Система оценки положений движущихся объектов с использованием рандомизации[1]

Д. С. Кривоконь,
Санкт-Петербургский государственный университет
dmitry00@gmail.com

В статье предлагается система оценки положения движущегося объекта на основе использования видеокамеры. В ее основе лежат алгоритмы, которые за счет рандомизации положения камеры, позволяют решать задачу в условиях, в которых стандартные алгоритмы неприменимы. Статья содержит описание системы, результаты ее тестирования, а также обоснование алгоритмов.

Ключевые слова: рандомизация, оценка глубины точки, динамические системы.

1. Введение

Сегодня создается множество приложений, в которых задача оценки положения объектов на основе визуальной информации, играет важнейшую роль. В качестве примеров можно привести большое разнообразие автономных летательных аппаратов и роботов, которым для навигации необходимо знать точные положения окружающих их объектов, различные “умные очки”, отрисовывающие на свою поверхность полезную для человека информацию, системы помощи водителю, помогающие осуществлять парковку и предупреждающие водителя в случае опасности. Видеокамеры в данных приложениях, вследствие своей дешевизны и доступности, позволяют создавать решения, рассчитанные на большое количество пользователей. Их альтернативы, такие как лазерные дальномеры и стереокамеры, в большинстве своем стоят дороже, и часто сложны в эксплуатации. Использование одной камеры при решении задачи стандартными методами накладывает существенные ограничения

на условия применимости. Так, существующие алгоритмы, позволяют решать задачу только в случае статических или движущихся особым образом объектов (в плоскости [1] или с постоянной скоростью [2]). Понятно, что для общего случае такие решения непригодны.

В работах [3, 4, 5, 6] были предложены алгоритмы, решающие задачу оценки положения объекта без существенных ограничений на его движения. В их основе лежит рандомизация положения камеры в каждый момент времени, которая позволяет на основе простой градиентной процедуры получать состоятельные оценки координат объекта. Данная идея является развитием идей из области рандомизированных алгоритмов стохастической аппроксимации. В этой области были разработаны алгоритмы оценивания и идентификации, решающие свою задачу в условиях почти произвольных помех [7, 8, 9, 10]. В работах [11, 12, 13].были представлены рандомизированные алгоритмы отслеживания минимума нестационарного функционала, которые во много стали мотивирующими для работ [3, 4, 5, 6].

Далее будет дано общее описании системы, после чего будет описан каждый модуль, который в нее входит. В конце будут приведены результаты ее тестирования и обоснование используемого алгоритма.

2. Описание системы

Предлагаемая система предназначена в первую очередь для решения задачи оценки положения наблюдаемых объектов. Объекты могут быть как статичными, так и движущимися, при этом стоит отметить, что статичные объекты в сцене также используются для оценки собственного положения камеры. Для корректной работы используемых в системе алгоритмов необходима информация о внутренних параметрами камеры. Камера представляет собой объект, который в первую очередь характеризуется ее калибровочными параметрами. Калибровочные параметры представляются собой класс содержащий следующие поля:

- focal_length — фокусное расстояние камеры,

- pixel_width — физическая ширина в мм пикселя камеры,
- pixel_height — физическая высота в мм пикселя камеры,
- width — ширина в пикселях изображения камеры,
- height — высота в пикселях изображения камеры,
- center_x, center_y — координаты оптического центра камеры в пикселях,
- K1, K2 — параметры радиальной дисторсии камеры,
- P1, P2 — параметр тангенциальной дисторсии камеры.

Дисторсия камеры моделируется при помощи уравнений, представленных в [14]:

$$p_d^{(1)} = p_u^{(1)}(1 + K_1 r^2 + K_2 r^4) + (P_2(r^2 + 2{p_u^{(1)}}^2) + 2P_1 p_u^{(1)} p_u^{(2)}),$$

$$p_d^{(2)} = p_u^{(2)}(1 + K_1 r^2 + K_2 r^4) + (P_2(r^2 + 2{p_u^{(2)}}^2) + 2P_1 p_u^{(1)} p_u^{(2)}).$$

Матрицу внутренних параметров камеры, по описанному классу можно получить следующим образом:

$$K = \begin{pmatrix} \frac{focal\_length}{pixel\_width} & 0 & center\_x \\ 0 & \frac{focal\_length}{pixel\_height} & center\_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С объектом камеры ассоциируются наблюдаемые ей объекты, а также все видео и фото, которые были сделаны при помощи нее. Они хранятся внутри класса камеры в виде списков путей к соответствующим файлам. При этом с каждым файлом видео или изображения может быть связан дополнительный файл видео или изображения соответственно, в котором убраны оптические искажения, если таковые имелись. Они моделируются и убираются при помощи коэффициентов из класса калибровочных параметров.

