при произвольном взаимодействии двух скачков уплотнения, условий объединения одиночных разрывов, тройных точек в сложные многоскачковые УВС.

8. Результаты тестирования численных методов повышенного класса точности, основанных на точном и приближенном решении задачи Римана.

Апробация работы. Основные результаты исследований, изложенные в диссертации, были представлены в 2014-2016 гг. на девяти ведущих международных семинарах, научных конференциях и конгрессах, в том числе:

1. 7th International Symposium on Non-equilibrium Processes, Plasma, Combustion and Atmospheric Phenomena (NEPCAP 2016) October 2-7, 2016; Sochi, Russia. (доклад делал сотрудник лаборатории В.В.Упырев).

2. Пятый научный семинар по горению и взрыву, посвященный памяти профессора Б.Е. Гельфанда, Санкт-Петербург, 4-5 октября 2016.

3. 22-nd International Shock Interaction Symposium, 4-8 July 2016, Glasgow.

4. 3rd IAA Symposium «Space Flight Safety», 4-8 July, 2016, St Petersburg.

5. 10th International Colloquium on Pulsed and Continuous Detonations. 4-8 July, 2016, St Petersburg, Russia. (доклад делал сотрудник лаборатории В.В.Упырев).

6. IV Минский международный коллоквиум по физике ударных волн, горения и детонации в Институте тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова АН Беларуси, 9 - 12 ноября 2015 г.

7. 7th European Combustion Meeting. Budapest, Hungary, 30.03 - 02.04, 2015.

8. 30th International Symposium on Shock Waves (ISSW30). July 19-24, 2015 in Tel-Aviv, Israel.

9. 12th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics (HEFAT2016), 11-13 July 2016, Malaga, Costa Del Sol, Spain.

Публикации. Результаты работы нашли отражение в 8 патентах на генераторы ударных волн, акустические излучатели, станцию зарядки электромобилей и газотурбинную установку с волновым накопителем энергии и др. Результаты работы опубликованы в 65 статьях, из которых 9 - в российских журналах, входящих в список рекомендованных ВАК по "механике" и "вычислительным методам", а также индексируемых Scopus и Web-of-Science, 33 - в международных журналах, индексируемых Scopus и Web-of-Science, 24 - в прочих журналах из списка ВАК по смежным специальностям.

Личный вклад автора. Во всех частях исследования личным вкладом автора является постановка задачи, обработка и интерпретация результатов, разработка теории перестройки УВС, теоретическое обоснование критериев перехода от одной структуры к другой в условиях гистерезиса. Вычислительные и физические эксперименты выполнялись группой сотрудников лаборатории "Механики и энергетических систем" университета ИТМО под руководством автора. Исследование численных методов повышенного порядка точности, основанных на решении задачи о распаде произвольного разрыва, выполнено совместно с д.т.н. К.Н.Волковым (Kingston University, London). Результаты нашли отражение в совместных научных статьях. Личным вкладом автора является разработка эталонного метода решения задачи Римана.

Структура и объем работы. В диссертации - 361 стр., 256 иллюстраций, 358 источников. Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения.

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность своему учителю В.Н. Ускову за обсуждение структуры работы и плана исследований. В.Н.Усков являлся научным консультантом настоящей работы вплоть до его трагической гибели, им сформулирован перечень задач, которые необходимо решить в первую очередь. Автор также выражает благодарность К.Н.Волкову за совместное выполнение численных исследований; М.В.Чернышову за любезно предоставленные им материалы по тройным конфигурациям ударных волн, которые были использованы в исследованиях; сотрудникам лаборатории "Механики и энергетических систем" Университета ИТМО Н.В.Продану и В.В.Упыреву за выполненные ими под руководством автора расчетные исследования; О.С.Смирновой за помощь в редактировании работы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение посвящено обоснованию актуальности и практической значимости, целям и задачам исследования, описанию структуры диссертации. Приведены сведения о внедрении полученных результатов.

Первая глава. Приведены основные положения теории интерференции стационарных ГДР в том виде, как она сложилась к настоящему времени и была сформулирована В.Н.Усковым. На примере этапных работ показано, как развивалась теория и получались экспериментальные результаты, её подтверждающие. Введена классификация волн, разрывов и УВС. Рассмотрены метод ударных поляр, маховская интерференция, условия динамической совместности и дифференциальные условия динамической совместности на ГДР. Развита численный метод слабых разрывов (метод характеристик второго порядка). Решена задача об отражении слабого разрыва от оси. Показано, что известный парадокс радиальной фокусировки возмущений (обращение в бесконечность интенсивности слабого разрыва на оси симметрии), имеющий место при численных расчетах в окрестности оси симметрии, является чисто вычислительным эффектом. Сформулированы разделы теории, развитие которых необходимо для успешного проектирования аэрокосмической техники

нового поколения: теория УВС в детонационных двигателях, оптимизация УВС в трехмерных неуправляемых ВЗ на скоростях полета $M=1.4-1.8$; оптимизация УВС в традиционном для современных сверхзвуковых ЛА диапазоне $M=1.8-2.2$; оптимизация УВС в ВЗ комбинированного сжатия для $M=3.5-5$; оптимизация интегрированной аэродинамики гиперзвукового ЛА, рассчитанного на скорость полета $M=6-10$.

Вторая глава. Приведена геометрическая теория одиночного ГДР, показана её связь с теорией волн, оптических каустик и волновых фронтов, математической теорией особенностей гладких отображений. Показано, что разрыв решения в уравнении Бюргера соответствует известному в теории особенностей гладких отображений множеству Максвелла ударной волны и проходит ровно посередине её протяженности (рис.1).

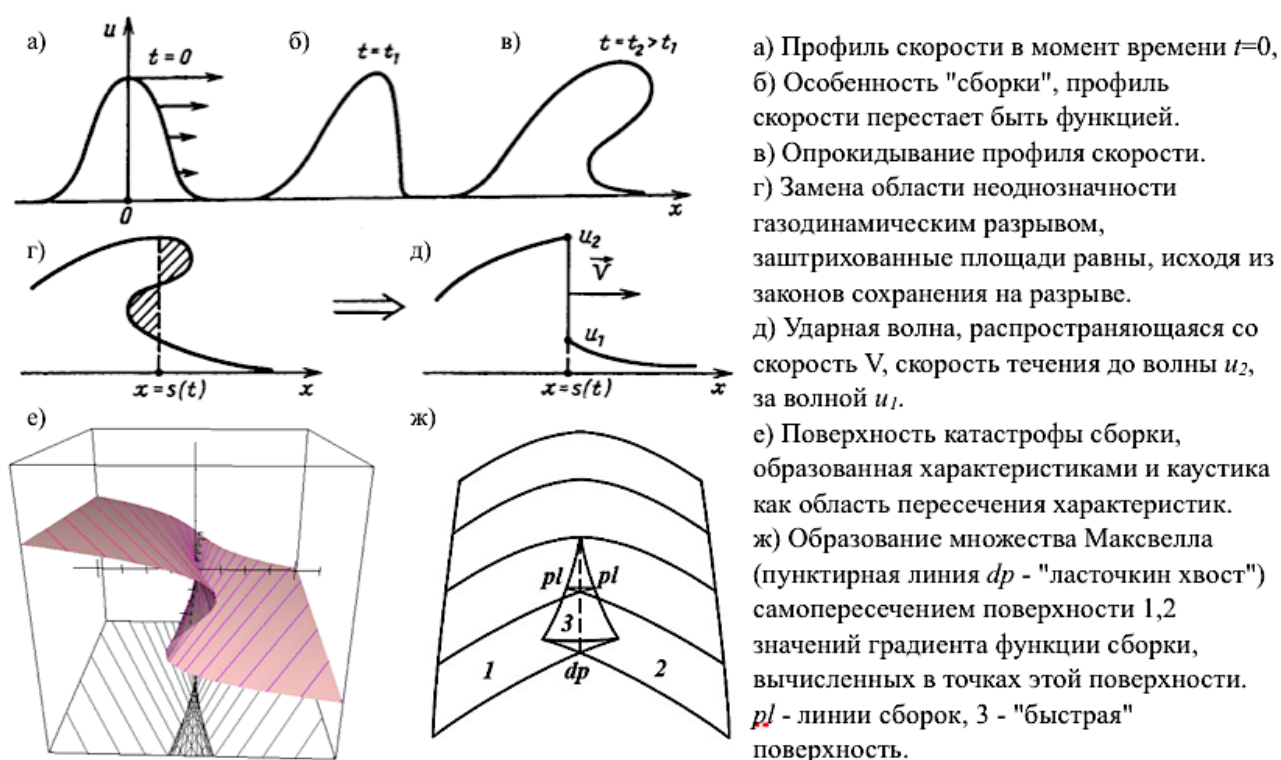


Рис.1 - Газодинамический разрыв как множество Максвелла.

Законы сохранения на разрыве выведены непосредственно из представлений о его волновой структуре, показано, что эти законы одинаковые для уравнений Эйлера идеального газа и уравнения Бюргера с исчезающей вязкостью. Таким образом, теорией, развитой для идеального газа, можно

пользоваться и для анализа ГДР в реальном газе при условии, что вязкость мала. Но (при $M > 3$) учитывать калорическое несовершенство газа. Показано, что условия динамической совместности на скачках в калорически несовершенном газе могут быть записаны в такой же форме, как и для идеального газа, если ввести некоторый "эффективный" показатель адиабаты, разработана методика его расчета. Выполнены расчеты отражения скачка от стенки. Показано, что калорическое несовершенство газа в большей степени влияет на угол разворота потока на скачке, нежели на изменение максимальной интенсивности скачка.

