Оптимальное управление системой взаимосвязанных периодически нестационарных стохастических автоматов в нечетко заданных условиях[1]

Е. Н. Мосягина, М. К. Чирков, д. ф.-м. н.[2]
Санкт-Петербургский государственный университет
vakh@star.math.spbu.ru

Работа посвящена методике синтеза комплексного потактового оптимального управления конечным множеством периодически нестационарных стохастических автоматов, объединенных во взаимосвязанную систему, при условии задания для них в определенных тактах комплекса нечетко заданных целей и с учетом нестационарных взаимосвязанных нечетких ограничений для управляющих воздействий на автоматы, входящие в систему.

Ключевые слова: периодически нестационарный стохастический автомат, система автоматов, «нечеткая» среда, нечеткие условия, оптимальная стратегия.

1. Введение

В работе Р. Беллмана и Л. Заде [1] впервые была исследована задача синтеза оптимального пошагового воздействия на стационарный абстрактный стохастический автомат, функционирующий в достаточно простых, но нечетко заданных условиях. В работах [2-4] подобная, но более сложная задача, рассмотрена применительно к периодически нестационарным стохастическим автоматам общего вида, все элементы абстрактной структуры которых (алфавиты входов, выходов, состояний и элементы матриц переходов) сначала меняются от такта к такту в течение заданного предпериода, затем несколько раз меняются периодически с заданным периодом повторения и, наконец, опять меняются от такта к такту в течение конечного постпериода. При этом задаются несколько нечетких целей (в предпериоде, периоде и постпериоде), которые требуется по возможности достичь. В частности, в работе [4] задача вообще сведена

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 07-01-00355.
[2] © Е. Н. Мосягина, М. К. Чирков, 2008

к проблеме оценки оптимальности поведения такого периодически нестационарного автомата при его взаимодействии с нестационарной нечетко заданной средой. В данной работе в развитие исследований [2-4] рассматривается методика решения еще более сложной задачи синтеза комплекса оптимальных управляющих воздействий на целую систему взаимосвязанных периодически нестационарных стохастических автоматов общего вида, в которой при определении всего комплекса нечетких ограничений и нечетко заданных целей учитываются результаты функционирования всей системы автоматов в целом.

2. Основные определения

Периодически нестационарный обобщенный стохастический конечный автомат – это система

$$\mathcal{A}_{pv} = \langle X^{(\tau)}, A^{(\tau)}, Y^{(\tau)}, a_{i_0}, \{\mathbf{P}^{(\tau)}(x_s, y_l)\}, t_0, T, t_p \rangle, \tag{1}$$

где t_0 – длина предпериода; T – период повторения параметров структуры автомата; t_p – длина постпериода; $\tau = \tau(t)$ – структурный номер такта, который определяется через текущий номер такта $t = 0, 1, 2 \ldots$ следующим образом:

$$\tau = \begin{cases} t, & 0 < t \le t_0, \\ (t - t_0)(modT) + t_0, & t_0 + 1 \le t \le t_0 + nT, \\ (t - t_0)(modT) + t_0 + T - 1, & t_0 + nT + 1 \le t \le t_0 + nT + t_p, \end{cases} \tag{2}$$

где приняты ограничения $0 < t_0 < T$, $0 < t_p < T$, n – целое число повторений периода T, $n \ge 1$; $X^{(\tau)} = X^{(\tau(t))}$ – алфавит входных символов, допустимых в t-ом такте, $|X^{(\tau)}| = n_\tau$, $\tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1}$; $A^{(\tau)} = A^{(\tau(t))}$ – алфавит состояний автомата в t-ом такте, $|A^{(\tau)}| = m_\tau$, $\tau = \overline{0, t_0 + T + t_p - 1}$, a_{i_0} – начальное состояние, $a_{i_0} \in A^{(0)}$; $Y^{(\tau)} = Y^{(\tau(t))}$ – алфавит выходных символов, допустимых в t-ом такте, $|Y^{(\tau)}| = k_\tau$, $\tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1}$; $\{\mathbf{P}^{(\tau)}(x_s, y_l)\}$ – система $(m_{\tau(t-1)} \times m_{\tau(t)})$-матриц, $x_s \in X^{(\tau)}$, $y_l \in Y^{(\tau)}$, $\tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1}$, элементы которых задают условные вероятности перехода $P^{(\tau(t))}_{i_{t-1} i_t}(x_{s_t}, y_{l_t}) = P^{(\tau(t))}(a_{i_t} y_{l_t} | a_{i_{t-1}} x_{s_t})$ в такте t в состояние a_{i_t} с выдачей символа y_{l_t} для каждой пары $(a_{i_{t-1}}, x_{s_t})$, где $a_{i_{t-1}} \in A^{(\tau(t-1))}$, $a_{i_t} \in A^{(\tau(t))}$, $x_{s_t} \in X^{(\tau(t))}$, $y_{l_t} \in Y^{(\tau(t))}$.

Системой q периодически нестационарных обобщенных стохастических конечных автоматов назовем систему вида

$$\mathcal{A}_{pv}^{\nu} = \langle X_{\nu}^{(\tau)}, A_{\nu}^{(\tau)}, Y_{\nu}^{(\tau)}, a_{i_0}^{\nu}, \{\mathbf{P}_{\nu}^{(\tau)}(x_s^{\nu}, y_l^{\nu})\}, t_0, T, t_p \rangle, \ \nu = \overline{1,q}, \qquad (3)$$

где $a_{i_0}^{\nu} \in A_{\nu}^{(0)}$. Все q автоматов системы начинают действовать в момент времени $t = 0$, а затем функционируют одновременно в равные такты $t = 1, 2 \ldots$. Кроме того длины предпериода t_0, периода T и постпериода t_p для всех автоматов системы одинаковы.