2.1. Локализация объектов на изображениях

Первичной задачей системы является локализация объектов на изображениях. Наблюдаемые объекты мы будем представлять при помощи наборов точек, которые выделяются и сопоставляют между кадрами автоматически. Для решения этих задач используются специальных алгоритмы компьютерного зрения. При обработке видео использование стандартных методов такого типа, например как SIFT [15] или SURF [16] затруднительно из-за количества кадров, которые необходимо обработать. Данные алгоритмы работают достаточно медленно, да и кроме того дескрипторы, которые они предоставляют для видео не имеют большой практической значимости, вследствие того, что сопоставление точек ведется на кадрах достаточно близких друг от друга, из-за чего его можно производить более простыми методами. Поэтому для видео обычно используют другие алгоритмы. В предлагаемой системе основным алгоритмы был выбран Harris Corner Detector [17].

Сопоставления точек с разных кадров производится достаточно простым методом. Т. к. соседние кадры в видео отличаются незначительно, то и положения особых точек между ними будут достаточно близки. Поэтому точки в таком случае достаточно сравнивать по расстоянию, т. е. ближайшей к точке одного кадра будет точка другого кадра, координаты которой отличаются наименьшим образом от исходных координат. В таком случае с точки зрения производительности можно вычислить все возможные расстояния между парами точек, т. к. вычисление его достаточно дешевая операция. И зная их, можно найти оптимальное решение задачи сопоставления с точки зрения суммы расстояний между получающимися в итоге парами. Для этого нужно рассмотреть данную задачу как задачу о минимальном паросочетании в двудольном графе, дальше к ней можно применить широко известный алгоритм Куна-Манкерса и получить финальный результат.

Результатом работы алгоритмов выделения и сопоставления точек являются траектории проекций наблюдаемых объектов на изображениях. Траектории в дальнейшем служат основными входными данными для алгоритмов реконструкции.

2.2. Вычисление собственного положения камеры

В случае когда положения камеры неизвестны, их необходимо оценить на основе статичных объектов, которые имеются в наблюдаемой сцене. Для этого используются классические методы трехмерной реконструкции на основе статичного окружения. Во время обработки данных система хранит текущие координаты всех трехмерных точек, для которых удалось восстановить их положения по траекториям. При получении нового кадра и новых точек траекторий происходит первоначальная оценка нового положения камеры на основе метода с использованием RANSAC [18]. Для каждой траектории точек на изображении в текущей модели есть трехмерная точка с известными координатами. Используя эти координаты и сопоставления между точками текущего кадра и имеющимися траекториями, новое положения камеры можно восстановить при помощи линейных методов реконструкции на основе 2D-3D соответствий [19]. Но т.к. некоторые из точек могут соответствовать движущимся объектам, а не статичным, и т.к. в работе алгоритмов сопоставления неизбежны ошибки из-за помех, то для более устойчивой оценки положения камеры используется подход на основе RANSAC. Из всех точек для которых нашлись соответствующие траектории в модели несколько раз производится сэмплирование набора фиксированного размера. Эти наборы используются для получения оценок текущего положения камеры. Точки не попавшие в сэмплированный набор используются для оценки качества получаемых положений. Та оценка положения камеры, которая предсказывает наилучшим образом остальные сопоставления точек траекториям выбирается в качестве основной гипотезы. Дальше из всех соответствий точек текущего кадра и траекторий в системе выбираются те, которые подходят под зафиксированную гипотезу (используя некоторый порог на ошибку невязки). Они же используются дальше для получения финальной гипотезы о текущем положении камеры. Эта оценка положения камеры добавляется в текущую модель после чего запускается глобальный алгоритм уточнения модели на основе метода уравнивания связок. После этого уточнения происходит классификация новых траекторий на относящихся к статичным и движущимся объектам. Движущимися объектами назначаются те траектории, которые на протяжении фиксированного количества кадров не удовлетворяли статичной модели окружения

по уравнениям невязки. Положение этих объектов восстанавливается уже при помощи рандомизированных алгоритмов оценки.