Рассмотрены проблемы, связанные с кривизной разрыва. Если имеется возможность задать одну неравномерность течения за скачком уплотнения, то, при известном поле течения до скачка, можно вычислить кривизну скачка в любой его точке, что эквивалентно описанию его геометрии при помощи обыкновенного дифференциального уравнения. Обоснованным является предположение, что в затопленной сверхзвуковой струе в сжатом слое между скачком и границей струи давление остается постоянным вдоль линий тока. Это позволяет построить скачок, например, в перерасширенной струе, истекающей из профилированного и конического сопла (рис.2).

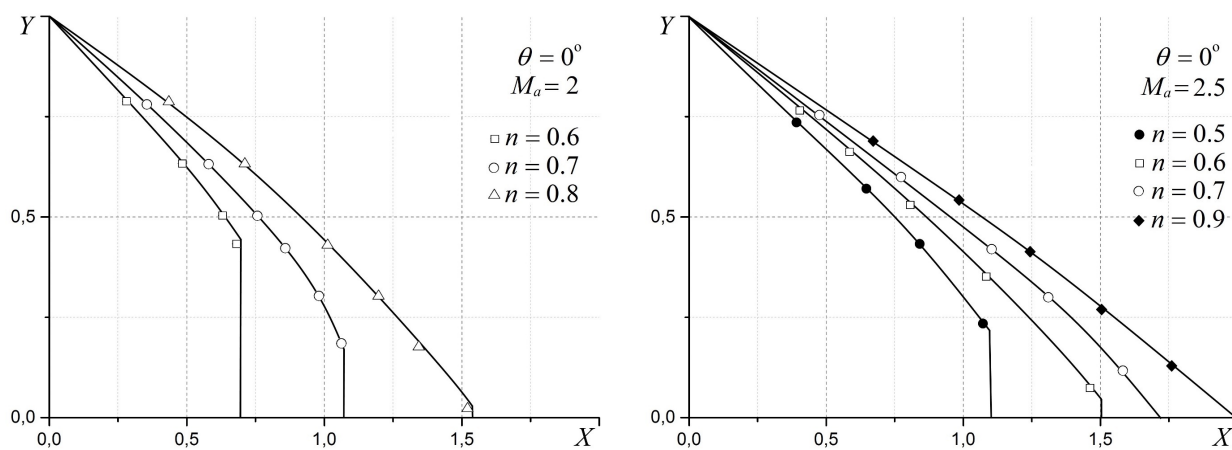


Рис. 2 - Скачок в перерасширенной струе, истекающей из профилированного сопла. Линии - теория, символы - результаты численных расчетов (WENO-метод 4 порядка).

Показано, что кривизна линий тока и характеристик могут стать причиной зарождения внутри гладкого течения висячих скачков уплотнения. У кромки сопла при нерасчетностях струи, близких к единице, зависимость кривизны границы и координат точки зарождения висячего скачка от давления в

окружающей среде носит существенно немонотонный характер (рис.3). В результате этого образуется петля акустической обратной связи, вызывающая самоподдерживающиеся колебания, что подтверждается экспериментами.

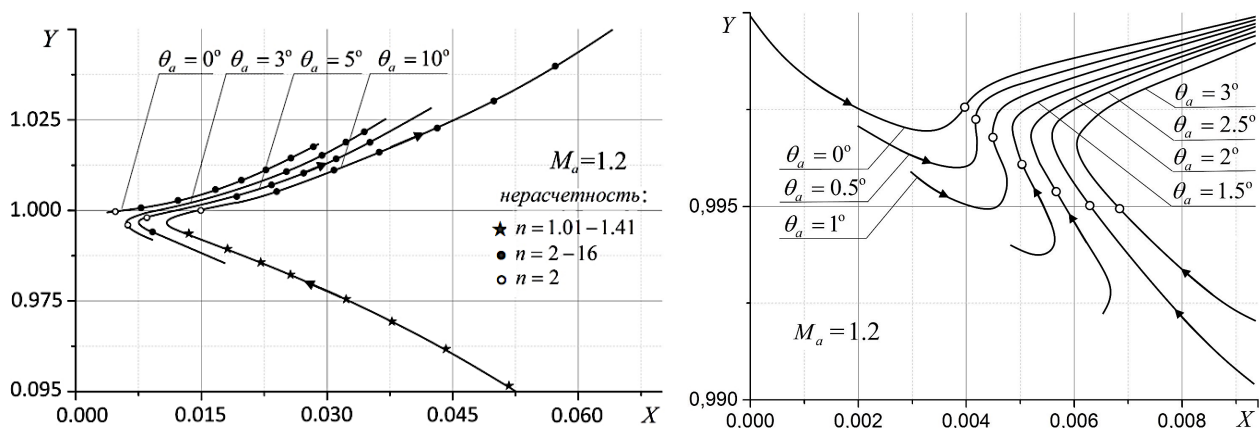
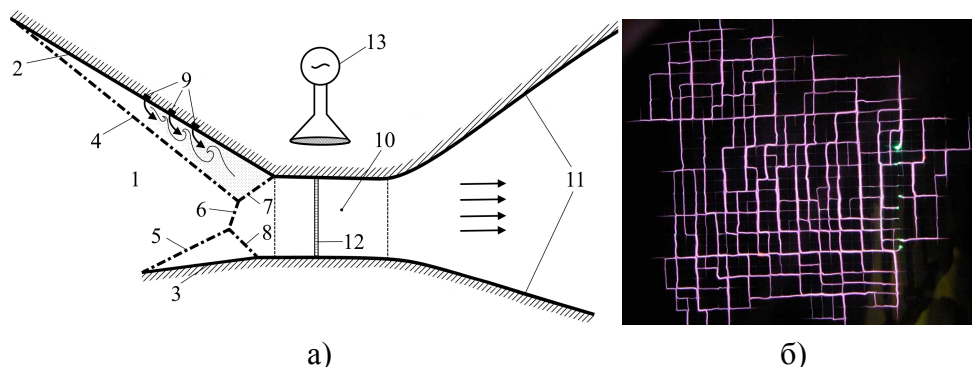


Рис.3 - Положение точки зарождения висячего скачка уплотнения в струе, истекающей из сопла с небольшим числом Маха.

При гиперзвуковых скоростях торможение потока в воздухозаборнике до дозвуковых скоростей приводит к слишком большим потерям полного давления, поэтому, начиная со скоростей полета $M=6$, необходимо использовать камеру сгорания со сверхзвуковым горением. Фронт горения в сверхзвуковом потоке является ГДР. Во второй главе рассмотрен способ стабилизации горения в сверхзвуковом потоке квазиоптическим СВЧ пучком. Предложены две схемы прямооточного воздушно-реактивного двигателя со сверхзвуковым горением (СПВРД) в плоской (рис.4) и в трехмерной камере сгорания (рис.5-а). Для инициирования горения используется установленная поперек потока сетка (рис. 5-б), на которой зажжен СВЧ разряд. В экспериментах получено устойчивое горение в потоке до $M=2$, что соответствует скорости полета $M \approx 6.3$.



Рис.4 - Устойчивое горение пропана в плоском сверхзвуковом потоке (а). Фронт горения (б) совпадает с линиями распространения возмущений в сверхзвуковом потоке с $M=2$.



а)

б)

1 - воздухозаборник; 2,3 - клинья воздухозаборника; 4,5 - косые скачки уплотнения; 6 - ножка Маха; 7,8 - отраженные косые скачки уплотнения; 9 - топливные форсунки; 10 - камера сгорания; 11 - сопло; 12 - воспламенитель; 13 - источник СВЧ излучения.

Рис. 5 - СПВРД (а), в котором фронт горения инициируется СВЧ разрядом (б) на диэлектрической сетке - воспламенителе (12) , установленной поперек потока.

Третья глава посвящена изучению отражения скачков уплотнения от стенки и от оси симметрии, интерференции несимметричных ВСУ. Исследованы критерии перехода от одного вида интерференции к другой, области неоднозначности и гистерезиса. Для этого используется разработанная во второй главе теория трансформации УВС, в сочетании с вычислительным экспериментом и экспериментом методом гидроанalogии (рис.6).

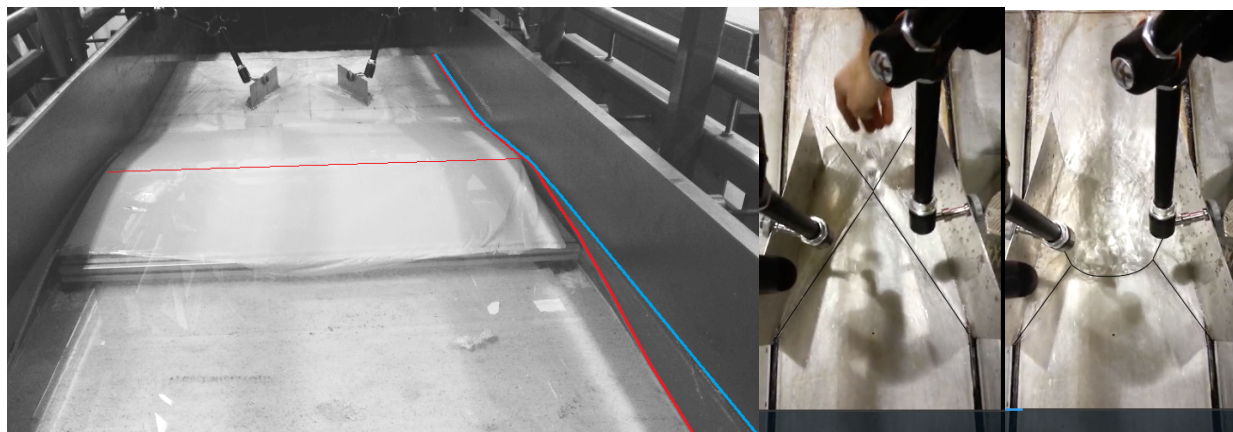


Рис.6 - Моделирование гистерезиса, регулярной и маховской интерференции методом гидроанalogии в лаборатории University of Warwick.