«Нечеткая» среда – это система

$$\mathcal{C} = \langle \mathbf{C}^{\tau}, \tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1} \rangle, \qquad (4)$$

где $\mathbf{C}^{\tau} = (C_{\mathbf{l}_{\tau(t-1)}}^{\tau(t)}(x_{s_{\tau(t)}}^{\nu}))_{q,q}$ есть блочно-диагональная матрица из q блоков, являющихся $((k_{\tau(t-1)}^{1} \times \ldots \times k_{\tau(t-1)}^{q}) \times n_{\tau(t)}^{\nu})$-матрицами нечетких ограничений, устанавливаемых средой на входные символы $x_{s_t}^{\nu} \in X_{\nu}^{(\tau(t))}$, $\nu = \overline{1,q}$, автоматов системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$ в такте t, если в предыдущем такте система воздействовала на среду совокупностью выходных символов $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{\tau(t-1)}} = (y_{l_{\tau(t-1)}}^{1}, \ldots, y_{l_{\tau(t-1)}}^{q})$, где $y_{l_{\tau(t-1)}}^{\nu} \in Y_{\nu}^{(\tau(t-1))}$, $\nu = \overline{1,q}$. Элементы блоков матриц (4) тем самым представляют собой значения функций принадлежности $\mu_{\mathbf{l}_{t-1}}^{(\tau(t))}(x_{s_t}^{\nu}) \in [0,1]$ множества управляющих символов $x_{s_t}^{\nu}$ в зависимости от совокупности $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{\tau(t-1)}}$, $x_{s_t}^{\nu} \in X_{\nu}^{(\tau(t))}$, $y_{l_{t-1}}^{\nu} \in Y_{\nu}^{(\tau(t-1))}$, $\tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1}$, $\nu = \overline{1,q}$.

3. Постановка задачи

Пусть система автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$ (3), управляемая внешним «наблюдателем», находится во взаимодействии с некоторой средой $\mathcal{C}$. В каждом текущем такте $t-1$ система (3) выдает совокупность выходных символов $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}$, воздействующую на среду $\mathcal{C}$ таким образом, что та в свою очередь накладывает в такте t нечеткие ограничения $C_{\mathbf{l_{t-1}}}^{\tau(t)}(x_{s_t}^{\nu})$ на совокупность входных управляющих символов $\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_t} = (x_{s_t}^{1}, \ldots, x_{s_t}^{q})$, $x_{s_t}^{\nu} \in X_{\nu}^{(\tau(t))}$, подаваемых на систему внешним «наблюдателем» в зависимости от полученной в предыдущем $t-1$-ом такте совокупности выходных символов $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}$. Для каждого из автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$, $\nu = \overline{1,q}$, системы (3) задаются *нечеткие*

цели – нечеткие множества G_ν^N и G_ν^M, определяемые функциями принадлежности $\mu_{G_\nu^N}(a_i^\nu, y_l^\nu)$, $a_i^\nu \in A_\nu^{(N)}$, $y_l^\nu \in Y_\nu^{(N)}$, и $\mu_{G_\nu^M}(a_i^\nu, y_l^\nu)$, $a_i^\nu \in A_\nu^{(M)}$, $y_l^\nu \in Y_\nu^{(M)}$ в структурных тактах $\tau_N = N$ и $\tau_M = M$ таких, что

$$\tau_N = N = t_0, \qquad \tau_M = M = t_0 + T + t_p - 1.$$

Поскольку «наблюдатель» может управлять только всей системой в целом, для каждого структурного такта вводятся следующие нормирующие коэффициенты: а) $\lambda^{\tau(t)}(y_l^\nu, a_i^\nu)$ – коэффициенты, учитывающие важность одних состояний перед другими в условиях данной задачи и позволяющие получать функции принадлежности нечетких целей $\mu_{G_\nu^{\tau(t)}}(y_l^\nu)$, зависимыми только от выходного символа y_l^ν для каждого из q автоматов системы; б) $\lambda^{\tau(t)}(y_l, \nu)$ – коэффициенты, учитывающие важность полученных значений $\mu_{G_\nu^{\tau(t)}}(y_l^\nu)$ среди значений функций принадлежности нечетких целей всех автоматов системы (3) и позволяющие получать значения функций принадлежности нечетких целей $\mu_{G^{\tau(t)}}(y_l)$ для всей системы в независимости от номера автомата ν.

Кроме того необходимо отметить, что «наблюдателю» неизвестны реально получаемые состояния в которых находятся автоматы системы в каждом текущем такте $t > 0$ (кроме тактов t_N и t_M, поскольку как он так и среда воспринимают только реакцию системы автоматов в предыдущем такте. Поэтому задача заключается в нахождении векторов оптимальных входных воздействий в структурных тактах $\tau = \overline{1, t_0 + T + t_p - 1}$, позволяющих оценить сверху и снизу степень достижения заданных целей в тактах t_N и t_M. Каждая последовательность векторов воздействий при этом будет строится для достижения максимально возможных оценок степени принадлежности результата очередной заданной цели при условии получения оптимальных решений на предыдущих этапах.

4. Метод решения задачи

Разобьем заданную систему автоматов $\mathcal{A}_{pv}^\nu$ (3), $\nu = \overline{1, q}$ на три части $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$, $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$ и $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'''}$, в соответствии со структурными тактами предпериода $\tau = 0, 1, \ldots, N$, периода $\tau = N, N+1, \ldots, N+T-1, N$,

и постпериода $\tau = N, N+T, \ldots, M$. Таким разбиением мы фактически получаем последовательность из трех систем $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$, $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$ и $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'''}$, для каждой из которых будем искать вектора оптимальных входных воздействий. Решение поставленной задачи начнем с нахождения последовательностей векторов оптимальных воздействий для системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$ с начальными состояниями $a_{i_0}^{\nu} \in A_{\nu}^{(0)}$ и фиксированным временем окончания процесса $t = N$. При этом известны: нечеткие ограничения, устанавливаемые средой $\mathcal{C}$ при $t = \tau = \overline{0, N}$; нечеткая цель в момент времени $t = N$, заданная в виде блочно-диагональной матрицы из q блоков, каждый из которых является $(m_N^{\nu} \times k_N^{\nu})$-матрицей функции принадлежности нечеткой цели $\mu_{G_{\nu}^N}(a_i^{\nu}, y_l^{\nu})$, $a_i^{\nu} \in A_{\nu}^{(N)}$, $y_l^{\nu} \in Y_{\nu}^{(N)}$; блочно-диагональные матрицы нормирующих коэффициентов $\lambda^N(y_l^{\nu}, a_i^{\nu})$ и $\lambda^N(y_l, \nu)$ с q блоками размерности $(k_N^{\nu} \times m_N^{\nu})$ и $(k_N^{\nu} \times q)$ соответственно.