Координаты движущихся объектов оцениваются при помощи алгоритма, предложенного в [6]. В системе для каждого движущегося объекта, о котором сообщил модуль оценки положений камер и статичных объектов, заводится текущее оценка его координат в каждый момент времени. Эта оценка на основе новых координат проекций обновляется согласно алгоритма, который параметризуется размером шага, а также значением по умолчанию для начального приближения. Далее для полноты будет представлено формальное описание алгоритма и доказательство состоятельности его оценок.

2.3. Алгоритм оценки положения движущихся объектов

Пусть $n = 1, 2, \ldots$ — дискретное время, и координаты объекта в момент времени n относительно камеры равны $P_n^{(1)}, P_n^{(2)}, P_n^{(3)}$. Обозначим вектор координат объекта $P_n = (P_n^{(1)}, P_n^{(2)}, P_n^{(3)})^T$ и рассмотрим динамику его изменения со временем. Будем считать, что в каждый момент времени $n = 1, 2, \ldots$ изменение координат вектора P_n равно $\xi_n = (\xi_n^{(1)}, \xi_n^{(2)}, \xi_n^{(3)})^T$. Все внутренние и внешние параметры камеры считаются известными, и в качестве наблюдения рассматривается зашумленная проекция точки на плоскость камеры.

Пусть в каждый момент времени $n = 1, 2, \ldots$ камера перемещается на вектор $\Delta_n = (\Delta_n^{(1)}, \Delta_n^{(2)}, \Delta_n^{(3)})^T$. Последовательность $\{\Delta_n\}$ представляет собой реализацию независимых одинаково распределенных случайных векторов с симметричным относительно нуля распределением, независимых относительно положения объекта и помех в измерениях координат точек проекции на плоскости камеры.

Тогда:

$$\begin{pmatrix} P_n^{(1)} \\ P_n^{(2)} \\ P_n^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{n-1}^{(1)} \\ P_{n-1}^{(2)} \\ P_{n-1}^{(3)} \end{pmatrix} + \Delta_n + \xi_n, \tag{1}$$

а для координат проекции точки на плоскость камеры $p_n = (p_n^{(1)}, p_n^{(2)})^T$ верно:

$$p_n^{(1)} = \frac{P_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(1)},\ p_n^{(2)} = \frac{P_n^{(2)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(2)}.$$

Сделаем следующие предположения для $n = 1, 2, \ldots$.

1. Наблюдаемый объект всегда находится в поле зрения камеры, т. е. существуют такие H_1 и H_2, что $|\frac{P_n^{(i)}}{P_n^{(3)}}| < H_i$, $i = 1, 2$.

2. Обратная величина глубины точки $\Gamma_n = \frac{1}{P_n^{(3)}}$ находится в конечном интервале: $\Gamma_n \in M_\Gamma = (\Gamma_{\min}, \Gamma_{\max})$, и $\Gamma_{\min}, \Gamma_{\max} > 0$.

3. Дрейф точки ограничен: $|\xi_n^{(1)}| < D_1$, $|\xi_n^{(2)}| < D_2$, $|\xi_n^{(3)}| < D_3$.

4. Последовательность случайных изменений положения камеры $\{\Delta_n\}$ представляет собой измеримую реализацию независимых между собой и независимых относительно текущего положения объекта и помех наблюдения случайных векторов в $\mathbb{R}^3$ с независимыми компонентами и конечными статистическими моментами: $E|\Delta_n^{(i)}| < \delta_i < \infty$, $E|\Delta_n^{(i)}|^2 \le \sigma_i^2 < \infty$, для $i = 1, 2, 3$, $E|\Delta_n^{(1)}|^4 \le \sigma_4^4 < \infty$. Кроме того, случайные величины $\Delta_n^{(1)}$ имеют симметричное распределение и $\sigma_1^2 > 0$.