Подробное исследование маховской интерференции ВСУ вплоть до чисел Маха $M=7$ показало, что переход от регулярной интерференции к маховской осуществляется строго в соответствии с "критерием отсоединения" фон Неймана, а от маховской к регулярной - в соответствии с критерием стационарной маховской конфигурации (СМК), другое название - "критерий механического равновесия" фон Неймана. Эти результаты обоснованы в

терминах теории особенностей гладких отображений. Показано, что критерию фон Неймана соответствует "принцип наибольшего промедления", т.е. регулярная интерференция затягивается до того момента, пока она в принципе может существовать, а критерию СМК - принцип Максвелла (попадание параметра задачи в множество Максвелла). Показано, что вязкость сужает область неоднозначности, а калорическое несовершенство газа расширяет.

Отражение скачка уплотнения от оси симметрии имеет свои особенности. Оно всегда маховское. Влияние осесимметричности приводит к искривлению скачка по мере его приближения к оси и в условиях регулярного отражения его кривизна на оси обращалась бы в бесконечность. Численные расчеты и теория особенностей гладких отображений позволили установить, что при числе Маха $M > M_{0R}$ ($M_{0R} = 2.204$ для воздуха), ограничивающем снизу область существования СМК, образование диска Маха происходит в точке скачка, в которой его интенсивность $J = J_0$ соответствует критерию СМК (рис.7).

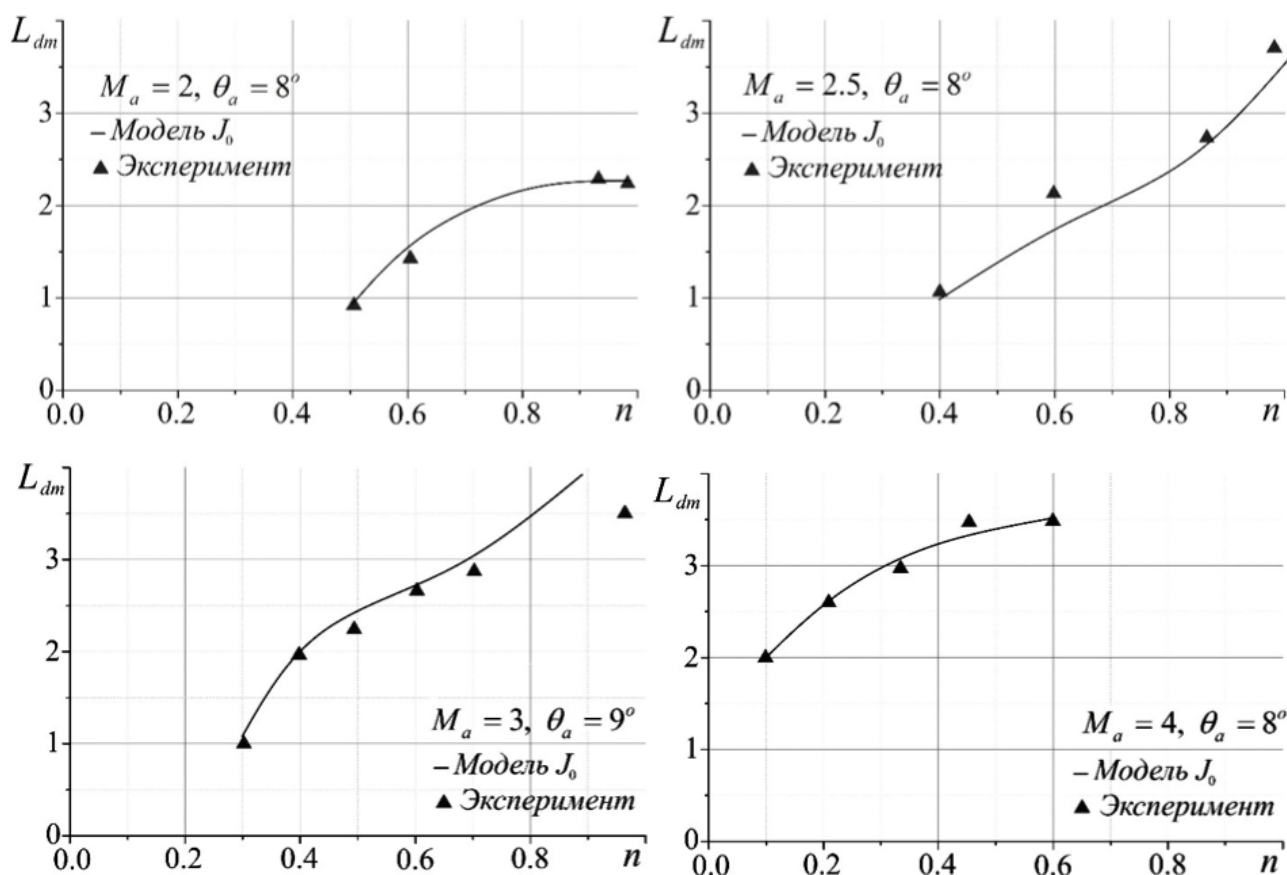
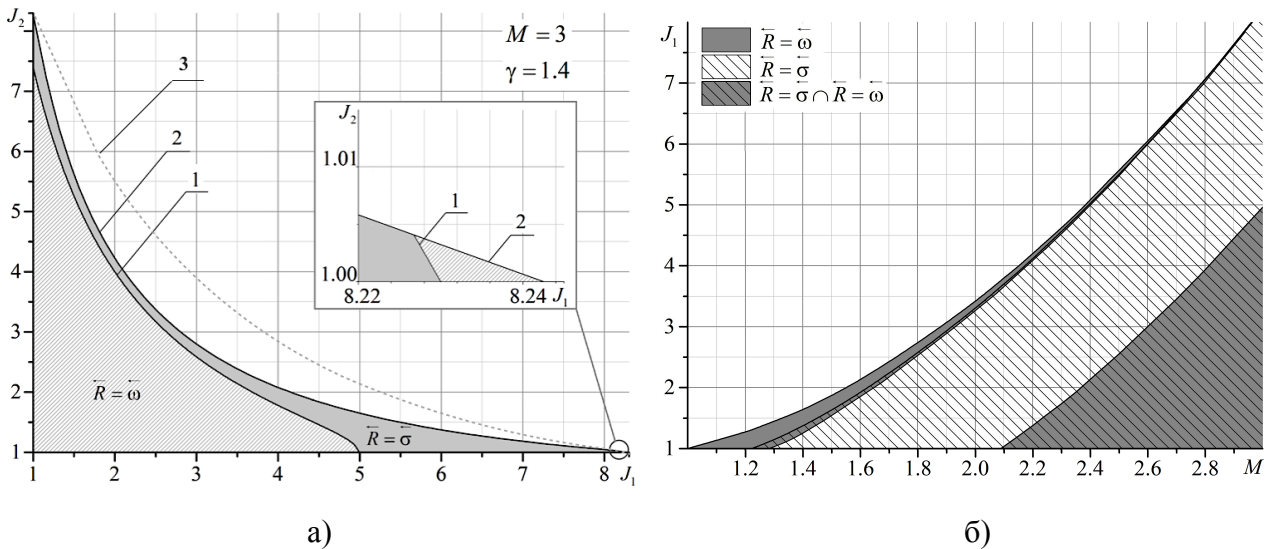


Рис.7 - Результаты расчета зависимости удаления диска Маха от среза сопла L_{dm} от нерасчетности $n = r_a/r_n$, где r_a - давление на срезе сопла, r_n - в окружающей среде.

При $M < M_{0R}$ образование диска Маха происходит в соответствии с критерием фон Неймана (ударная поляра касается оси ординат).

Четвертая глава посвящена изучению регулярной интерференция разрывов одного направления (ДСУ и ЦВС), актуальной для разработки сверхзвуковых ВЗ внешнего сжатия. Показано, что один из исходящих разрывов (главный) - всегда скачок уплотнения, в второй - отраженный может быть скачком или волной разрежения. Разделяет эти случаи характеристическая УВС с отраженным слабым разрывом (рис.8-а). Для $M=1-7$ выполнено исследование областей существования УВС с соответствующим типом отраженного разрыва, включая границы регулярной интерференции. Если у ДСУ зафиксировать интенсивность одного из проходящих скачков и изменять числа Маха набегающего потока, то обнаруживаются области неоднозначности, в которых отраженный разрыв может быть и скачком, и волной разрежения (рис.8-б).



1- характеристическая УВС, 2 - границы регулярной интерференции ДСУ, 3 - звуковая интенсивность второго проходящего скачка.

Рис.8 - Области существования УВС с различными типами отраженных ГДР, образующихся при интерференции догоняющих скачков уплотнения, при заданном числе Маха (а) и при заданной интенсивности одного из проходящих скачков (б).