Прежде всего с помощью нормирующих коэффициентов $\lambda^N(y_l^{\nu}, a_i^{\nu})$ и $\lambda^N(y_l, \nu)$ найдем функцию принадлежности нечеткой цели $\mu_{G^N}(y_l)$, $y_l \in Y^{(N)}$, $Y^{(N)} = \bigcup_{\nu} Y_{\nu}^{(N)}$ для всей системы (3) в целом независимо от номеров автоматов входящих в эту систему и состояний в которых они могут находятся.

$$\mu_{G_{\nu}^N}(y_l^{\nu}) = \sum_{a_i^{\nu}} \lambda^N(y_l^{\nu}, a_i^{\nu}) \mu_{G_{\nu}^N}(a_i^{\nu}, y_l^{\nu}), \tag{5}$$

$$\mu_{G^N}(y_l) = \sum_{\nu} \lambda^N(y_l, \nu) \mu_{G_{\nu}^N}(y_{l_N}^{\nu}). \tag{6}$$

Далее представим решение в виде

$$D = C^1 \cap \ldots \cap C^N \cap G^N,$$

где $C^1 = C_{\mathbf{l}_0}^1(x_{s_1}^{\nu})$ – ограничение, накладываемое на входной вектор $\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1}$, независимо от выходного символа, т. к. в такте $t = 0$ для каждого автомата системы единственным выходным символом является «пустой» символ $y_{l_0}^{\nu} = e$.

Пусть управляющее воздействие на систему (3) имеет вид $\mathbf{w} = \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1}, \ldots \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}$, а реакция автомата $\mathbf{v} = \widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_1}, \ldots \widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}$, тогда

$$\mu_D(\mathbf{w}|\mathbf{v}) = \min(\mu_{\mathbf{e}}^{(1)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1}), \ldots, \mu_{\mathbf{l}_{N-1}}^{(N)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}), E\mu_{G^N}). \tag{7}$$

где $E\mu_{G_\nu^N}$, $\nu = \overline{1,q}$ есть условное математическое ожидание нечеткой цели G^N, определяемое по формуле:

$$E\mu_{G^N} = \sum_{y_{l_N}} P_\nu^{(N)}(y_{l_N}|a_{i_{N-1}}^\nu x_{s_N}^\nu)\mu_{G^N}(y_{l_N}). \tag{8}$$

Необходимо оценить величину μ_D в зависимости от входных последовательностей векторов $\mathbf{w}$. Представим решение в виде $\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_t} = \pi_{\tau(t)}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}})$, $t = \overline{1,N}$, где $\pi_{\tau(t)}$ – принятое правило выбора $\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_t}$ в зависимости от $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}$. Назовем это правило *оптимальной стратегией*. Кроме того необходимо учитывать, что величина μ_D может быть представлена только как интервал ее нижней и верхней оценок, т. к. «наблюдатель» управляет системой автоматов в такте t только исходя из получаемой им реакции системы $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}$ в предыдущем такте, а состояния $a_{i_{t-1}}^\nu \in A_\nu^{(\tau(t-1))}$ в которых находятся автоматы системы ему не известны. Для построения искомой последовательности применим метод динамического программирования [5].

Пусть $\mathbf{w}^{opt}$ — последовательность векторов входных символов, которая дает возможность получить максимальные нижние и верхние оценки μ_D. Тогда

$$\mu_D(\mathbf{w^{opt}}|\mathbf{v}) = \max_{\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1},\ldots,\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}} \min(\mu_{\mathbf{e}}^{(1)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1}),\ldots,\mu_{\mathbf{l}_{N-1}}^{(N)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}), E\mu_{G^N}), \tag{9}$$

где величина $E\mu_{G_\nu^N}$ есть функция от $a_{i_{N-1}}^\nu$, $x_{s_N}^\nu$. Обозначим

$$\mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}) = \min(\mu_{\mathbf{l}_{N-1}}^{(N)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}), E\mu_{G^N}), \tag{10}$$

$$\mu_{G^{N-1}}(a_{i_{N-1}}^\nu, y_{l_{N-1}}^\nu) = \max_{\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}} \mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}), \tag{11}$$

где $\mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}})$ при фиксированном $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}$, $y_{l_{N-1}}^\nu \in Y_\nu^{(\tau(N-1))}$ есть функция от $a_{i_{N-1}}^\nu$, $x_{s_N}^\nu$. Для поиска $\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}$ и соответствующих им оценок величин $\mu_{G_\nu^{N-1}}(a_{i_{N-1}}^\nu, y_{l_{N-1}}^\nu)$ воспользуемся следующей процедурой.

Образуем блочно-диагональные таблицы величин $\mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}})$, $y_{l_{N-1}}^\nu \in Y_\nu^{(\tau(N-1))}$, таким образом, чтобы каждая таблица включала q блоков значений $\mu_{G_\nu^{N-1}}(y_{l_{N-1}}^\nu)$ по числу автоматов системы

(3). Строки введенных таблиц будут соответствовать различным состояниям $a^{\nu}_{i_{N-1}} \in A^{(\tau(N-1))}_{\nu}$, а столбцы — входным воздействиям $x^{\nu}_{s_N} \in X^{(\tau(N))}_{\nu}$. Далее в каждой строке $a^{\nu}_{i_{N-1}}$, $a^{\nu}_{i_{N-1}} \in A^{(\tau(N-1))}_{\nu}$, таблицы $\mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}})$ выберем максимальный элемент и выделим столбцы, содержащие хотя бы один выбранный элемент. Наборы таких, выбранных из каждого блока таблицы $\mu_{G^{N-1}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}})$ столбцов $x^1_{s_N} \dots x^q_{s_N}$ будут соответствовать возможному значению $\pi_N(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}) = \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_N}$ и оценке

$$\mu_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}) \in [\mu^{min}_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}), \mu^{max}_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}})],$$