5. Аддитивные помехи ограничены

$$|v_n^{(1)}| < c_1,\ |v_n^{(2)}| < c_2,\ |v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}| < c_d,$$

или, если аддитивные помехи имеют случайную природу, то они независимы с Δ_n и ограничены в среднеквадратическом смысле:

$$E|v_n^{(1)}| < c_1,\ E|v_n^{(2)}| < c_2,\ E|v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}|^2 < c_d^2.$$

2.4. Алгоритм

- Установить $n := 0$, выбрать размер шага алгоритма $\alpha > 0$, выбрать произвольное начальное приближение обратной величины глубины дальности $\hat{\Gamma}_0 \in M_\Gamma$.

- Итерация $n := n + 1$.
- Сгенерировать и реализовать пробное возмущение положения камеры $\Delta_n \in \mathbb{R}^3$.
- Произвести наблюдения $p_n = (p_n^{(1)}, p_n^{(2)})^T$ (снять показания с камеры).
- Вычислить "псевдоградиент" g_n по правилу:

$$g_n = \hat{\Gamma}_{n-1} - \frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2}(p_n^{(1)} - p_{n-1}^{(1)}). \tag{2}$$

- Обновить оценку обратной величины глубины дальности в соответствии с базовым алгоритмом стохастической аппроксимации с постоянным размером шага

$$\hat{\Gamma}_n = Pr_{M_\Gamma}(\hat{\Gamma}_{n-1} - \alpha g_n), \tag{3}$$

где $Pr_{M_\Gamma}(\cdot)$ — операция проектирования в интервал M_Γ:

$$Pr_{M_\Gamma}(x) = \begin{cases} \Gamma_{min}, & x < \Gamma_{min}, \\ \Gamma_{max}, & x > \Gamma_{max}, \\ x, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Вычислить текущие оценки координат объекта

$$\hat{P}_n^{(1)} = \frac{p_n^{(1)}}{\hat{\Gamma}_n},\ \hat{P}_n^{(2)} = \frac{p_n^{(2)}}{\hat{\Gamma}_n},\ \hat{P}_n^{(3)} = \frac{1}{\hat{\Gamma}_n}. \tag{4}$$

2.5. Сходимость оценок

Следующая теорема устанавливает границы ошибок оценивания при использовании предложенного алгоритма.

Т е о р е м а 1. *Пусть выполнены предположения 1–5. Обозначим* $b = (1 + \alpha + \alpha^2)\Gamma_{\max}^2(D_3 + \delta_3)$, $k = (1 + \alpha^2)\Gamma_{\max}^4(D_3^2 + \sigma_3^2) + 2\alpha^2\Gamma_{\max}^2 + \alpha^2(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^4}(2H_1 + 2c_d)^2 + \frac{\sigma_4^4}{\sigma_1^4}\Gamma_{\max}^2)$.

Если $0 < \alpha < 1$, **тогда**

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt{E\|\hat{\Gamma}_n - \Gamma_n\|^2} \le L = \frac{b + \sqrt{b^2 + \alpha(1-\alpha)k}}{\alpha\,(1-\alpha)} \tag{5}$$

и

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} E|\hat{P}_n^{(i)} - P_n^{(i)}| \le \Gamma_{\min}^{-2} H_i L + \Gamma_{\min}^{-1} c_i,\ i = 1, 2. \tag{6}$$

Доказательство теоремы 1. При доказательстве будет использоваться следующая вспомогательная лемма 1 из [11].

Если $e_n > 0$, $\alpha, m > 0$, $\alpha\, m < 1$, $b, k \ge 0$,

$$e_n \le (1 - \alpha\, m)\, e_{n-1} + 2\, b\, \sqrt{e_{n-1}} \,+\, k,\ n = 1, 2, \ldots, \tag{7}$$

тогда $\forall \varepsilon > 0\ \exists N$, что $\forall n > N\ e_n \le \left(\frac{b+\sqrt{b^2+\alpha\, m\, k}}{\alpha\, m}\right)^2 + \varepsilon$. Доказательство леммы 1 можно найти в [11] (или в [20, 21]).

Обозначим $\nu_n = \hat{\Gamma}_n - \Gamma_n$, $y_n = \frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2}(p_n^{(1)} - p_{n-1}^{(1)})$, $E_n\{\cdot\}$ — условное математическое ожидание относительно всей предыстории наблюдения до момента времени $n-1$.