В диапазоне $M=1-7$ выполнены расчеты интенсивности отраженных разрывов. Расчеты показали, что в типичных случаях интенсивность отраженного разрыва мало отличается от единицы, поэтому часто их трудно обнаружить в экспериментах (рис.9).

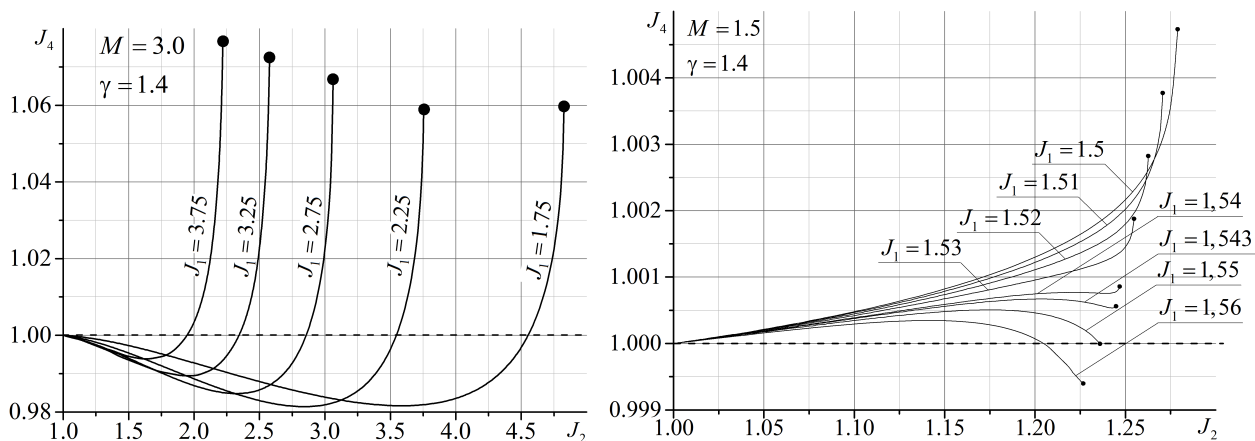


Рис.9 - Зависимость интенсивности J_4 отраженного разрыва от интенсивностей J_1 и J_2 приходящих скачков уплотнения одного направления (догоняющих скачков).

Для обеспечения максимума восстановления полного давления в системе ДСУ все косые скачки уплотнения должны иметь одинаковую интенсивность (критерий Осватича). Чтобы такие оптимальные УВС были структурно устойчивыми, они должны иметь отраженный разрыв - скачок уплотнения, а не волну разрежения. До $M=2.089$ отраженный разрыв всегда - скачок уплотнения. При $M>2.089$ на плоскости J_1 - J_2 появляется область с отраженной волной разрежения (рис.10-а), которая постепенно увеличивается в размерах (рис.10-б). Начиная с $M=2.46$, составить оптимальную в смысле Осватича УВС из ДСУ и замыкающего прямого скачка уже невозможно, хотя ВЗ внешнего сжатия в этом диапазоне может работать устойчиво при соответствующем выборе интенсивностей скачков 1 и 2.

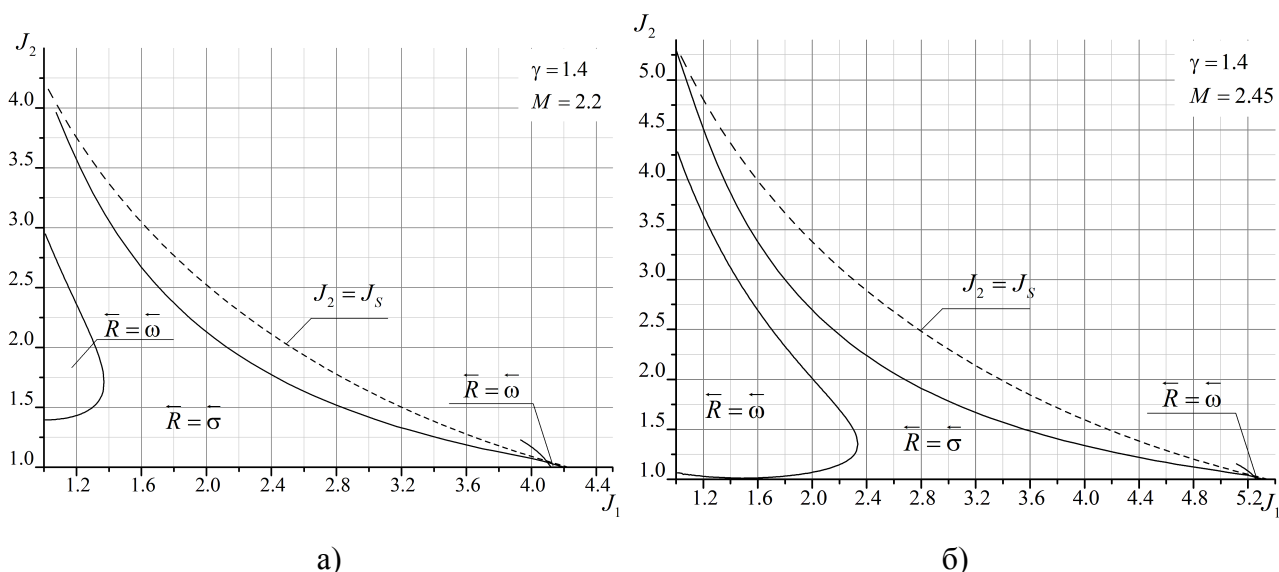


Рис.10 - Области существования различных типов отраженного разрыва.

Пятая глава посвящена маховской интерференции, ТК ударных волн, а также трансформациям УВС при изменении числа Маха набегающего потока или изменении интенсивности проходящих скачков уплотнения.

Существует три основных типа тройных конфигураций: ТК-1, ТК-2 и ТК-3, отличающиеся направлением разворота потока на главном скачке и системе из двух последовательных скачков, а также особые ТК-1/2 (СМК), ТК-2/3, которые являются пограничными (переходными) между ТК основных типов (рис.11).

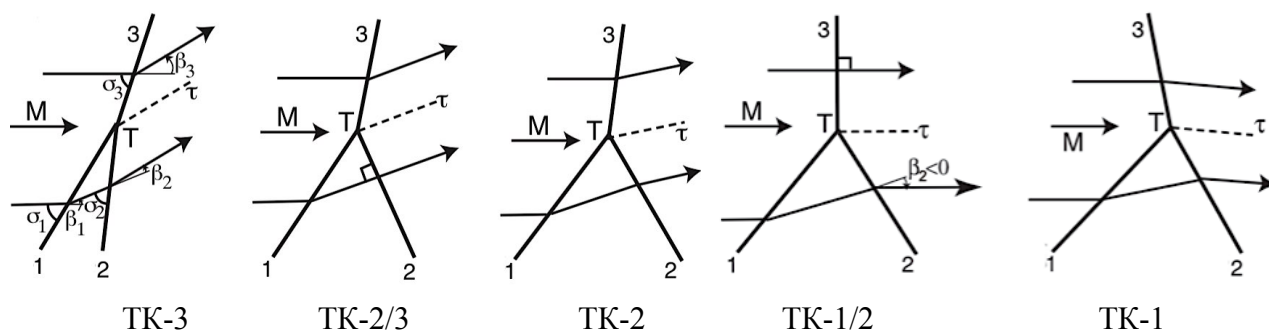
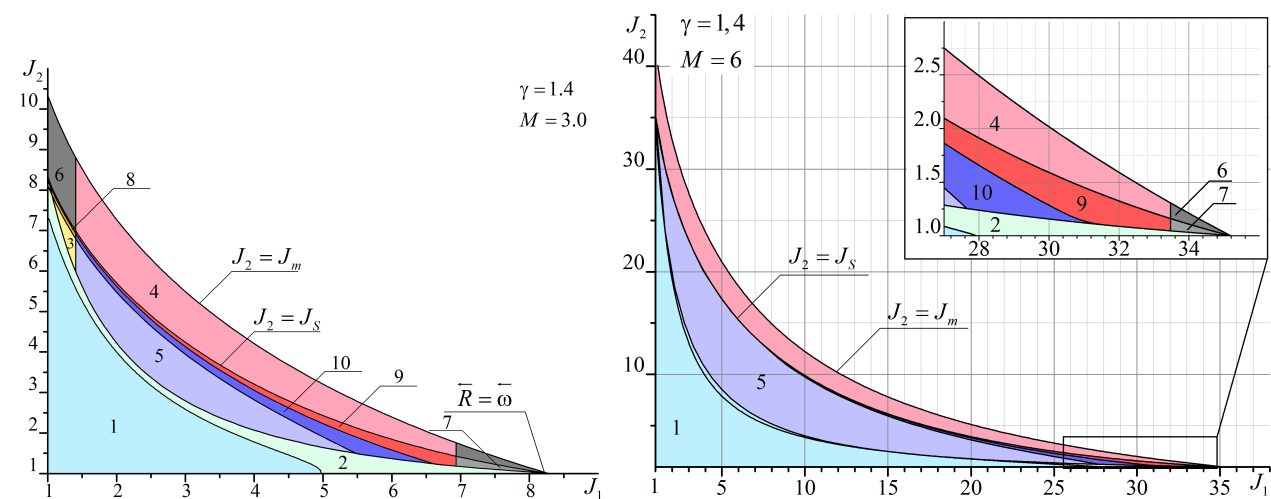


Рис.11 - Тройные конфигурации, где β_i - углы разворота потока на i -ом скачке, σ_i - углы наклона i -ого скачка уплотнения к потоку, τ - тангенциальный разрыв.

