РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

АВТОМАТИКА
И
ТЕЛЕМЕХАНИКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1992

УДК 519.245

О. Н. ГРАНИЧИН, канд. физ.-мат. наук

(Ленинградский государственный университет)

ПРОЦЕДУРА СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ С ВОЗМУЩЕНИЕМ НА ВХОДЕ

Предлагается способ и алгоритм идентификации неизвестных параметров некоторой функции при наблюдении ее значений в ряде точек на фоне зависимых помех. Для обоснования способа практически не делается никаких предположений о степени коррелированности помех наблюдения. Состоятельность алгоритма идентификации обеспечивается за счет дополнительной подачи на вход затухающего со временем, измеряемого пробного возмущения, которое предполагается некоррелированным с помехами наблюдения.

1. Введение

Для решения задач параметрической идентификации объектов или процессов, наблюдаемых на фоне помех, используются рекуррентные алгоритмы [1–3]. Вопрос о сходимости различных рекуррентных алгоритмов к вектору истинных параметров достаточно хорошо изучен, но для обоснования сходимости в случае зависимых помех наблюдения почти во всех работах предъявляются достаточно «жесткие» условия к их последовательности [4–5], статистические свойства которой предполагаются во многом известными. В действительности таких данных о помехах может не быть.

В тех случаях, когда трудно утверждать что-либо существенное о статистических свойствах неконтролируемых помех, в [6] для «обогащения» последовательности наблюдений предложено подавать в канал обратной связи системы управления пробное возмущение с известными статистическими свойствами, поддающееся эффективному контролю. В [2, 7, 8] для идентификации параметров линейного дискретного динамического объекта предложен алгоритм стохастической аппроксимации с возмущением на входе. В [9] показано, что в ряде случаев алгоритм, предложенный в [8], пригоден для оценки среднего значения вектора неизвестных параметров статического объекта с дрейфующими параметрами. В [10] предложен алгоритм стохастической аппроксимации с возмущением на входе для определения скалярного стационарного значения скалярной функции, наблюдаемой на фоне зависимых возмущений.

В [11] исследуется вопрос о скорости сходимости близкого к предлагаемому в данной работе способа оценки минимума функции нескольких переменных, наблюдаемой на фоне центрированных помех.

2. Основной результат

Рассмотрим задачу определения вектора неизвестных параметров $\theta_* = (\theta_*^{(1)}, \ldots, \theta_*^{(r)})^T$ некоторой функции $B(\theta')$: $\Theta' \to \mathbb{R}$, $\Theta' \subseteq \mathbb{R}^r$ при условии наблюдения ее значений на фоне помех, так что в моменты времени $t = 1, 2, \ldots$ в точках $\theta_1', \theta_2', \ldots$ могут быть измерены величины $Y_1 = B(\theta_1') + \xi_1$, $Y_2 = B(\theta_2') + \xi_2, \ldots$ Здесь $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — последовательность помех наблюдения. План наблюдения (последовательность $\{\theta_t'\}_{t=1}^\infty$) может быть детерминированным или рандомизированным.

Сформулируем достаточные условия состоятельности предлагаемого алгоритма идентификации вектора θ_*.

1. Пусть вектор неизвестных параметров θ_* принадлежит некоторому выпуклому компактному множеству Θ, такому, что функция $B(\theta')$ задана и дважды непрерывно-дифференцируема на множестве $\Theta' = \{\theta' : \exists \theta \in \Theta : \|\theta - \theta'\| < \rho\}$.

2. Для любого $\theta \in \Theta$ выполнено неравенство

(1) $$\nabla B(\theta)(\theta_* - \theta) \leq -L\|\theta - \theta_*\|^2$$

с некоторой постоянной $L > 0$.

3. Вторые моменты помех наблюдения ξ_t ограничены:

$$M\xi_t^2 < C_\xi, \quad t = 1, 2, \ldots$$

4. Пусть задана наблюдаемая последовательность $\{\mathbf{w}_t\}_{t=1}^\infty$ ограниченных независимых одинаково распределенных случайных векторов $\mathbf{w}_t \in \mathbb{R}^r$ со свойствами

(2) $$M\mathbf{w}_t = 0, \; M\mathbf{w}_t\mathbf{w}_t^T = \sigma_w^2 \cdot I, \; \sigma_w > 0, \; \|\mathbf{w}_t\| \leq C_w,$$

не коррелированная с помехами наблюдения $\{\xi_t\}_{t=1}^\infty$:

(3) $$M\mathbf{w}_t \cdot \xi_k = 0, \quad t = 1, 2, \ldots; \; k \leq t.$$

Пусть P_Θ — проектор в множество Θ. Для построения последовательности оценок $\{\theta_t\}_{t=1}^\infty$ вектора неизвестных параметров θ_* рассмотрим следующий алгоритм идентификации:

(4) $$\begin{aligned} &\theta_0 \in \Theta, \\ &\theta_t = P_\Theta(\theta_{t-1} + \gamma_t \mathbf{w}_t Y_t), \\ &Y_t = B(\theta_t') + \xi_t, \\ &\theta_t' = \theta_{t-1} + \delta_t \mathbf{w}_t, \end{aligned}$$

в котором $\{\gamma_t\}_{t=1}^{\infty}$ и $\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$ — последовательности положительных чисел со свойствами

$$(5)\qquad \sum_{t=1}^{\infty}\gamma_t\delta_t=\infty,\qquad \sum_{t=1}^{\infty}\gamma_t(\delta_t^2+\gamma_t)<\infty,$$

$$\delta_t\leqslant\frac{\rho}{C_x},\qquad t=1,2,\ldots$$

Теорема 1. При выполнении условий 1—4 алгоритм идентификации (4) дает состоятельные оценки вектора неизвестных параметров θ_*, т. е. $\lim\theta_t=\theta_*$ при $t\to\infty$ с вероятностью 1.

Стоит отметить, что в алгоритме идентификации (4) план наблюдений — рандомизированный, в последовательности точек наблюдения $\theta_0+\delta_1\mathbf{w}_1,\ \theta_1+\delta_2\mathbf{w}_2,\ \ldots$ второе слагаемое играет роль пробного возмущения (пробного сигнала), причем со временем в силу (5) оно затухает.

Доказательство теоремы приведено в приложении.

Наиболее важным в условии теоремы является условие 2, условие 3 может быть существенно ослаблено, так же как и условия (5) на числовые последовательности. Условие (3) труднее всего проверяется. Фактически сходимость алгоритма (4) обеспечивается выбором не коррелированного с ξ_t измеряемого пробного возмущения $\delta_t\mathbf{w}_t$ с заданными статистическими свойствами. В качестве числовых последовательностей $\{\gamma_t\}_{t=1}^{\infty}$ и $\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$ можно выбрать, например, $\gamma_t=t^{-0{,}51}$, $\delta_t=t^{-0{,}25}$, $t=1,\ 2,\ \ldots$

С точки зрения вычислительной сложности в алгоритме (4) для получения оценок вектора неизвестных параметров количество операций на каждом такте невелико и не увеличивается с ростом t, в отличие, например, от расширенного МНК [3, 5].

Алгоритм (4) в скалярном случае (при $n=1$) совпадает с соответствующей процедурой, описанной в [10].

3. Пример

Рассмотрим задачу обнаружения известного сигнала при наблюдении на фоне помех. Пусть наблюдаются величины

$$y_t=\theta_*x_t+v_t,\quad t=1,\ 2,\ \ldots$$

Здесь x_t — известный сигнал; v_t — последовательность помех наблюдения; θ_* — оцениваемая величина, представляющая собой характеристику типа «да — нет»: $\theta_*=1$ — наличие сигнала, $\theta_*=0$ — отсутствие.

Будем считать, что полезный сигнал $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, удовлетворяющих условиям

$$\mathrm{M}x_t=0,\ \mathrm{M}x_t^2=\sigma^2>0,\ |x_t|<C,\ t=1,2,\ldots,$$

а для последовательности помех наблюдения справедливы условия

$$(6)\qquad \mathrm{M}v_t^2\leqslant C_v\sqrt{t},\quad \mathrm{M}x_tv_k=0,\quad t=1,\ 2,\ \ldots;\quad k\leqslant t.$$

Рассмотрим алгоритм идентификации параметра θ_*:

$$(7)\qquad \begin{aligned}&\theta_0=0{,}5,\\ &\theta_t=P_{[0,1]}(\theta_{t-1}+t^{-0{,}51}x_tY_t),\\ &Y_t=0{,}5(\theta_{t-1}+t^{-0{,}25}x_t)^2-t^{-0{,}25}y_t.\end{aligned}$$

Покажем, что этот алгоритм типа (4) и для него выполнены условия теоремы 1.