где

$$\mu^{min}_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}) = \min_{a^{\nu}_{i_{N-1}}} \mu_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}),$$

$$\mu^{max}_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}) = \max_{a^{\nu}_{i_{N-1}}} \mu_{G^{N-1}_{\nu}}(y^{\nu}_{l_{N-1}}).$$

Возможны два случая: а) Если в каждой таблице выделены ровно q столбцов, то построенная стратегия сразу является оптимальной и из полученных столбцов образуется таблица функций $\mu_{G^{N-1}}(a^{\nu}_{i_{N-1}}, y^{\nu}_{l_{N-1}})$ по следующему правилу. Поочередно фиксируется каждая компонента вектора $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}$, начиная с первой, для всех $\nu = \overline{1,q}$ и каждый из соответствующих ей $y^{\nu}_{l_{N-1}} \in Y^{(\tau(N-1))}_{\nu}$. Из всех выделенных ранее столбцов выбираются только те, которые принадлежат блокам с номером фиксированной ν-ой компоненты вектора $\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-1}}$ таблиц, соответствующих фиксированному $y^{\nu}_{l_{N-1}}$. Образуется новый столбец, состоящий из максимальных по строкам $a^{\nu}_{i_{N-1}}$ элементов отобранных столбцов. Он записывается в таблицу $\mu_{G^{N-1}}(a^{\nu}_{i_{N-1}}, y^{\nu}_{l_{N-1}})$, строки которой соответствуют различным состояниям, а столбцы – выходным символам. Таким образом таблица заполняется для всех $\nu = \overline{1,q}$ и $y^{\nu}_{l_{N-1}} \in Y^{(\tau(N-1))}_{\nu}$; б) Если же в каком-то из блоков составленных таблиц выделены несколько столбцов, то из них выбирается тот столбец, который соответствует большему значению при умножении на нормирующие коэффициенты $\lambda^{(N-1)}(y^{\nu}_{l}, a^{\nu}_{i})$. Таким образом каждая таблица будет содержать ровно q столбцов. Построение же таблицы $\mu_{G^{N-1}}(a^{\nu}_{i_{N-1}}, y^{nu}_{l_{N-1}})$ аналогично п. а). Тогда равенство (9) сводится к виду

$$\mu_D(\mathbf{w^{opt}}|\mathbf{v}) =$$

$$=\max_{\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1},\ldots\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_{N-1}}} \min(\mu_{\mathbf{e}}^{(1)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_1}),\ldots,\mu_{\mathbf{l}_{N-2}}^{(N-1)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_{N-1}}),\mu_{G^{N-1}}(a_{i_{N-1}}^{\nu},y_{l_{N-1}}^{\nu})).$$

Повторяя процесс обратных итераций, получаем систему рекуррентных уравнений

$$\mu_{G^{N-\gamma}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-\gamma}}) = \min(\mu_{l_{N-\gamma}}^{(N-\gamma+1)}(\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_{N-\gamma+1}}), E\mu_{G^{N-\gamma+1}}),$$

$$\mu_{G^{N-\gamma}}(a_{i_{N-\gamma}}^{\nu},y_{l_{N-\gamma}}^{\nu}) = \max_{\widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_{N-\gamma+1}}} \mu_{G^{N-\gamma}}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-\gamma}}), \tag{12}$$

где

$$E\mu_{G^{N-\gamma+1}} = \sum_{(y_{l_{N-\gamma+1}})} P_{\nu}^{(N-\gamma+1)}(y_{l_{N-\gamma+1}}|a_{i_{N-\gamma}}^{\nu}x_{s_{N-\gamma+1}}^{\nu})\times \tag{13}$$

$$\times\mu_{G^{N-\gamma+1}}(a_{i_{N-\gamma+1}}^{\nu},y_{l_{N-\gamma+1}}^{\nu}).$$

Искомые последовательности векторов $\mathbf{w^{opt}}$ для различных векторов реакций системы $\mathbf{v}$ получаются последовательным нахождением значений стратегии $\pi_{N-\gamma+1}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{N-\gamma}}) = \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_{N-\gamma+1}},\ \gamma = \overline{1,N}$, соответствующих наилучшим оценкам $\mu_{G^{N-\gamma}}(a_{i_{N-\gamma}}^{\nu},y_{l_{N-\gamma}}^{\nu})$.

Теперь будем рассматривать периодическую часть системы автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$ (3) как новую систему автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$. Зафиксируем время начала $t = N$ и окончания процесса $t = N+T$. В качестве начальных условий для системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$ выберем состояния и выходные символы $y_{l_N}^{\nu}$ системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$ в момент времени $t = N$. Оптимальные стратегии для системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$ при этом строятся тем же методом, что и для системы $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$.

Для системы автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'''}$ с фиксированным временем начала $t = N+T$ и окончания процесса $t = M$, начальными состояниями и выходными символами, соответствующими системе автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$ при $t = N+T$, искомые оптимальные последовательности векторов воздействий строятся также как для систем автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu'}$ и $\mathcal{A}_{pv}^{\nu''}$.

В результате для всех структурных тактов системы автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$ (3) будут построены соответствующие оптимальные стратегии.