Подробно изучаются области существования УВС различного типа, закономерности перехода структур одного типа в другой. Области существования ТК и структур с догоняющими скачками могут перекрываться между собой. При числах Маха $M < M_T$ (для воздуха $M_T = 1.483$) тройные конфигурации ТК-2 существовать не могут. Соответственно, не может существовать маховское отражение скачка от стенки или плоскости симметрии. При числах Маха $M < M_{F1} = 1.245$ ТК-3, соответствующие характеристическому взаимодействию догоняющих скачков уплотнения, существовать не могут. Обязательным является наличие отраженного разрыва. Этим объясняется так называемый "Парадокс Неймана", когда теория показывает, что ТК существовать не может, но в эксперименте она наблюдается. На самом деле в этом случае присутствует отраженный разрыв - слабая волна разрежения, просто её трудно обнаружить экспериментально или численным расчетом.

Для $M = 1.2-7$ найдены области существования УВС всех возможных типов (см. пример на рис.12), образующиеся при интерференции скачков одного направления.



1 - ДСУ, отраженный разрыв - волна разрежения; J_s - "звуковая" интенсивность скачка, J_m - максимальная интенсивность; 2-ДСУ, отраженный разрыв - скачок; 3 - УВС с двумя ТК: ТК-1 и ТК-2, главный исходящий скачок в ТК-2 является приходящим встречным скачком в ТК-1; 5 - как 3, но возможно образование УВС с интерференцией ВСУ за вторым скачком; 6 - $J_2 > J_s$, второй приходящий скачок искривляется и в некоторых случаях превращается из догоняющего во встречный; 4 - как 6, но возможно образование УВС с интерференцией ВСУ за вторым скачком; 7 - $J_2 < J_s$, второй приходящий скачок искривляется и на нем появляется звуковая точка; 9 - как 7, но возможно образование УВС с интерференцией ВСУ за вторым скачком; 8 - УВС с двумя тройными точками ТК-1 и ТК-3, исходящий скачок в ТК-3 является приходящим для ТК-1; 10 - как 8, но возможно образование УВС с интерференцией ВСУ за вторым скачком.

Рис.12 - Пример областей существования различных УВС, возникающих при интерференции двух скачков уплотнения.

Существуют области неоднозначности, в одной из них допускается существование одного дополнительного решения, в другой их два. Определены границы этих областей. Правила отбора решения определяются развитой в главе 3 теорией допустимых перестроек ударных волн. Не рассматривая трансформации и перестройки УВС, отобрать реализуемое на практике решение, чаще всего, невозможно.

Если течение за каким-то скачком уплотнения является дозвуковым, то его геометрия, а также параметры тройных конфигураций, в которые он входит, зависит от условий вниз по потоку. Это может приводить к тому, что отдельные скачки в процессе трансформации УВС могут менять свое направление и даже из исходящих (отраженных) превращаться в приходящие. Подобные метаморфозы обязательно проходят через стадию, когда трансформирующийся скачок становится прямым. Если трансформируется главный скачок, то такая конфигурация относится к ТК-1/2 (СМК), если трансформируется отраженный, то - к ТК-2/3.

В процессе трансформации УВС можно добиться её оптимальности по заданному критерию. ТК, оптимальные по критерию восстановления полного давления, также являются оптимальными по критериям разности температур, плотности и акустической проницаемости среды. Другим критериям, например, разнице скоростных напоров, соответствуют свои оптимальные конфигурации.

Анализ сверхзвуковых ВЗ демонстрируют, что в различных диапазонах скоростей оптимальными являются разные УВС, обеспечивающие внешнее, смешанное или внутреннее сжатие. Так при $M=1.8-2.2$ оптимальным является сжатие потока в двух косых догоняющих скачках с замыкающим прямым скачком. При $M=2.2-2.46$ УВС в воздухозаборнике внешнего сжатия проходят через достаточно сложные перестройки, поэтому его регулирование затруднено, но построение оптимальной системы скачков все же возможно. При еще больших числах Маха поперечные габариты ВЗ внешнего сжатия становятся неприемлемыми и необходимо переходить к устройствам другого типа.

УВС, состоящая из регулярного отражения косого скачка от стенки и замыкающего прямого скачка, оптимальна при скорости $M>3.5$. Используя такие УВС устройства называются ВЗ смешанного сжатия. На скоростях $M=2-2.5$ они работают неустойчиво, т.к. оптимальное значение интенсивности первого скачка непосредственно примыкает к границе перехода от регулярного к маховскому отражению от стенки, которое в этом диапазоне скоростей сопровождается скачкообразным изменением интенсивности отраженного разрыва, что в полете может повлечь катастрофические последствия.

Таким образом, диапазон скоростей $M=2.2-3.5$ не является оптимальным для сверхзвуковых полетов из-за сложности регулирования УВС в ВЗ. При числе Маха $M=5$ из соображений минимизации потерь пропульсивного КПД двигателя необходимо переходить к организации сверхзвукового горения, следовательно, замыкающий скачок в оптимальной УВС должен быть косым.

Развитая в пятой главе теория и полученные расчетные результаты дают полную информацию для проектирования любых УВС, имеющих два приходящих скачка, вплоть до чисел Маха $M=7$.

В главе 6 развивается эталонный численный метод, основанный на точном решении задачи о распаде произвольного разрыва (задачи Римана), предназначенный для расчета течений с особенно "тонкими" ударно-волновыми структурами, когда какое-либо упрощение метода ведет к искажению качественной картины течения. Примером такой задачи является натекание слабой ударной волны на клин с малым углом при вершине в условиях парадокса Неймана. При численных расчетах на сильных ударных волнах и контактных разрывах часто возникают нефизичные осцилляции, заметные погрешности в определении плотности (особенно при низкой плотности исходного невозмущенного течения), энтропийные дорожки (entropy glitch), которые в реальном течении отсутствуют. Проблемы выражены тем сильнее, чем сложнее УВС. Наиболее популярными численными методами при расчете сверхзвуковых течений с сильными ударными волнами являются методы типа Годунова-Колгана. Применяемые в них приближенные методы решения задачи Римана основаны на предположении, что ударные поляры пересекаются своими слабыми ветвями. Для подавления осцилляций используются ограничения на углы наклона характеристик и величину потоков через границы разностной ячейки с последующей обработкой постпроцессором, обеспечивающей повышение порядка разностной схемы (рис.13), именно такой алгоритм применен в настоящей работе.

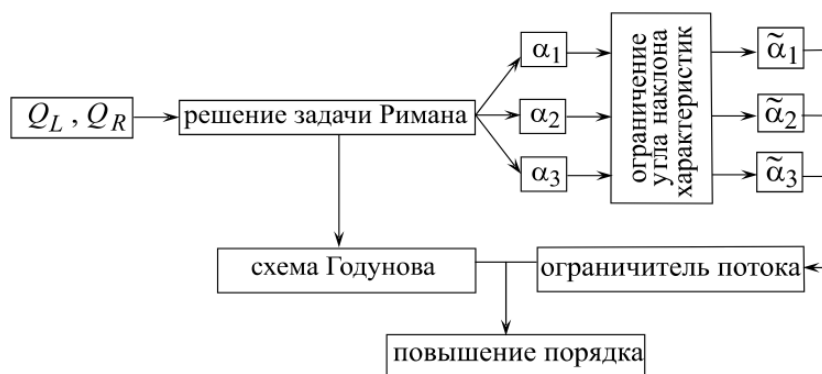
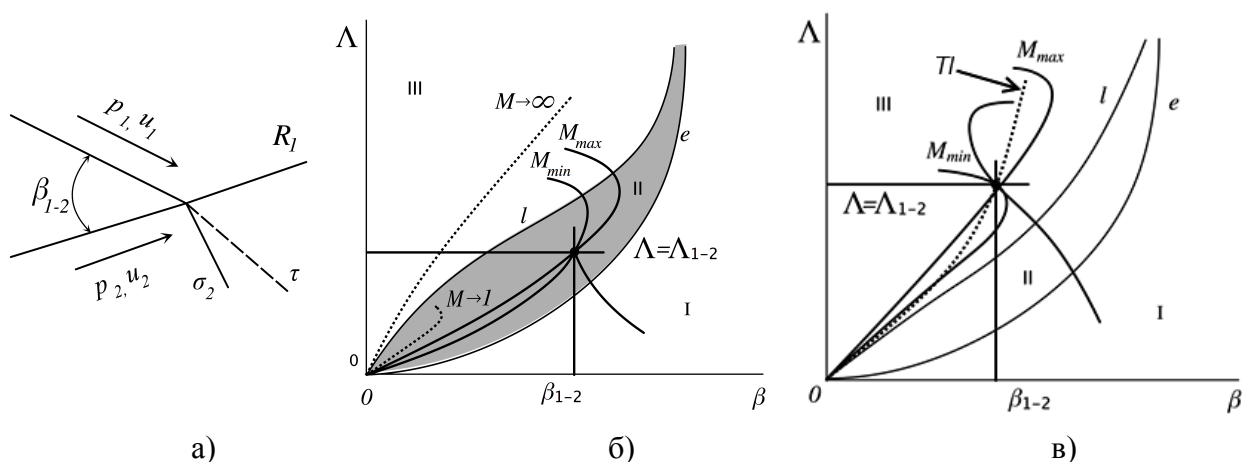


Рис. 13 - Типичная реализация схемы Годунова с использованием монотонизирующих ограничителей потоков. α -углы наклона характеристик.