Для функции $B(\theta')=0{,}5(\theta'-\theta_*)^2$, очевидно, выполнены условия 1 и 2 теоремы с $\Theta=[0,1]$, $\rho=C$, $L=-1$. Выберем в качестве плана наблюдений в схеме (4) последовательность

$$\theta_1'=\theta_0+x_1,\quad \theta_2'=\theta_1+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}x_2,\quad \theta_3'=\theta_2+\frac{1}{\sqrt[4]{3}}x_3,\ \ldots$$

Нетрудно убедиться, что при этом

$$Y_t=B(\theta_t')+\xi_t,$$

где $\xi_t=\theta_{t-1}\theta_*-0{,}5\theta_*^2-\delta_tv_t$. В силу (6) и ограниченности $\theta_t:0\leqslant\theta_t\leqslant1$ легко получить: $M\xi_t^2\leqslant3{,}75+3C_v$. Выполнение условия (3) обеспечивается также в силу (6) и независимости последовательности $\{x_t\}_{t=1}^{\infty}$.

Таким образом, для алгоритма (7) выполнены все условия теоремы 1, и, следовательно, последовательность оценок $\{\theta_t\}_{t=0}^{\infty}$ сходится с вероятностью 1 к оцениваемой величине θ_*.

4. Идентификация параметров линейного динамического объекта

Рассмотрим еще один пример использования алгоритма (4) для идентификации параметров дискретного объекта управления (ОУ), задаваемого линейным скалярным уравнением с аддитивной помехой

$$(8)\qquad \begin{aligned}&y_s+a_*^{(1)}y_{s-1}+\ldots+a_*^{(l)}y_{s-l}=b_*^{(1)}u_{s-1}+\ldots+b_*^{(m)}u_{s-m}+v_s,\\ &s=1,\ 2,\ \ldots,\end{aligned}$$

где y_s, u_s, v_s — соответственно выходная, управляющая и возмущающая переменные. Пусть $Mv_s^2<C_v$ (если v_s не случайные величины, то достаточно потребовать их ограниченность). Будем считать, что вектор истинных параметров ОУ

$$\tau_*=(a_*^{(1)},\ldots,a_*^{(l)},\ b_*^{(1)},\ldots,b_*^{(m)})^{\mathrm T}$$

неизвестен, но задано компактное множество T, его содержащее. Предположим, что при любом $\tau\in$T соответствующий ОУ является полностью управляемым [3].

Для оценки вектора τ_* сразу применить алгоритм (4), наверное, нельзя. Для формирования алгоритма оценивания потребуется некоторое специальное отображение φ множества T на выпуклое множество Θ, сопоставляющее каждому вектору из T другой вектор $\theta\in\Theta$ по правилу, определяемому рекуррентными соотношениями (см. [8]):

$$\begin{aligned}&\theta^{(1)}=b^{(1)},\\ &\theta^{(2)}=b^{(2)}-a^{(1)}\theta^{(1)},\\ &\theta^{(3)}=b^{(3)}-a^{(1)}\theta^{(2)}-a^{(2)}\theta^{(1)},\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &\theta^{(l+m)}=-a^{(1)}\theta^{(l+m-1)}-\ldots-a^{(l)}\theta^{(m)}.\end{aligned}$$

В [8] показано, что если для любого $\tau \in T$ соответствующий ОУ полностью управляемый, то отображение φ взаимно-однозначное и существует обратное отображение $\varphi: \Theta \to T$, которое непрерывно. Если неизвестна только часть параметров ОУ, то соответствующее множество Θ можно определить меньшей размерности, чем $n=m+l$ (см. [8]).

Рассмотрим последовательность управлений u_s, $s=0, 1, \ldots$, формируемую по закону линейной обратной связи с подстраиваемыми коэффициентами

$$
\bar{u}_s + \alpha_s^{(1)} \bar{u}_{s-1} + \ldots + \alpha_s^{(n+m-2)} \bar{u}_{s-m-n+2} = \tag{9}
$$

$$
= \beta_s^{(1)} y_{s-n+1} + \ldots + \beta_s^{(l)} y_{s-n-l+2},
$$

в котором запаздывание в измерении, используемом для формирования $\bar{u}_s$, равняется $n-1$. Для идентификации параметров ОУ в канал управления кроме $\bar{u}_s$ будем добавлять пробное возмущение, формируемое с помощью $\{\mathbf{w}_t\}_{t=1}^{\infty}$ — последовательности независимых одинаково распределенных случайных n векторов из $\mathbb{R}$:

$$
u_{t(n+1)-i} = \bar{u}_{t(n+1)-i} + R_{t-1} \delta_t w_t^{(i)}, \quad i=1, \ldots, n, \quad t=1, \ldots \tag{10}
$$

Здесь

$$
R_{t-1} = 1 + \sum_{i=0}^{n+l-2} |y_{tn-i}| + \sum_{i=1}^{m-1} |u_{tn-i}| + \sum_{i=0}^{n+m-2} |\bar{u}_{tn-i}|, \quad t=1, 2, \ldots,
$$

$\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$ — последовательность положительных чисел.