В силу алгоритма (3), используя свойство проекции, условное математическое ожидание ошибки в момент времени n может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} E_n\{\nu_n^2\} \le E_n\{(\hat{\Gamma}_{n-1} - \Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-1} - \Gamma_n - \alpha g_n)^2\} = \\ \nu_{n-1}^2 + E_n\{(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n)^2\} + 2\nu_{n-1} E_n\{\Gamma_{n-1} - \Gamma_n\} \\ -2\alpha\nu_{n-1} E_n\{g_n\} - 2\alpha E_n\{g_n(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n) + \alpha^2 g_n^2\}. \end{aligned} \tag{8}$$

Оценим последовательно все слагаемые (кроме первого) в правой части неравенства (8).

Из-за ограниченности скорости дрейфа, центрированности и среднеквадратической ограниченности третьей компоненты пробного возмущения имеем

$$E_n\{(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n)^2\} = \quad E_n\{\tfrac{(P_n^{(3)} - P_{n-1}^{(3)})^2}{(P_{n-1}^{(3)} P_n^{(3)})^2}\} \le \Gamma_{\max}^4 (D_3^2 + \sigma_3^2), \tag{9}$$

$$\begin{aligned} 2\nu_{n-1} E_n\{\Gamma_{n-1} - \Gamma_n\} = \quad & \tfrac{2}{P_{n-1}^{(3)}} E_n\{\tfrac{P_{n-1}^{(3)} - P_n^{(3)}}{P_n^{(3)}}\}\nu_{n-1} \le \\ & \le 2\Gamma_{\max}^2 (D_3 + \delta_3)|\nu_{n-1}|. \end{aligned} \tag{10}$$

В силу введенных выше обозначений величины y_n можно представить так:

$$y_n = \frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2} \left(\frac{P_{n-1}^{(1)} + \Delta_n^{(1)} + \xi_n^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)} + \Delta_n^{(3)} + \xi_n^{(3)}} - \frac{P_{n-1}^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)}} + v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)} \right).$$

Т. к. компоненты пробного возмущения центрированны, независимы между собой и независимы с $\xi_n^{(1)}, \xi_n^{(3)}, v_n^{(1)}$, то для условного математического ожидания $E_n\{y_n\}$ получаем

$$E_n\{y_n\} = E_n\{\frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2}\}E_n\{\frac{P_{n-1}^{(1)} + \xi_n^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)} + \Delta_n^{(3)} + \xi_n^{(3)}} - \frac{P_{n-1}^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)}} + v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}\}+$$

$$+E_n\{\frac{(\Delta_n^{(1)})^2}{\sigma_1^2}\}E_n\{\frac{1}{P_{n-1}^{(3)} + \Delta_n^{(3)} + \xi_n^{(3)}}\} =$$

$$= 0 \cdot E_n\{\frac{P_{n-1}^{(1)} + \xi_n^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)} + \Delta_n^{(3)} + \xi_n^{(3)}} - \frac{P_{n-1}^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)}} + v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}\} + E_n\{\Gamma_n\} = E_n\{\Gamma_n\},$$

и, следовательно, учитывая (10), получаем

$$\begin{aligned} -2\alpha\nu_{n-1}E_n\{g_n\} &= -2\alpha\nu_{n-1}(\hat{\Gamma}_{n-1} - E_n\{\Gamma_n\}) = \\ &= -2\alpha\nu_{n-1}(\hat{\Gamma}_{n-1} - \Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-1} - E_n\{\Gamma_n\}) \leq \\ &\leq -2\alpha\nu_{n-1}^2 + 2\alpha\Gamma_{\max}^2(D_3 + \delta_3)|\nu_{n-1})|. \end{aligned} \tag{11}$$

Для следующего слагаемого в правой части неравенства (8) последовательно выводим

$$-2\alpha E_n\{g_n(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n)\} = -2\alpha E_n\{(\hat{\Gamma}_{n-1} - y_n)(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n)\} =$$

$$= -2\alpha\Gamma_{n-1}\hat{\Gamma}_{n-1} - 2\alpha E_n\{y_n\Gamma_n\} + 2\alpha\hat{\Gamma}_{n-1}E_n\{\Gamma_n\} + 2\alpha\Gamma_{n-1}E_n\{\Gamma_n\} =$$

$$= \alpha\nu_{n-1}^2 + 2\alpha E_n\{\Gamma_n^2\} - 2\alpha E_n\{y_n\Gamma_n\} - \alpha E_n\{(\hat{\Gamma}_{n-1} - \Gamma_n)^2\} -$$

$$- \alpha E_n\{(\Gamma_{n-1} - \Gamma_n)^2\} \leq \alpha\nu_{n-1}^2 + 2\alpha\Gamma_{\max}^2, \tag{12}$$

так как $E_n\{y_n\Gamma_n\} = E_n\{\Gamma_n^2\} > 0$ из-за того, что компоненты пробного возмущения центрированны, независимы между собой и независимы с $\xi_n^{(1)}, \xi_n^{(3)}, v_n^{(1)}$.