Другой класс методов основан на предположении, что разрыв параметров между разностными ячейками небольшой и возникающие ударные волны

слабые. Это позволяет применять к ним формулы для изоэнтропических волн сжатия (метод Ошера-Соломона). В большинстве случаев метод успешно работает. Существует, однако, ряд тонких задач, в которых подобное упрощение недопустимо. Так при упомянутом выше маховском отражении слабых бегущих ударных волн от клина (парадокс Неймана) долгие годы не удавалось обнаружить отраженную волну разрежения, пока не выяснилось, что всё дело в недостаточной точности численного метода.

Метод расчета, развитый в главе 6, основан на решениях, приведенных в кандидатской диссертации А.О.Кожемякина (аспиранта В.Н.Ускова) и позволяет на каждом шаге численного алгоритма явно определять тип образующейся УВС. Для этого по углу натекания β_{1-2} двух полубезграничных потоков 1 и 2 на границе ячейки (рис.14-а) и давлениям p_1, p_2 выполняется предварительный расчет областей чисел Маха M_1-M_2 (скоростей u_1 и u_2), в которых могут существовать решения с отраженным скачком и отраженной волной.



$u_{1,2}$ - скорость, $p_{1,2}$ - давление, β_{1-2} - угол между потоками 1 и 2, σ_2 - исходящий скачок уплотнения, τ - тангенциальный разрыв, R_1 - отраженный исходящий разрыв, тип которого неизвестен. Pl - линия смены типа решения в области III.

Рис. 14 - Интерференция двух плоских сверхзвуковых потоков.

Для этого на плоскости $\Lambda-\beta$ ($\Lambda=p_2/p_1$, β - угол клина) при помощи огибающей ударных поля M_e и линии предельных углов разворота M_l строятся три области: I, в которой отраженный разрыв - всегда скачок, и II, III, где он может быть или скачком, или волной разрежения. В области II через заданную точку $\Lambda-\beta_{1-2}$, можно провести две разные ударные поля, отвечающие разным числам Маха (рис.14-б). Поскольку в области II при $M \rightarrow \infty$ и $M \rightarrow 1$ ударные

поляры не пересекаются с полярной разрежения, то можно всегда найти числа M_{max} и M_{min} , которые будут ограничивать область ω - σ с отраженным разрывом - волной разрежения (рис.15-а).

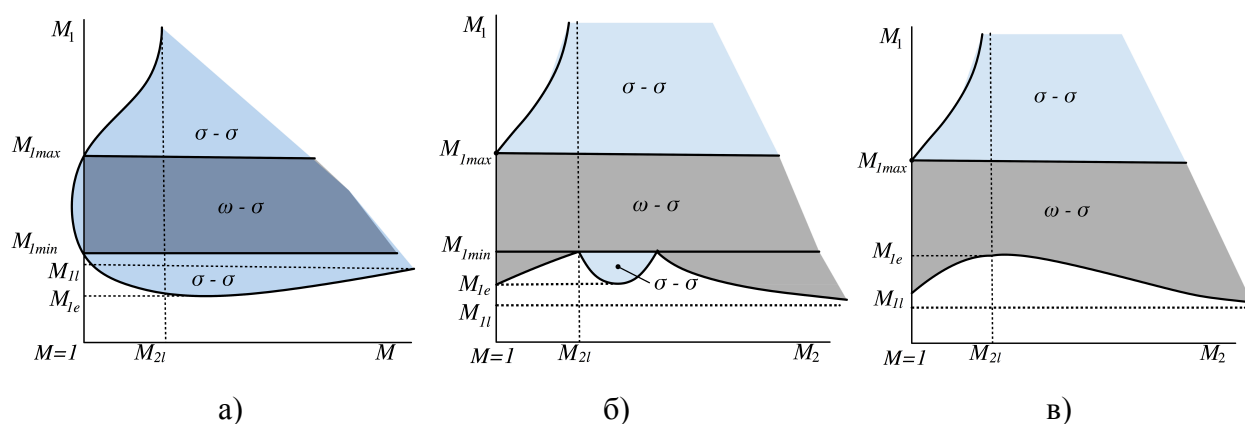


Рис. 15 - Область существования решения с исходящим скачком уплотнения σ - σ и волной разрежения ω - σ . а - область II, б - область III ниже линии Tl смены решения, в - область III выше линии Tl смены решения.

В области III через каждую точку также можно провести две ударные поляры, но, поскольку эта область лежит выше линии l предельных углов разворота, одна из поляр будет проходить через точку своей сильной ветвью (рис.14-в), т.е. течение за таким скачком будет дозвуковое. Понятно, что в данном случае методы, основанные на предположении, что поляры пересекаются слабыми ветвями, работать не будут. Множество точек касания поляр образуют линию смены решения Tl (показана на рис.14-в пунктиром). Для линии Tl , а также для всех характерных чисел Маха, приведенных на рис. 14-15, в главе 6 даны аналитические решения. Если параметры Λ - β_{1-2} попадают в область III ниже линии Tl , то при $M_1 < M_{1min}$, в зависимости от M_2 , отраженный разрыв может быть, как скачком, так и волной разрежения. Если же точка лежит в области выше Tl , то отраженным разрывом может быть только волна разрежения.

Подробное тестирование метода показало, что при использовании описанных выше упрощений происходит потеря части решения, соответствующей отраженной волне разрежения при $M_1 < M_{1min}$ и $M_2 < M_{2l}$.

Использование эталонного метода решения задачи Римана в точной постановке исключает проблему "потери" части решения, т.к. в каждой ячейке

тип разрыва, если он в ней присутствует, определяется явно, какой бы малой не была его интенсивность. Это также существенно упрощает задачу графической интерпретации результатов расчетов.

С помощью эталонных тестовых задач (Сода, Лакса, Эйфельдта, Ноха, Вудворда - Колелла, Шу - Ошера, задачи об ударной трубе, о движущихся волнах, о стационарном и медленно движущемся контактном разрыве, о сильной ударной волне, о сильном сжатии и др.), для которых известно точное решение, в главе 6 выполнено тестирование численного метода как в приближенной, так и в эталонной точной постановке. Изучено применение различных разностных схем, основанных на методах расщепления разности потока (Flux Difference Splitting, **FDS**), таких как метод Roe (Roe method), метод **HLL** (Harten, Lax, van Leer), метод **HLLC** (HLL with Contact) и ряд других, а также более совершенных разностных схем типа **TVD** (Total Variation Diminishing), у которых повышенный порядок аппроксимации достигается в гладких областях решения путем введения антидиффузионных потоков и нелинейных ограничителей потоков, а на газодинамических разрывах порядок аппроксимации снижается до первого. Исследованы схемы **ENO** (Essentially Non-Oscillatory) и **WENO** (Weighted ENO) третьего и четвертого порядков аппроксимации, которые позволяют значительно улучшить качество численных решений по сравнению с классическими разностными методами фиксированного порядка точности, но их использование сопряжено с необходимостью перебора шаблонов с целью отбора наиболее гладкого из них для данной задачи, что ведет к значительным затратам вычислительных ресурсов. Тестирование показало, что при использовании схем ENO/WENO, в решении иногда возникают нефизичные эффекты, т.к. условие TVD строго не выполняется, а значения нормы погрешности плотности всего в два раза меньше, чем при использовании разностных схем MUSCL второго порядка аппроксимации. Актуальность применения столь требовательных к вычислительным ресурсам схем нуждается в обосновании в каждом конкретном случае.

Таким образом, тестирование продемонстрировало, что разработанный эталонный численный метод с использованием схем WENO-типа и явным определением на каждом шаге типа отраженного разрыва обеспечивает надежную идентификацию газодинамических разрывов (рис.16) и решает проблему потери части решения при числах $M \rightarrow 1$. Сохранение в каждой ячейке признака типа решения (гладкое течение, скачок, волна разрежения, контактный разрыв, слабый разрыв) позволяет легко выполнять графическую постобработку результатов и строить компьютерные шпирен-изображения и интерференционные картины. Метод является исследовательским и может использоваться в качестве эталона для сравнения результатов при отработке более производительных численных методов.

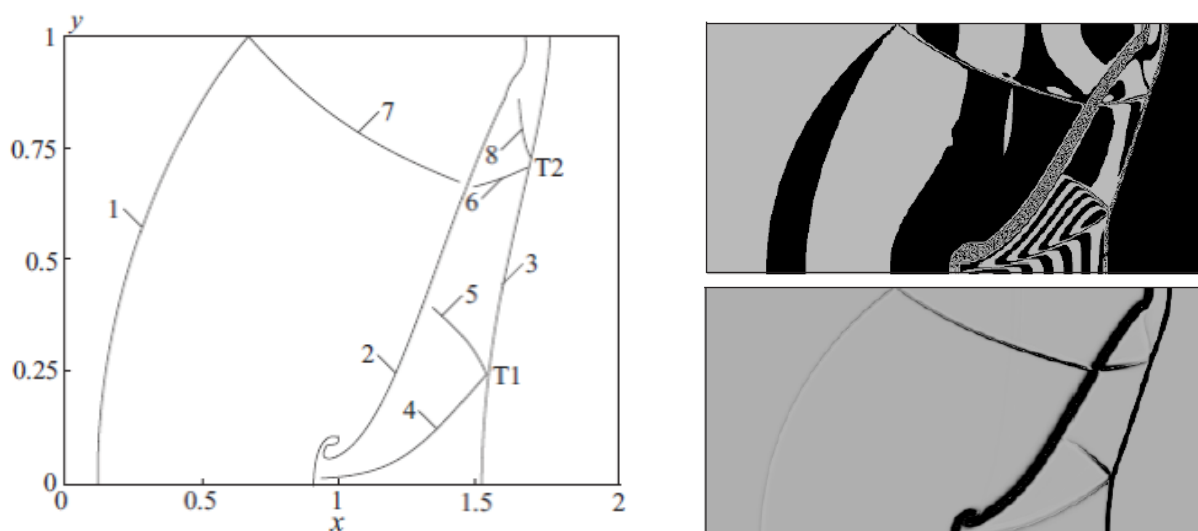


Рис.16 - Результаты расчета рефракции ударной волны на наклонном контактном разрыве в сравнении с интерференционной картиной и шпирен - фотографией. 1, 3, 5, 6, 7 - ударные волны; 2, 4, 8 - контактные разрывы.