5. Пример

В качестве примера рассмотрим систему автоматов A_{pv}^{ν}, $\nu = \overline{1,2}$ вида (3), у которых $t_0 = 2$, $T = 3$, $t_p = 2$. Алфавиты входных символов, состояний и выходных символов

для автомата A_{pv}^{1}:

$X_1^{(1)} = \{x_1, x_2\}$, $X_1^{(2)} = X_1^{(3)} = X_1^{(5)} = \{x_2, x_4\}$, $X_1^{(4)} = \{x_2, x_5, x_6\}$, $X_1^{(6)} = \{x_1, x_2, x_3\}$, $A_1^{(0)} = A_1^{(1)} = A_1^{(3)} = A_1^{(4)} = A_1^{(5)} = A_1^{(6)} = \{a_1, a_2\}$, $A_1^{(2)} = \{a_1, a_2, a_3\}$, $Y_1^{(1)} = Y_1^{(3)} = Y_1^{(4)} = Y_1^{(5)} = \{y_1, y_2\}$, $Y_1^{(2)} = \{y_2, y_3\}$, $Y_1^{(6)} = \{y_1, y_3\}$;

для автомата A_{pv}^{2}:

$X_2^{(1)} = \{x_5, x_6\}$, $X_2^{(2)} = \{x_3, x_4\}$, $X_2^{(3)} = X_2^{(5)} = \{x_1, x_3\}$, $X_2^{(4)} = \{x_2, x_4\}$, $X_2^{(6)} = \{x_2, x_5, x_6\}$, $A_2^{(0)} = A_2^{(2)} = A_2^{(3)} = A_2^{(5)} = A_2^{(6)} = \{a_1, a_2\}$, $A_2^{(1)} = A_2^{(4)} = \{a_1, a_2, a_3\}$, $Y_2^{(1)} = Y_2^{(2)} = Y_2^{(4)} = Y_2^{(6)} = \{y_1, y_2\}$, $Y_2^{(3)} = Y_2^{(5)} = \{y_1, y_2, y_3\}$.

Блочно-диагональные матрицы вероятностей переходов $P^{(\tau)}(x_s^{\nu}, y_l^{\nu})$, $\tau = \overline{1,6}$, $\nu = \overline{1,2}$, состоящие из q блоков, по числу автоматов системы, имеют вид (индексы $\nu = \overline{1,2}$, соответствующие номерам автоматов системы, опущены):

$\mathbf{P}^{(1)}$	y_1		y_2		y_1			y_2		
x_1	0,2	0,3	0,4	0,1	–	–	–	–	–	–
	0,9	0	0	0,1	–	–	–	–	–	–
x_2	0,2	0,4	0,4	0	–	–	–	–	–	–
	0,5	0,2	0,1	0,2	–	–	–	–	–	–
x_5	–	–	–	–	0	0,1	0	0,4	0,1	0,4
	–	–	–	–	0,2	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2
x_6	–	–	–	–	0,1	0	0,2	0,4	0,2	0,1
	–	–	–	–	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2

$\mathbf{P}^{(2)}$	y_1			y_3			y_1		y_2	
x_2	0,2	0,1	0,4	0,2	0	0,1	–	–	–	–
	0,1	0,3	0	0,1	0,4	0,1	–	–	–	–
x_4	0	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2	–	–	–	–
	0,1	0,2	0,2	0	0,3	0,2	–	–	–	–
x_3	–	–	–	–	–	–	0,1	0,3	0,4	0,2
	–	–	–	–	–	–	0,2	0	0,7	0,1
	–	–	–	–	–	–	0,4	0,1	0	0,5
x_4	–	–	–	–	–	–	0	0,7	0,1	0,2
	–	–	–	–	–	–	0,2	0,3	0,4	0,1
	–	–	–	–	–	–	0,6	0	0	0,4

$\mathbf{P}^{(3)}, \mathbf{P}^{(5)}$	y_1		y_2		y_1		y_2		y_3	
x_2	0,3	0,2	0,1	04	–	–	–	–	–	–
	0	0,4	0,5	0,1	–	–	–	–	–	–
	0,7	0	0	0,3	–	–	–	–	–	–
x_4	0,1	0,1	0,4	0,4	–	–	–	–	–	–
	0,3	0	0	0,7	–	–	–	–	–	–
	0,1	0	0,9	0	–	–	–	–	–	–
x_1	–	–	–	–	0,2	0,1	0	0,3	0,2	0,2
	–	–	–	–	0	0,4	0,4	0	0,1	0,1
x_3	–	–	–	–	0,1	0,2	0,5	0,1	0,1	0
	–	–	–	–	0,6	0	0,1	0	0,2	0,1

$\mathbf{P}^{(4)}$	y_1		y_2		y_1			y_2		
x_2	0,3	0,1	0,4	0,2	–	–	–	–	–	–
	0,1	0,5	0	0,4	–	–	–	–	–	–
x_5	0	0,5	0,2	0,3	–	–	–	–	–	–
	0,3	0,4	0,3	0	–	–	–	–	–	–
x_6	0,2	0,3	0,3	0,2	–	–	–	–	–	–
	0,2	0	0,8	0	–	–	–	–	–	–
x_2	–	–	–	–	0,1	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1
	–	–	–	–	0	0	0,4	0,4	0	0,2
x_4	–	–	–	–	0	0,3	0	0,4	0,1	0,2
	–	–	–	–	0,1	0	0	0,5	0	0,4

$\mathbf{P}^{(6)}$	y_1		y_3		y_1		y_2	
x_1	0,1	0,2	0,6	0,1	–	–	–	–
	0,1	0,7	0	0,2	–	–	–	–
x_2	0,4	0,3	0,1	0,2	–	–	–	–
	0	0,3	0,4	0,3	–	–	–	–
x_3	0	0,7	0,2	0,1	–	–	–	–
	0,3	0,1	0	0,6	–	–	–	–
x_2	–	–	–	–	0,7	0,1	0,1	0,1
	–	–	–	–	0,2	0,3	0,3	0,2
x_5	–	–	–	–	0,2	0	0,6	0,2
	–	–	–	–	0,1	0,5	0,3	0,1
x_6	–	–	–	–	0,1	0,2	0,2	0,5
	–	–	–	–	0	0,8	0,2	0

Автоматы системы A^{ν}_{pv}, $\nu = \overline{1,2}$, заданные таким образом, могут быть представлены в виде следующего структурного графа:

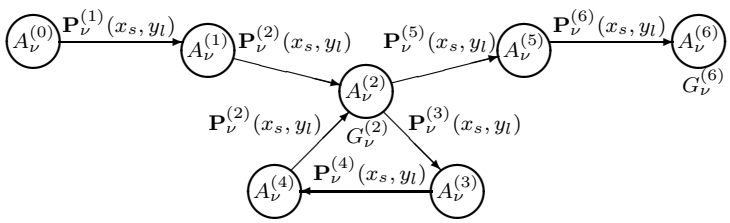

Рис. 1.