Пусть $\theta_* = \varphi(\tau_*)$, для последовательности $\{\mathbf{w}_t\}_{t=1}^{\infty}$ выполнены условия (2), пробное возмущение не коррелировано с помехами v_s, $s \leq t(n+1)$ и для каждого t коэффициенты обратной связи $\alpha_s^{(1)}, \ldots, \alpha_s^{(n+m-2)}$, $\beta_s^{(1)}, \ldots, \beta_s^{(l)}$, $s \leq t(n+1)$ не коррелированы с $\mathbf{w}_t$. Тогда для построения последовательности оценок $\{\theta_t\}$ вектора θ_* применим алгоритм

$$
\begin{aligned}
&\theta_0 \in \Theta, \\
&\theta_t = P_\Theta(\theta_{t-1} + \gamma_t \mathbf{w}_t Y_t), \\
&Y_t = \frac{1}{2} \|\theta_{t-1} + \delta_t \mathbf{w}_t\|^2 - y_{t(n+1)} / R_{t-1},
\end{aligned} \tag{11}
$$

в котором $\{\gamma_t\}_{t=1}^{\infty}$ и $\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$ — числовые последовательности, удовлетворяющие условиям (5), с соответствующим выбором константы ρ.

Покажем, что алгоритм (11) — типа (4) и для него выполнены условия теоремы 1.

Исключая переменные $y_{s-1}, \ldots, y_{s-n+1}$, уравнение (8) можно переписать в виде

$$
y_s = \sum_{i=1}^{n} \theta_*^{(i)} u_{s-i} + f(y_{s-n-l}^{s-n}, u_{s-n-m}^{s-n-1}) + \tilde{v}_s,
$$

где $f(y_{s-n-l}^{s-n}, u_{s-n-m}^{s-n-1})$ — некоторая линейная функция $l+m-1$ аргументов; $\tilde{v}_s$ определяется по $v_s, v_{s-1}, \ldots, v_{s-n+1}$ и вектору неизвестных параметров τ.

Из последнего уравнения при $s=t(n+1)$, учитывая (10), получаем

$$y_{t(n+1)}=R_{t-1}\delta_t\theta_*^T w_t+\sum_{i=1}^{n}\theta_*^{(i)}\bar{u}_{t(n+1)-i}+f(y_{tn-l}^{tn},u_{tn-m}^{tn-1})+\bar{v}_{t(n+1)}.$$

Обозначив

$$\xi_t=\sum_{i=1}^{n}\theta_*^{(i)}\bar{u}_{t(n+1)-i}+f(y_{tn-l}^{tn},u_{tn-m}^{tn-1})+\bar{v}_{t(n+1)},$$

приходим к формуле

$$y_{t(n+1)}=R_{t-1}\delta_t\theta_*^T\mathbf{w}_t+\xi_t.$$

Рассмотрим функцию $B(\theta')$, заданную на множестве $\Theta:B(\theta')=$ $=\frac{1}{2}(\theta'-\theta)^T(\theta'-\theta)$. Для нее выполняются условия 1 и 2 теоремы. Если в качестве плана наблюдений в схеме (4) выбрать последовательность $\theta_t'=\theta_{t-1}+\delta_t\mathbf{w}_t$, то, учитывая последнюю полученную формулу, нетрудно вывести, что $Y_t=B(\theta_t')+\xi_t$. Здесь $\xi_t=\theta_*^T\theta_{t-1}-0{,}5\|\theta_*\|^2-\hat{\xi}_t/R_{t-1}$ и в силу сделанных предложений удовлетворяет условиям 3 и (3). Как видно, все условия теоремы выполнены, и, следовательно, последовательность оценок θ_t сходится с вероятностью 1 к вектору неизвестных параметров θ_*.

Оценки вектора τ_* можно вычислять по оценкам по формуле $\tau_t=\varphi(\theta_t)$.