Заключение содержит краткое изложение важнейших результатов работы, выводы и обсуждение направлений дальнейших исследований.

ВЫВОДЫ

1. Показано, что газодинамический разрыв с математической точки зрения соответствует известному в теории особенностей гладких отображений множеству Максвелла. Это позволило доказать, что структурно устойчивые УВС всегда состоят из регулярных точек пересечения ГДР, точек зарождения висячих скачков (концевых точек) и ТК. Все остальные УВС

являются структурно неустойчивыми и при малом возмущении параметров распадаются на перечисленные выше элементы.

2. Сформулирован исчерпывающий перечень "разрешенных" УВС, а также их допустимых трансформаций и перестроек.
3. Приведены условия на характеристиках, записанные с учетом основных неравномерностей потока: градиента давления, кривизны линий тока и завихренности, что позволяет находить кривизну линий тока или кривизну скачка, если известно поле течения перед разрывом и хотя бы одна неравномерность за ним.
4. Исследованы имеющие значение для практики критерии оптимальности ударных волн и УВС, приведены примеры решения задач конструирования оптимальных УВС для сверхзвуковых воздухозаборников и детонационных двигателей.
5. Доказано, теоретически обосновано и подтверждено экспериментально, что при отражении скачка от стенки переход от маховской интерференции к регулярной происходит всегда в соответствии с критерием СМК, а обратный – в соответствии с критерием отсоединения фон Немана, т.е. существует гистерезис – решение зависит от направления изменения параметров (числа Маха или интенсивности приходящих скачков).
6. Исследованы особенности отражения косого скачка уплотнения от оси симметрии, которое всегда является маховским. Показано, что при числах Маха, когда допускается существование СМК, диск Маха в струе всегда образуется в точке, соответствующей ей.
7. Изучены области существования УВС различного типа, образующихся в фокусе центрированной изоэнтропической волны сжатия, а также при регулярной и маховской интерференции догоняющих скачков.
8. С помощью эталонного численного метода исследованы области параметров, в которых при использовании приближенного метода решения задачи Римана возможна потеря части данных.

9. Актуальным для практики является продолжение исследований в направлении решения следующих задач: взаимодействие ударной волны с ортогональным и наклонным контактными разрывом (актуально для разработки ротационных детонационных двигателей, систем защиты от взрыва), маховская рефракция скачка на тангенциальном разрыве (медицинские приложения), переходные процессы при перестройках УВС. Наконец, необходимо разработать общую теорию интерференции нестационарных косых ударных волн и движущихся по потоку УВС и ТК, в том числе в условиях горения и детонации.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Патенты:

1. Булат П.В., Продан Н.В. Генератор ударных волн//Патент №140420. 15.11.2013.
2. Булат П.В., Засухин О.Н., Продан Н.В. Акустический излучатель// Патент №146440. 10.09.2014.
3. Булат П.В., Засухин О.Н., Иванов Д.А., Продан Н.В. Акустический излучатель//Патент №152649, 28.11.2014.
4. Булат П.В., Минин О.П. Станция зарядки автомобилей// Патент №119694. 27.08.2012 г.
5. Булат П.В. Газотурбинная установка с накопителем энергии//Патент №120145.10.09.2012 г.
6. Булат П.В., Продан Н.В. Генератор ударных волн//Патент №154734. 10.09.2014. Бюл.№25.
7. Бесчастных В.Н., Булат П.В. Газотурбинный двигатель //Патент №156076. 05.10.2015.
8. Булат П.В., Продан Н.В. Гибридная энергетическая установка // Патент №160574. 01.03.2016.

Статьи:

9. Булат П.В., Засухин О.Н., Усков В. Н. О классификации режимов течения в канале с внезапным расширением. *Теплофизика И Аэромеханика.*, №2, С. 209–222.
Bulat P.V., Zasuhin O.N., Uskov V. N. On classification of flow regimes in a channel with sudden expansion. *Thermophysics and Aeromechanics.*, 2012, Vol. 19 (No. 2), P. 233–246.

10. П. В. Булат, В. В. Упырев. Границы области неоднозначности при отражении скачков уплотнения. Письма в ЖТФ, 2016, том 42, вып. 1. С. 33-41.
- P. V. Bulat and V. V. Upyrev. **Boundaries of the Ambiguity Area upon Reflection of Compression Shock Waves.** *Technical Physics Letters*, 2016, Vol. 42, No. 1, pp. 15–18. DOI: 10.1134/S106378501601003X.
11. П. В. Булат, К. Н. Волков. Моделирование сверхзвукового течения в канале со ступенькой на неструктурированных сетках при помощи WENO-схем. ИФЖ. 2015. Том 88, No 4, с.848-855.
- P. V. Bulat and K. N. Volkov. **Simulation of supersonic flow in a channel with a step on nonstructured meshes with use of the WENO scheme.** *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 88, No. 4, July, 2015, pp. 877-884.
12. П. В. Булат, К. Н. Волков. Применение WENO-схем для моделирования взаимодействия отраженной ударной волны с пограничным слоем. ИФЖ. 2015. Том 88, No 5, с.1163-1170.
- Volkov K.N., Bulat P.V. **Use of Weno Schemes for Simulation of the Reflected Shock Wave–Boundary Layer Interaction.** *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2015, 88(5): 1163-1170.
13. Засухин О.Н., Булат П.В., Продан Н.В. Особенности применения моделей турбулентности при расчете сверхзвуковых течений в трактах перспективных воздушно-реактивных двигателей. Двигатель. 2012, № 1. С. 22-25.
14. Булат П.В., Волков К. Н., Яковчук М. С. Визуализация течений с сильными и слабыми газодинамическими разрывами в вычислительной газовой динамике. Вычислительные методы и программирование. 2016. Т. 17. с.245-257.
15. Булат П.В., Продан Н.В., Упырев В.В. Границы областей регулирования сверхзвуковых воздухозаборников. Двигатель, №4, 2016, с.14-17.
16. Булат П.В., Продан Н.В., Упырев В.В. Характеристическая интерференция догоняющих скачков. Известия РАН. (Принято к печати). 2017.
17. Булат П.В., Засухин О.Н., Продан Н.В.// Моделирование колебаний ударно-волновых структур в донной части сопловых блоков. Вопросы оборонной техники// Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. (Принято к печати). 2017.
18. Bulat P.V., Pyina T.E., Volkov K.N., Silnikov M.V., Chernyshov M.V.. **Interaction of a shock wave with an array of particles and effect of particles**

on the shock wave weakening. *Acta Astronautica. SI:Space Flight Safety-2016*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.08.036>.

19. Bulat P.V., Zasukhin O.N., Prodan N.V., Upyrev V.V., Silnikov M.V., Chernyshov M.V. Base pressure oscillations and safety of load launching into orbit. *Acta Astronautica. SI:Space Flight Safety-2016*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.11.042>.
20. Bulat P.V. The problem of Interference between Discontinuities of the First Order. *IEJME — Mathematics education*. 2016, VOL. 11, NO. 5, 1013-1021 Article number: mathedu.2016.091.
21. Bulat P.V. and Uskov V.N. Gas-dynamic Waves and Discontinuities. *IEJME — Mathematics education*. 2016, VOL. 11, NO. 5, 1101-1111 Article number: mathedu.2016.098.
22. Bulat P.V. Optimal Shock-Wave Structures . *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 5, 1245-1259.
23. Bulat P.V. The History of the Study of Shock Wave's Mach Reflection from the Wedge. *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 5, 1151-1162 Article number: mathedu.2016.0102.
24. Bulat P.V. and Upyrev V.V. Oblique Shock Reflection from the Wall . *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 5, 1205-1214.
25. Bulat P.V., Volkov V.N., and Ilyina T.Y. Interaction of a Shock Wave with a Cloud of Particles. *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 8, 2949-2962.
26. Bulat P.V., Volkov K.N., Ilyina E.Ye. Model of Interaction of Laser Radiation with a Drop of Liquid. *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 8, 3009-3020.
27. Zasukhin O.N., Bulat P.V. Self-Oscillation of Shock Wave Structures. *EJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 5, 1023-1032 Article number: mathedu.2016.092.
28. Bulat P.V. Interference of Same Direction Shocks . *IEJME — Mathematics education*, 2016, VOL. 11, NO. 5, 1051-1062 Article number: mathedu.2016.094.
29. Bulat P.V. and Volkov K.N. Monotonic Derivative Correction for Calculation of Supersonic Flows. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, №. 17, 10365-10374.
30. Bulat P.V., Volkov K.N. Numerical Simulations of Shock Wave Refraction at Inclined Gas Contact Discontinuity. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 16, 9026-9038.