Для последнего слагаемого в правой части неравенства (8), учитывая (9) и (10), получаем

$$\alpha^2 E_n\{g_n^2\} = \alpha^2 E_n\{(\hat{\Gamma}_{n-1} - \Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-1} - y_n)^2\} =$$

$$= \alpha^2\nu_{n-1}^2 + 2\alpha^2\nu_{n-1}(\Gamma_{n-1} - E_n\{\Gamma_n\}) +$$

$$+\alpha^2(\Gamma_{n-1}^2 - 2\Gamma_{n-1}E_n\{\Gamma_n\} + E_n\{\Gamma_n^2\} + E_n\{y_n^2 - \Gamma_n^2\}) \leq$$
$$\leq \alpha^2\nu_{n-1}^2 + 2\alpha^2\Gamma_{\max}^2(D_3+\delta_3)|\nu_{n-1}|+$$

$$+\alpha^2\Gamma_{\max}^4(D_3^2+\sigma_3^2) + \alpha^2(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^4}(2H_1+2c_d)^2 + \frac{\sigma_4^4}{\sigma_1^4}\Gamma_{\max}^2), \qquad (13)$$

т. к. в силу симметричности распределения компонент пробного возмущения, их независимости между собой и их независимости с $\xi_n^{(1)}, \xi_n^{(3)}, v_n^{(1)}$ имеем

$$E_n\{y_n^2 - \Gamma_n^2\} < E_n\{y_n^2\} =$$
$$E_n\{\left(\frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2}\left(\frac{P_{n-1}^{(1)}+\xi_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} - \frac{P_{n-1}^{(1)}}{P_{n-1}^{(3)}} + v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}\right)\right)^2\}+$$
$$+E_n\{\left(\frac{(\Delta_n^{(1)})^2}{\sigma_1^2 P_n^{(3)}}\right)^2\} \leq \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^4}(2H_1+2c_d)^2 + \frac{\sigma_4^4}{\sigma_1^4}\Gamma_{\max}^2$$

В итоге, подставляя в (8) полученные оценки (9)–(13), заключаем

$$E_n\{\nu_n^2\} \leq (1-\alpha+\alpha^2)\nu_{n-1}^2 + 2(1+\alpha+\alpha^2)\Gamma_{\max}^2(D_3+\delta_3)|\nu_{n-1}|+$$
$$+(1+\alpha^2)\Gamma_{\max}^4(D_3^2+\sigma_3^2) + \alpha\Gamma_{\max}^2(2+\alpha(4\Gamma_{\min}^{-1}+2D_1+2c_d^2+\frac{\sigma_4^4}{\sigma_1^4})) =$$
$$= (1-\alpha(1-2\alpha))\nu_{n-1}^2 + 2\,b\,|\nu_{n-1}| \,+\, k. \qquad (14)$$

Взяв безусловное математическое ожидание от обеих сторон (14), убеждаемся в том, что все условия леммы 1 выполняются для $m = 1-\alpha$ и $e_n = E\nu_n^2$, т. к. $(E|\nu_n|)^2 \leq E\nu_n^2$. Применяя лемму 1 получаем формулу (5) — первое заключение теоремы 1.

Формулы (6) выводятся из оценок разностей

$$E|\hat{P}_n^{(i)} - P_n^{(i)}| = E|\frac{p_n^{(i)}}{\hat{\Gamma}_n} - (p_n^{(i)} - v_n^{(i)})P_n^{(3)}| \leq E|p_n^{(i)}(\frac{1}{\hat{\Gamma}_n} - \frac{1}{\Gamma_n})| + |v_n^{(i)}P_n^{(3)}| \leq$$
$$\leq \Gamma_{\min}^{-2}H_iE|\nu_n| + \Gamma_{\min}^{-1}c_i,\ i=1,2.$$

Доказательство теоремы 1 завершено.