Для структурных тактов $\tau^{\nu}_{N} = N = 2$ и $\tau^{\nu}_{M} = M = 6$, $\nu = \overline{1,2}$ заданы нечеткие цели, определяемые блочно-диагональными матрицами функций принадлежности μ_{G^2}, μ_{G^6} со значениями

μ_{G^2}	y_2	y_3	y_1	y_2
a_1	0,92	0,5	–	–
a_2	0,55	0,4	–	–
a_3	0,94	0,6	–	–
a_1	–	–	0,8	0,98
a_2	–	–	0,6	0,88

μ_{G^6}	y_1	y_3	y_1	y_2
a_1	0,9	0,9	–	–
a_2	0,7	0,5	–	–
a_1	–	–	0,7	0,9
a_2	–	–	0,85	0,6

(14)

Система автоматов $\mathcal{A}_{pv}^{\nu}$ взаимодействует с нечеткой средой $\mathcal{C}$, которая, принимая совокупность выходных символов системы $\widetilde{\mathbf{y}}\mathbf{1}_{\tau(t-1)}$, накладывает следующие нечеткие ограничения $\mathbf{C}^{\tau}$ на входные символы $x_{s_{\tau(t)}}^{\nu}$ в структурных тактах $\tau = \overline{1,6}$

$\mu^{(1)}$	x_1	x_2	x_5	x_6
(e,e)	0,7	0,6	–	–
(e,e)	–	–	0,8	0,9

$\mu^{(2)}$	x_2	x_4	x_3	x_4
(y_1,y_1)	0,5	0,8	–	–
(y_1,y_2)	0,6	0,5	–	–
(y_2,y_1)	0,4	0,6	–	–
(y_2,y_2)	0,7	0,9	–	–
(y_1,y_1)	–	–	0,9	0,7
(y_1,y_2)	–	–	0,6	0,9
(y_2,y_1)	–	–	0,8	0,5
(y_2,y_2)	–	–	0,4	1

$\mu^{(3)},\mu^{(5)}$	x_2	x_4	x_1	x_3
(y_2,y_1)	0,4	0,5	–	—
(y_2,y_2)	0,9	0,4	–	–
(y_3,y_1)	0,6	0,7	–	–
(y_3,y_2)	0,8	0,6	–	–
(y_2,y_1)	–	–	0,6	0,5
(y_2,y_2)	–	–	0,8	0,7
(y_3,y_1)	–	–	0,4	0,8
(y_3,y_2)	–	–	0,7	0,6

$\mu^{(4)}$	x_2	x_5	x_6	x_2	x_4
(y_1,y_1)	0,7	0,8	0,6	–	–
(y_1,y_2)	0,4	0,5	0,7	–	–
(y_1,y_3)	0,6	1	0,5	–	–
(y_2,y_1)	0,9	0,6	0,5	–	–
(y_2,y_2)	0,9	0,8	1	–	–
(y_2,y_3)	0,4	0,7	1	–	–
(y_1,y_1)	–	–	–	0,4	1
(y_1,y_2)	–	–	–	0,9	0,8
(y_1,y_3)	–	–	–	0,8	0,7
(y_2,y_1)	–	–	–	0,4	0,7
(y_2,y_2)	–	–	–	0,7	0,4
(y_2,y_3)	–	–	–	0,6	0,9

$\mu^{(6)}$	x_1	x_2	x_3	x_2	x_5	x_5
(y_1, y_1)	0,6	0,4	0,7	–	–	–
(y_1, y_2)	0,5	0,6	0,6	–	–	–
(y_1, y_3)	0,7	0,8	0,9	–	–	–
(y_2, y_1)	0,9	0,8	1	–	–	–
(y_2, y_2)	1	0,4	0,5	–	–	–
(y_2, y_3)	0,7	0,8	0,4	–	–	–
(y_1, y_1)	–	–	–	0,6	0,7	0,8
(y_1, y_2)	–	–	–	0,7	0,8	1
(y_1, y_3)	–	–	–	0,4	0,6	0,8
(y_2, y_1)	–	–	–	1	0,9	0,6
(y_2, y_2)	–	–	–	0,7	0,8	0,7
(y_2, y_3)	–	–	–	0,8	0,9	0,6

$\lambda^1(y_l^\nu, a_i^\nu)$	a_1	a_2	a_1	a_2	a_3
y_1	5/6	1/6	–	–	–
y_2	3/4	1/4	–	–	–
y_1	–	–	1/4	1/2	1/4
y_2	–	–	3/8	3/8	1/4

$\lambda^1(y_l, \nu)$	1	2
y_1	1/5	4/5
y_2	3/5	2/5

$\lambda^2(y_l^\nu, a_i^\nu)$	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2
y_2	3/10	3/5	1/10	–	–
y_3	9/10	1/2	1/20	–	–
y_1	–	–	–	1/2	1/2
y_2	–	–	–	7/10	3/10

$\lambda^2(y_l, \nu)$	1	2
y_1	–	1
y_2	1/5	4/5
y_3	1	–

$\lambda^3(y_l^\nu, a_i^\nu)$	a_1	a_2	a_1	a_2
y_1	1/2	1/2	–	–
y_2	1/4	3/4	–	–
y_1	–	–	3/4	1/4
y_2	–	–	3/7	4/7
y_3	–	–	3/7	4/7

$\lambda^3(y_l, \nu)$	1	2
y_1	3/5	2/5
y_2	6/7	1/7
y_3	–	1

$$\lambda^4(y_l^\nu, a_i^\nu) = \lambda^2(y_l^\nu, a_i^\nu), \ \lambda^4(y_l, \nu) = \lambda^2(y_l, \nu)$$

$\lambda^5(y_l^\nu, a_i^\nu)$	a_1	a_2	a_1	a_2
y_1	2/3	1/3	–	–
y_2	2/9	7/9	–	–
y_1	–	–	2/3	1/3
y_2	–	–	5/6	1/6
y_3	–	–	1/2	1/2