Для задач адаптивного управления помимо определения неизвестных коэффициентов уравнения (8) содержательной является задача о стабилизации движения, т. е. выполнения условия

(12) $$\sup_s(|y_s|+|u_s|)<\infty.$$

При выбранной выше стратегии управления условие (12) можно обеспечить, если коэффициенты регулятора (9) выбирать в моменты времени $s=nt$, $nt+1$, ..., $n(t+1)-1$ равными коэффициентам соответствующих полиномов $\alpha_{\tau_{t-1}}(\lambda)$, $\beta_{\tau_{t-1}}(\lambda)$, определяемых уравнением

(13) $$a_{\tau_{t-1}}(\lambda)\alpha_{\tau_{t-1}}(\lambda)-\lambda^{n-l}b_{\tau_{t-1}}(\lambda)\beta_{\tau_{t-1}}(\lambda)=1$$

и условием: степень многочлена $\alpha_{\tau_{t-1}}(\lambda)$ меньше $n+m-1$. Здесь $a_{\tau_{t-1}}(\lambda)$ и $b_{\tau_{t-1}}(\lambda)$ — многочлены, коэффициенты которых $a_{\tau_{t-1}}^{(1)},\ldots,a_{\tau_{t-1}}^{(l)}$, $b_{\tau_{t-1}}^{(1)},\ldots,b_{\tau_{t-1}}^{(m)}$ определяются вектором текущих оценок τ_{t-1}. Доказательство этого непростого утверждения опирается на факт сходимости оценок алгоритма идентификации и может быть проведено по аналогии с доказательством подобного утверждения в [8].

Заметим, что при выполнении условия (13) величины R_{t-1}, $t=1$; 2, ... ограничены, и, следовательно, с ростом t пробное возмущение в канале управления все более ослабевает.

Теорема 2. Пусть вектор истинных параметров ОУ τ_* принадлежит компактному множеству T. Для любого $\tau\in$T соответствующий ОУ полностью управляемый. Множество ψ(T) — выпуклое. Управление u_s, $s=$ $=0$, 1, ... формируется по закону (9), (10). Коэффициенты регулятора (9) определяются соотношениями (13). Последовательности положительных чисел $\{\gamma_t\}_{t=1}^{\infty}$ и $\{\delta_t\}_{t=1}^{\infty}$ удовлетворяют (5). Тогда алгоритм идентификами

$$\tau_t = \varphi(P_{\Phi(\tau)}(\psi(\tau_{t-1}) + \gamma_t \mathbf{w}_t Y_t)),$$

$$Y_t = \frac{1}{2}\|\psi(\tau_{t-1}) + \delta_t \mathbf{w}_t\|^2 - y_{t(n+1)}/R_{t-1}$$

дает при любом $\tau_0 \in T$ состоятельные оценки вектора τ_* и при этом выбранная стратегия управления является стабилизирующей, т. е. выполняется (12).

В силу изложенного для доказательства теоремы 2 достаточно заметить, что коэффициенты регулятора (9), определяемые соотношениями (13), не коррелированы с соответствующим пробным возмущением $\mathbf{w}_t$.

Если последовательность помех $\{v_s\}_{s=1}^{\infty}$ в уравнении (8) ограничена: $|v_s| \leqslant C_v$, $s=1, 2, \ldots$, то можно показать (см. [8]), что стратегия управления (9), (10), (13) обеспечивает выполнение предельного неравенства

$$\lim_{t\to\infty} |y_t| < C_v \sum_{i=0}^{n+m-1} |\alpha_{\tau_*}^{(i)}|.$$

Таким образом, замкнутая система «подстраивается» под вектор неизвестных параметров объекта. В правой части неравенства стоит величина, равная значению соответствующего минимаксного функционала качества управления ОУ с известными коэффициентами при управлении с помощью линейного стационарного регулятора, коэффициенты которого определяются соотношениями (13) при $\tau_{t-1} = \tau_*$. В [8] приводится пример моделирования на ЭВМ процесса идентификации неминимально-фазового ОУ второго порядка с помощью пробных возмущений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1

Рассмотрим последовательность невязок $\Delta\theta_t = \theta_t - \theta_*$, $t=1, 2, \ldots$ В силу алгоритма идентификации (4) имеем

$$\|\Delta\theta_t\|^2 \leqslant \|\Delta\theta_{t-1}\|^2 + 2\gamma_t(\theta_{t-1} - \theta_*)^T \mathbf{w}_t (B(\theta_{t-1} + \delta_t \mathbf{w}_t) + \xi_t) + \\ + 2\gamma_t^2 \|\mathbf{w}_t\|^2 (B(\theta_{t-1} + \delta_t \mathbf{w}_t) + \xi_t)^2. \tag{П.1}$$