Рис. 1: База маркеров, используемая для привязки положения камеры и объекта.

3. Тестирование

Для проверки работоспособности системы был проведен эксперимент на реальных данных. Тестирование в реальных условиях усложняется отсутствием точной информации об истинном положении движущегося объекта, а также о внешних параметрах камеры. Для их получения использовался набор из статических маркеров известной геометрии (рис. 1).

Наблюдаемый объект также был представлен в эксперименте в виде маркера (рис. 2). Восстановление истинного положения объекта осуществлялось при помощи методов реконструкции, исходя из того, что маркер является плоским.

Съемка велась при дневном освещении при помощи камеры, снимающей с частотой 30Гц и разрешением 1280x720 пикселей. Камера держалась в руках, и для симуляции случайного движения с нулевым математическим ожиданием производились периодические колебания в разные стороны. Наблюдаемый объект также контролировался человеком и находился примерно на расстоянии 1,5м от камеры.

Рис. 2: Кадр с маркером, представляющим собой движущийся объект.

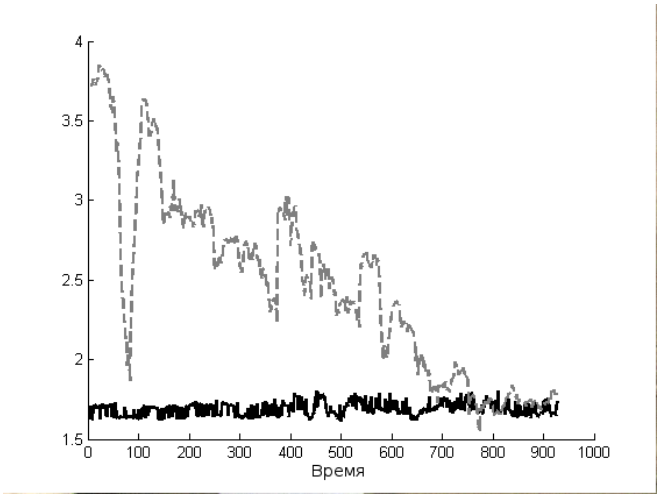

Рис. 3: Траектории оценок глубины точки (пунктирная линия) и ее истинных значений (сплошная линия) в случае движения наблюдаемого объекта.

Для оценки положения алгоритмом была выбрана одна точка на маркере, при этом ее проекция отслеживалась на изображении не с использованием детектора маркеров, а при помощи алгоритмов оптического потока [22] для приближения к реальным условиям. Рассматривались два случая — статичный объект и движущийся объект. Результаты оценок алгоритма показаны на рис. 3 и 4, на которых видно, что оценки алгоритма постепенно сходятся к истинным значениям, при этом в случае неподвижного объекта это происходит несколько быстрей.

4. Заключение

В статье предложена система оценки положения движущихся объектов на основе рандомизации камеры. Показана ее успешная работа в эксперименте с контролируемыми условиями, а также приведено доказательство сходимости алгоритма, используемого в ней. Данная система может быть полезна во множестве приложений

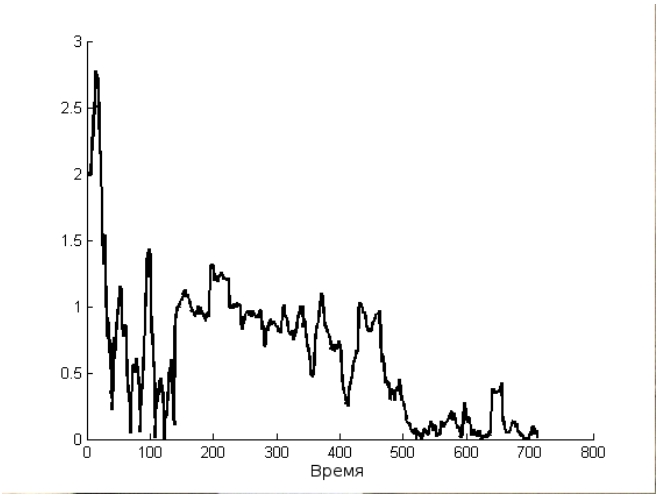

Рис. 4: Ошибка оценки глубины точки в случае статичного наблюдаемого объекта.