$\lambda^5(y_l, \nu)$	1	2
y_1	1/4	3/4
y_2	4/5	1/5
y_3	–	1

$\lambda^6(y_l^\nu, a_i^\nu)$	a_1	a_2	a_1	a_2
y_1	1/4	3/4	–	–
y_3	3/7	4/7	–	–
y_1	–	–	1/8	7/8
y_2	–	–	1/3	2/3

$\lambda^6(y_l, \nu)$	1	2
y_1	1/5	4/5
y_2	–	1
y_3	1	–

Рассмотрим сначала такты $t = 1, 2$, приводящие к первому попаданию в структурный такт $\tau_N = 2$. По формулам (5) и (6), определим значения функции принадлежности нечеткой цели всей системы в целом независимо от состояний, в которых находятся автоматы системы:

	y_1	y_2	y_3
$\mu_{G_1^2}$	–	0,7	0,5
$\mu_{G_2^2}$	0,7	0,95	–

	y_1	y_2	y_3
μ_{G^2}	0,7	0,9	0,5

Далее, используя (8), найдем математическое ожидание нечеткой цели $\mu_{G^2}(a_{i_2}^\nu, y_{l_2}^\nu)$

$E\mu_{G^2}$	a_1	a_2	a_1	a_2	a_3
x_2	0,64	0,58	–	–	–
x_4	0,54	0,6	–	–	–
x_3	–	–	0,82	0,86	0,8
x_4	–	–	0,76	0,8	0,78

и подставляя полученные значения в формулу (10) составим следующие таблицы значений $\mu_{G^1}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l_1}})$:

$\mu_{G^1}((y_1, y_1))$	x_2	x_4	x_3	x_4
a_1	0,5	**0,54**	–	–
a_2	0,5	**0,6**	–	–
a_1	–	–	**0,82**	0,7
a_2	–	–	**0,86**	0,7
a_3	–	–	**0,8**	0,7

$\mu_{G^1}((y_1,y_2))$	x_2	x_4	x_3	x_4
a_1	**0,6**	0,5	–	–
a_2	**0,58**	0,5	–	–
a_1	–	–	0,6	**0,76**
a_2	–	–	0,6	**0,8**
a_3	–	–	0,6	**0,78**

$\mu_{G^1}((y_2,y_1))$	x_2	x_4	x_3	x_4
a_1	0,4	**0,54**	–	–
a_2	0,4	**0,6**	–	–
a_1	–	–	**0,8**	0,5
a_2	–	–	**0,8**	0,5
a_3	–	–	**0,8**	0,5

$\mu_{G^1}((y_2,y_2))$	x_2	x_4	x_3	x_4
a_1	**0,64**	**0,54**	–	–
a_2	**0,58**	**0,6**	–	–
a_1	–	–	0,4	**0,76**
a_2	–	–	0,4	**0,8**
a_3	–	–	0,4	**0,78**

В полученных таблицах выделим те столбцы $x^{\nu}_{s_2}$, которые содержат хотя бы один максимальный элемент по строкам $a^{\nu}_{i_1}$. В соответствии с выделенными столбцами найдем возможные стратегии $\pi_2((y^1_{l_1}, y^2_{l_1})) = (x^1_{s_2}, x^2_{s_2})$ в структурном такте $\tau = 2$. Т. к. первый блок таблицы значений $\mu_{G^1}((y_2,y_2))$ содержит два выделенных столбца, необходимо выбрать тот из них, который соответствует оптимальной стратегии. Умножим строку нормирующих коэффициентов $\lambda^1(y^1_2, a^1_i)$ на каждый из выделенных столбцов, т. е. на матрицу $\mu_{G^1_1}((y_2,y_2))$, в результате получим

$$(3/4 \quad 1/4)\begin{pmatrix} \mathbf{0,64} & \mathbf{0,54} \\ \mathbf{0,58} & \mathbf{0,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0,625} & 0,555 \end{pmatrix}$$

Значения первого столбца больше значений второго следовательно, в первом блоке таблицы $\mu_{G^1}((y_2,y_2))$ столбец $(0,64, 0,58)^T$ соответствует оптимальной стратегии. Выпишем полученные оптимальные стратегии и промежутки, в которые попадают значения $\mu_{G^1_\nu}(y^{\nu}_{l_1})$

$$\begin{array}{ll}
\pi_2((y_1,y_1)) = (x_4, x_3) & \mu_{G^1_1}(y_1) \in [0,6; 0,6] \\
\pi_2((y_1,y_2)) = (x_2, x_4) & \mu_{G^1_1}(y_2) \in [0,6; 0,64] \\
\pi_2((y_2,y_1)) = (x_4, x_3) & \mu_{G^1_2}(y_1) \in [0,8; 0,86] \\
\pi_2((y_2,y_2)) = (x_2, x_4) & \mu_{G^1_2}(y_2) \in [0,76; 0,8]
\end{array}$$

Из полученных столбцов таблиц $\mu_{G^1}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_1})$ составим таблицу для $\mu_{G^1}(a^{\nu}_{i_1}, y^{\nu}_{l_1})$,

μ_{G^1}	y_1	y_2	y_1	y_2
a_1	0,6	0,64	–	–
a_2	0,6	0,6	–	–
a_1	–	–	0,82	0,76
a_2	–	–	0,86	0,8
a_3	–	–	0,8	0,78

Представим ее независимой от состояний автоматов системы с помощью нормирующих коэффициентов $\lambda^1(y^{\nu}_l, a^{\nu}_i)$ и $\lambda^1(y_l, \nu)$

	y_1	y_2
$\mu_{G^1_1}$	0,6	0,63
$\mu_{G^1_2}$	0,835	0,78

	y_1	y_2
μ_{G^1}	0,788	0,69

и подсчитываем $E\mu_{G^1}$ по формуле (13).