31. Bulat P.V., Chernyshev M.V. Existence Regions of Shock Wave Triple Configurations. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 11, 4844-4854.
32. Bulat P.V., Volkov K.N. Shock Waves Oscillations in the Interaction of Supersonic Flows with the Head of the Aircraft. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 12, 4976-4984.
33. Bulat P.V., Volkov K.N. Detonation Jet Engine. Part 1 – Thermodynamic Cycle. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 12, 5009-5019.
34. Bulat P.V., Volkov K.N. Detonation Jet Engine. Part II – Construction Features. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 12, 5020-5033.
35. Bulat P.V., Volkov K.N. The History of the Study of Detonation. *International journal of environmental and science education*. 2016, VOL. 11, NO. 11, 4894-4909.
36. Bulat P.V., Chernyshev M.V. Interaction of Adjacent Isentropic Gas Flows in Prandtl-Meyer's Wave and in The Field of Quasi-One-Dimensional Flow. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. ISSN 0973-1768 Volume 12, Number 5 (2016), pp. 4075-4087.
37. Bulat P.V., Silnikov M.V., Chernyshov M.V. Shock Wave Refraction at Gas Media Interface. *Indian Journal of Science and Technology*. Volume 9, Issue 30, August 2016. p. 1-5. ISSN (Online) : 0974-5645, DOI: <http://dx.doi.org/10.17485/ijst%2F2016%2Fv9i30%2F98751>.
38. Bulat P. V. , Denissenko P.V., Prodan N.V. , Upyrev V.V. The Changing of the Mach number as a Factor of Influence on the Interference Hysteresis of the Counterclaims Shock Waves. *International Journal of Applied Engineering Research* ISSN 0973-4562 Volume 11, Number 23 (2016) pp. 11228-11236
39. Bulat P.V. and Bulat M.P. Gas-dynamic Variable Relation on Opposite Sides of the Gas-dynamic Discontinuity// *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* 9(12): 1097-1104, 2015, ISSN: 2040-7459; e-ISSN: 2040-7467.
40. Bulat P.V., Uskov V. N. Mach reflection of a shock wave from the symmetry axis of the supersonic nonisobaric jet. // *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*. – 2014 – 8, 1. – 135–42 C. <http://maxwellsci.com/print/rjaset/v8-135-142.pdf>.
41. Bulat P.V., Silnikov M.V. and Chernyshev M.V, 2015. Spherical Shock-wave-2D Surface Interaction. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 9(6): 428-433.
42. Bulat P.V. and Bulat M.P., 2015. Definition of the Existence Region of the Solution of the Problem of an Arbitrary Gas-dynamic Discontinuity

Breakdown at Interaction of Flat Supersonic Jets with Formation of Two Outgoing Compression Shocks. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 9(1): 65-70.

43. Bulat P.V., 2014. Reflection of a weak discontinuity of the axis and the plane of symmetry. *American Journal of Applied Sciences*, 11(6): 1025-1031, DOI : 10.3844/ajassp.2014.1025.1031.
44. Bulat P.V. About the detonation engine. *Am. J. Appl. Sci.* - 2014, Vol.11, P. 1357–1364.
45. Uskov V.N., Bulat P.V. and Arkhipova L.P, 2014. Classification of Gas-dynamic Discontinuities and their Interference Problems. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 8(22): 2248-2254.
46. Uskov V.N., Bulat P.V., Arkhipova L.P. Gas-dynamic Discontinuity Conception. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, Vol. 8 , (22).- p. 2255-2259.
47. Bulat P.V. and Bulat M.P, 2014. Discontinuity of Gas-dynamic Variables in the Center of the Compression Wave. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 8(23): 2343-2349.
48. Bulat M.P., Bulat P. V., 2013. The analysis centric isentropic compression waves. *World Applied Sciences Journal*, 27(8): 1023–26. [http://www.idosi.org/wasj/wasj27\(8\)13/12.pdf](http://www.idosi.org/wasj/wasj27(8)13/12.pdf). DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.27.08.13719.
49. Bulat P.V. Comparison of turbulence models in the calculation of supersonic separated flows./ P.V. Bulat, M.P. Bulat // *World Applied Sciences Journal*. – vol. 27, №10. – 2013.
50. Булат П.В., Денисенко П.В., Волков К.Н. Тенденции разработки детонационных двигателей для высоко- скоростных воздушно-космических летательных аппаратов и проблема тройных конфигураций ударных волн. Часть I - Исследования детонационных двигателей // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2016. Т. 16. No 1. С. 1–21. doi:10.17586/2226-1494-2016-16-1-1-21.
51. Булат П.В., Денисенко П.В. Тенденции разработки детонационных двигателей для высокоскоростных воздушно-космических летательных аппаратов и проблема тройных конфигураций ударных волн. Часть II. Исследования встречных ударных волн и тройных ударно-волновых конфигураций // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2016. Т. 16. No 2. С. 199–223. doi 10.17586/2226-1494-2016-16-2-199-223.
52. Булат П.В., Булат М.П., Есаков И.И., Волобуев И.А., Грачев Л.П., Денисенко П.В. Экологически чистый способ сжигания газообразного топлива с применением квазиоптического СВЧ-излучения // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2016. Т. 16. No 3. С. 513–523. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-513-523.

53. Волков К.Н., Булат П.В., Ильина Е.Е. Модель взаимодействия лазерного излучения с каплей жидкости // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 5. С. 764–772. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-5-764-772.
54. Булат П.В., Волков К.Н. Численное моделирование рефракции ударной волны на наклонном контактном разрыве // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 3. С. 550–558. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-550-558.
55. Булат П.В., Волков К.Н. Численное моделирование дифракции ударной волны на прямом угле на неструктурированных сетках // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 2. С. 354–362. doi:10.17586/2226-1494-2016-16-2-354-362.
56. Булат П.В., Есаков И.И., Волобуев И.А., Грачев Л.П. О возможности ускорения горения в камерах сгорания перспективных реактивных двигателей при помощи глубоко подкритического СВЧ-разряда // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 2. С. 382–385. doi:10.17586/2226-1494-2016-16-2-382-385.
57. Булат П.В., Волков К.Н. Решение тестовых задач нестационарной одномерной газовой динамики при помощи WENO-схем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 1. С. 174–180.
58. Булат П.В., Денисенко П.В. Интерференция скачков уплотнения одного направления // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 3. С. 500–508.
59. Булат П.В., Волков К.Н. Произвольное взаимодействие плоских сверхзвуковых потоков // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 6. С. 1155–1168.
60. Булат П.В., Денисенко П.В., Упырев В.В. Несимметричное взаимодействие встречных косых ударных волн // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 942–949.
61. Булат П.В., Волков К.Н. Одномерные задачи газовой динамики и их решение при помощи разностных схем высокой разрешающей способности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 4. С. 731–740.
62. Булат П.В., Упырев В.В., Денисенко П.В. Отражение косоугольного скачка уплотнения от стенки // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 2. С. 338–345.
63. Булат П.В., Денисенко П.В., Продан Н.В., Упырев В.В. Гистерезис интерференции встречных скачков уплотнения при изменении числа Маха //

Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 930–94

64. Булат П.В., Волков К.Н. Монотонизирующая коррекция производных для расчета сверхзвуковых течений со скачками уплотнения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 4. С. 741–747.
65. Булат П.В., Денисенко П.В., Продан Н. В. Интерференция встречных скачков уплотнения. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2015 – Т.15, №2 – 346–55 С. http://ntv.ifmo.ru/ru/journal/617/journal_617.htm.
66. Булат П. В., Волков К. Н., Сильников М. В., Чернышев М. В. Анализ разностных схем, основанных на точном и приближенном решении задачи Римана. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. №1(95). 2015. с.139-148.
67. Булат П. В., Ильина Е.Е. О проблеме создания детонационного двигателя – термодинамический цикл / П. В. Булат, Е.Е Ильина // Журн.Фундаментальные исследования – 2013. – №. 10, Ч 10. – С. 2143–2146.
68. Булат П. В., Ильина Е.Е. О проблеме создания детонационного двигателя – современные тенденции в аэрокосмическом двигателестроении / П. В. Булат, Е.Е Ильина // Журн.Фундаментальные исследования – 2013. – №. 10, Ч 10. – С. 2140–2142.
69. Булат П.В., Продан Н.В. Обзор проектов детонационных двигателей. Импульсные двигатели. "Фундаментальные исследования", №10 (часть 9), 2013, с. 1951-1954.
70. Булат П.В., Продан Н. В. Обзор проектов детонационных двигателей. Ротационные детонационные двигатели. Журн.Фундаментальные исследования. №10, - 2013, - С.1672–1675.
71. Булат П.В., Продан Н.В. О низкочастотных расходных колебаниях донного давления. Фундаментальные исследования. 2013. № 4-3. С. 545-549.
72. Засухин О.Н., Булат П.В., Продан Н. В. История экспериментальных исследований донного давления. // Фундаментальные исследования. – 2011 – №12, Ч.3 – 670–74 С. http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=7981793.
73. Булат П.В., Усков В. .О задаче проектирования идеального диффузора для сжатия сверхзвукового потока. Фундаментальные исследования, 2012, №6(Ч. 1): с. 178–84. <http://www.rae.ru/fs/pdf/2012/6-1/29961.pdf>.