вследствие простоты, используемого в ней оборудования (одна камера), а также универсальности алгоритмов, лежащих в ее основе.

Список литературы

[1] *Sturm P.* Structure and motion for dynamic scenes the case of points moving in planes // In: Proc. of the European Conference on Computer Vision. 2002. PP. 507–509.

[2] *Han M., Kanade T.* Reconstruction of a scene with multiple linearly moving objects // In: Proc. of IEEE Conference on the Computer Vision and Pattern Recognition. 2000. PP. 542–549.

[3] *Кривоконь Д.С.* Методы оценки положения объекта при помощи случайных движений камеры // Компьютерные инструменты в образовании. 2014. Вып. 4. С. 46–54.

[4] *Кривоконь Д.С., Вахитов А.Т.* Рандомизация в задаче оценки глубины точки при помощи одной камеры на основе идеи

асимптотического наблюдателя // Стохастическая оптимизация в информатике. 2012. Т. 8. Вып. 2. С. 49–59.

[5] *Krivokon D.S., Vakhitov A.T.* Randomized algorithm for estimation of moving point position using single camera // Proc. of the IEEE 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC). 2014. PP. 5189–5194. .

[6] *Кривоконь Д.С., Вахитов А.Т., Граничин О.Н.* Оценка положения движущегося объекта на основе пробного возмущения камеры // Автоматика и телемеханика. 2015. №11 (в печати).

[7] *Граничин О. Н.* Об одной стохастической рекуррентной процедуре при зависимых помехах в наблюдении, использующей на входе пробные возмущения // Вестник Ленингр. ун-та. Сер. 1. 1989. Вып. 1(4). С. 19–21.

[8] *Граничин О. Н.* Процедура стохастической аппроксимации с возмущением на входе // АиТ. 1992. №2. С. 97–104.

[9] *Граничин О. Н.* Оценивание точки минимума неизвестной функции, наблюдаемой на фоне зависимых помех // Проблемы передачи информации. 1992. №2. С. 16–20.

[10] *Spall J. C.* Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation // IEEE Trans. Automat. Contr. 1992. Vol. 37. No. 3. PP. 332–341.

[11] *Granichin O., Gurevich L., Vakhitov A.* Discrete-time minimum tracking based on stochastic approximation algorithm with randomized differences // 48th Conf. Decision Control. Shanghai. China. 2009. PP. 5763–5767.

[12] *Granichin O., Volkovich V., Toledano-Kitai D.* Randomized Algorithms in Automatic Control and Data Mining. — Heidelberg New York Dordrecht London: Springer–Verlag, 2015.

[13] *Vakhitov A., Granichin O., Vlasov V.* Adaptive control of SISO plant with time-varying coefficients based on random test perturbation // In: Proc. of the American Control Conference. 2010. PP. 4004–4009.

[14] *Brown D.* Decentering distortion of lenses // Photometric Engineering. 1966. PP. 444–462.

[15] *Lowe D. G.* Distinctive image features from scale-invariant keypoints. // International Journal of Computer Vision. 2004. Vol. 60. No. 2. PP. 91–110.

[16] *Bay H., Tuytelaars T., Luc Van Gool* Surf: Speeded up robust features. // In: Computer Vision ECCV. 2006. PP. 404–417. Springer Berlin Heidelberg.

[17] *Harris C., Stephens M.* A combined corner and edge detector. // In: Alvey Vision Conference. 1988. Vol. 15. P. 50

[18] *Fischler M. A., Bolles R. C.* Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography // Communications of the ACM. 1982. Vol. 24. No. 6. PP. 381–395

[19] *Hartley R., Zisserman A.* Multiple View Geometry in Computer Vision. — Cambridge University Press. 2003.

[20] *Граничин О. Н.* Поисковые алгоритмы стохастической аппроксимации с рандомизацией на входе // Автоматика и телемеханика. 2015. №5. С. 43–59.

[21] *Granichin O. N., Amelina N. O.* Simultaneous perturbation stochastic approximation for tracking under unknown but bounded disturbances // IEEE Trans. Automat. Contr. 2015. V. 60. No. 6. PP. 1653–1658.

[22] *Barron J., Fleet D, Beauchemin S.* Performance of optical flow techniques // Int. J. Comput. Vision. 1994. V. 12. No. 1. PP. 43–77.