$E\mu_{G^1}$	a_1	a_2	a_1	a_2
x_1	0,739	0,7782	–	–
x_2	0,7488	0,7586	–	–
x_5	–	–	0,6998	0,7292
x_6	–	–	0,7194	0,739

Тогда таблица значений $\mu_{G^0}((e,e))$ примет вид:

$\mu_{G^0}((e,e))$	x_1	x_2	x_5	x_6
a_1	**0,7**	0,6	–	–
a_2	**0,7**	0,6	–	–
a_1	–	–	0,6998	**0,7194**
a_2	–	–	0,7292	**0,739**

откуда, выбирая столбцы с максимальными элементами, находим оптимальную стратегию

$$\pi_1((e,e)) = (x_1, x_6) \qquad \begin{array}{l} \mu_{G^0_1}(e) \in [0,6; 0,6] \\ \mu_{G^0_2}(e) \in [0,7194; 0,739] \end{array}$$

Таким образом для структурных тактов $\tau = 1, 2$ оптимальные стратегии управления построены.

Для структурных тактов $\tau(t) = 3, 4, 2$, вторично приводящих автомат в структурный такт $\tau_N = 2$ при условии, что он является начальным, порядок действий аналогичен предыдущему и приводит к следующим результатам:

t	$\tau(t)$	$\pi_{\tau(t)}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}) = \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_t}$	$\mu_{G_\nu^{t-1}}(y^\nu_{l_{t-1}})$
5	2	$\pi'_2((y_1, y_1)) = (x_4, x_3)$	$\mu_{G_1^4}(y_1) \in [0,6; 0,6]$
		$\pi'_2((y_1, y_2)) = (x_2, x_4)$	$\mu_{G_1^4}(y_2) \in [0,6; 0,64]$
		$\pi'_2((y_2, y_1)) = (x_4, x_3)$	$\mu_{G_2^4}(y_1) \in [0,8; 0,86]$
		$\pi'_2((y_2, y_2)) = (x_2, x_4)$	$\mu_{G_2^4}(y_2) \in [0,76; 0,8]$
4	4	$\pi_4((y_1, y_1)) = (x_5, x_4)$	$\mu_{G_1^3}(y_1) \in [0,739; 0,7586]$
		$\pi_4((y_1, y_2)) = (x_6, x_2)$	$\mu_{G_1^3}(y_2) \in [0,739; 0,7586]$
		$\pi_4((y_1, y_3)) = (x_5, x_2)$	$\mu_{G_2^3}(y_1) \in [0,6998; 0,7194]$
		$\pi_4((y_2, y_1)) = (x_2, x_4)$	$\mu_{G_2^3}(y_2) \in [0,7292; 0,7586]$
		$\pi_4((y_2, y_2)) = (x_5, x_2)$	$\mu_{G_2^3}(y_3) \in [0,7292; 0,7586]$
		$\pi_4((y_2, y_3)) = (x_6, x_4)$	
3	3	$\pi_3((y_2, y_1)) = (x_4, x_1)$	$\mu_{G_1^2}(y_2) \in [0,740156; 0,74354]$
		$\pi_3((y_2, y_2)) = (x_2, x_1)$	$\mu_{G_1^2}(y_3) \in [0,740156; 0,74354]$
		$\pi_3((y_3, y_1)) = (x_4, x_3)$	$\mu_{G_2^2}(y_1) \in [0,738788; 0,745904]$
		$\pi_3((y_3, y_2)) = (x_2, x_1)$	$\mu_{G_2^2}(y_2) \in [0,743192; 0,742844]$

И наконец, для постпериода и структурных тактов $\tau(t) = 5, 6$, приводящих автомат в структурный такт $\tau_M = 6$, получаем

t	$\tau(t)$	$\pi_{\tau(t)}(\widetilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}_{t-1}}) = \widetilde{\mathbf{x}}_{\mathbf{s}_t}$	$\mu_{G_\nu^{t-1}}(y^\nu_{l_{t-1}})$
7	6	$\pi_6((y_1, y_1)) = (x_3, x_6)$	$\mu_{G_1^6}(y_1) \in [0,816; 0,843]$
		$\pi_6((y_1, y_2)) = (x_2, x_6) \vee (x_3, x_6)$	$\mu_{G_1^6}(y_2) \in [0,807; 0,852]$
		$\pi_6((y_1, y_3)) = (x_3, x_6)$	$\mu_{G_2^6}(y_1) \in [0,882; 0,894]$
		$\pi_6((y_2, y_1)) = (x_1, x_5)$	$\mu_{G_2^6}(y_2) \in [0,876; 0,891]$
		$\pi_6((y_2, y_2)) = (x_1, x_5)$	$\mu_{G_2^6}(y_3) \in [0,882; 0,894]$
		$\pi_6((y_2, y_3)) = (x_2, x_5)$	
6	5	$\pi_5((y_2, y_1)) = (x_4, x_1)$	$\mu_{G_1^5}(y_2) \in [0,861; 0,869]$
		$\pi_5((y_2, y_2)) = (x_2, x_1)$	$\mu_{G_1^5}(y_3) \in [0,8; 0,8]$
		$\pi_5((y_3, y_1)) = (x_4, x_3)$	$\mu_{G_2^2}(y_1) \in [0,8; 0,8]$
		$\pi_5((y_3, y_2)) = (x_2, x_1)$	$\mu_{G_2^2}(y_2) \in [0,8; 0,8]$

Список литературы

[1] *Беллман Р., Заде Л.* Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир. 1976. С. 172-215.

[2] *Мосягина Е. Н., Чирков М. К.* Оптимальные стратегии воздействия на периодически нестационарный стохастический автомат в нечетко заданных условиях // Стохастическая оптимизация в информатике. Вып.2: Межвуз. сб./ Под. ред.О.Н. Граничина. – СПб.: Изд-во СПбГУ. 2006. С. 134–146.

[3] *Мосягина Е. Н.* Об оптимальном управлении периодически нестационарным обобщенным автоматом в нечетких условиях. // Вестник С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 4. С. 128–132.

[4] *Мосягина Е. Н., Чирков М. К.* Оценки оптимальности поведения периодически нестационарного стохастического автомата в нечеткой среде// Стохастическая оптимизация в информатике. Вып. 3. СПб.: Изд-во СПбГУ. 2007. С. 37–50.

[5] *Беллман Р.* Динамическое программирование. — М.: ИЛ. 1960.