Воспользуемся разложением по формуле Тейлора функции

$$B(\theta_{t-1} + \delta_t \mathbf{w}_t) = B(\theta_{t-1}) + \nabla B(\theta_{t-1})^T \delta_t \mathbf{w}_t + O(\delta_t^2 \|\mathbf{w}_t\|^2). \tag{П.2}$$

Подставив (П.2) в (П.1), учитывая ограниченность $\|\mathbf{w}_t\|$ и компактность Θ, получаем

$$\|\Delta\theta_t\| \leqslant \|\Delta\theta_{t-1}\|^2 + 2\gamma_t\delta_t(\theta_{t-1} - \theta_*)^T \mathbf{w}_t \nabla B(\theta_{t-1})^T \mathbf{w}_t + 2\gamma_t(\theta_{t-1} - \\ - \theta_*)(B(\theta_{t-1}) + \xi_t)\mathbf{w}_t + C_1\gamma_t\delta_t^2 + C_2\gamma_t^2(1 + \xi_t^2). \tag{П.3}$$

Обозначим через $\mathcal{F}_t$ σ-алгебру, порождаемую случайными величинами $\theta_1, \ldots, \theta_{t-1}$. Произведя в неравенстве (П.3) усреднение при условии σ-алгебры $\mathcal{F}_{t-1}$, в силу свойства (1) функции $B(\theta)$ и (2) получаем

$$\mathrm{M}(\|\Delta\theta_t\|^2 | \mathcal{F}_{t-1}) \leqslant (1 - \alpha_t)\|\Delta\theta_{t-1}\|^2 + \beta_t,$$

так как в силу некоррелированности случайных величин ξ_t и $\mathbf{w}_t$ третье слагаемое в (П.3) после усреднения становится равным нулю. Здесь обозначено: $\alpha_t = 2\gamma_t\delta_t\sigma_w^2 L$, $\beta_t = \max\{C_1, C_2, C_2 C_\xi\}\gamma_t(\gamma_t + \delta_t^2)$. По условию (5) ряд из величин α_t расходится, а ряд из величин β_t сходится. Последовательность $\{\|\Delta\theta_t\|^2\}$ в определенном смысле — почти супермартингал. В силу известного следствия к теореме Дуба о сходимости полумартингалов (см. [2]) из последнего неравенства получаем $\lim \|\Delta\theta_t\|^2 = 0$ при $t\to\infty$ с вероятностью 1, и, следовательно, последовательность θ_t сходится к θ_* при $t\to\infty$ с вероятностью 1. Доказательство теоремы 1 закончено.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цыпкин Я. З.* Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984.
2. *Фомин В. Н.* Методы управления линейными дискретными объектами. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1985.
3. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987.
4. *Бородин А. Н.* Процедура стохастической аппроксимации при наблюдениях, удовлетворяющих условию слабой зависимости // Теория вероятностей и ее применения. 1979. Вып. 1. С. 34–51.
5. *Медведев Г. А., Хацкевич Г. А.* О рекуррентных оценках по коррелированным наблюдениям // АиТ. 1979. № 8. С. 69–75.
6. *Saridis G. N., Stein G. A.* A new algorithm for linear system identification // IEEE Trans. Automat. Control. 1968. V. AC-13. № 5. P. 592–594.
7. *Агафонов С. А., Фомин В. Н.* Идентификация объектов управления с использованием пробных сигналов. М., 1982.– Деп. в ВИНИТИ, № 4226–82.
8. *Граничин О. Н., Фомин В. Н.* Адаптивное управление с использованием пробных сигналов в канале обратной связи // АиТ. 1986. № 2. С. 100–112.
9. *Граничин О. Н.* Алгоритм стохастической аппроксимации с возмущением на входе для идентификации статического нестационарного дискретного объекта // Вестн. Ленингр. ун-та. 1988. Сер. 1. Вып. 3. С. 92–93.
10. *Граничин О. Н.* Об одной стохастической рекуррентной процедуре при зависимых помехах в наблюдении, использующей на входе пробные возмущения // Вестн. Ленингр. ун-та. 1989. Сер. 1. Вып. 1. С. 19–21.
11. *Поляк Б. Т., Цыбаков А. Б.* Оптимальные порядки точности поисковых алгоритмов стохастической оптимизации // Проблемы передачи информации. 1990. Т. 26. № 2. С. 45–53.

Поступила в редакцию 08.02.91