

*Рандомизация для задач
анализа информации и
управления в реальном
времени*

Граничин Олег Николаевич

[\(oleg_granichin@mail.ru\)](mailto:oleg_granichin@mail.ru)

Весна 2011, 4 курс,
кафедра Системного программирования

3. Сценарный подход-1

Пусть $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^n$ — параметр конструирования некоторой системы или объекта управления. Рассмотрим семейство выпуклых задач оптимизации, параметризованных $x \in X \subseteq \mathbb{R}^d$:

$$RCP : \min_{\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^n} c^T \theta \text{ при ограничениях } \{F(\theta, x) \leq 0, x \in X\},$$

где оптимизация функции $f(\theta) = c^T \theta$ проводится по $\theta \in \Theta$, множество $\Theta \subset \mathbb{R}^n$ выпукло и замкнуто, $c \in \mathbb{R}^n$ — некоторый заданный вектор, а функция $F : \Theta \times X \rightarrow \mathbb{R}$ выпукла по θ для всех $x \in X$. В типичных случаях мощность множества X может быть бесконечной, т. е. оно может содержать бесконечное число элементов x .

Конструирование для “худшего” случая, с одной стороны, приводит к необходимости решения NP-сложных задач, а с другой — часто привносит в систему чрезмерный консерватизм, поскольку вынуждает фокусироваться на всех вырожденных случаях, вероятность появления которых на практике не велика.

3. Сценарный подход-2

Пусть x_1, \dots, x_N — N независимых реализаций, полученных по одинаковой вероятностной мере P . Сценарная задача является дискретизацией задачи RCP и представляет собой решение следующей задачи выпуклого программирования

$$RCP_N : \min_{\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^n} c^T \theta, \text{ при } \{F(\theta, x_i) \leq 0, x_i \in \mathbb{X}, i = 1, 2, \dots, N\}.$$

Фиксируем вещественные параметр уровня $\epsilon \in (0, 1)$ и параметр конфиденциальности $\beta \in [0, 1]$ и положим

$$N \geq N(\epsilon, \beta) = \left\lceil \frac{2}{\epsilon} \ln \frac{2}{\beta} + 2n + \frac{2n}{\epsilon} \ln \frac{2}{\epsilon} \right\rceil.$$

(Здесь и далее $\lceil \cdot \rceil$ — функция целой части числа). Тогда с вероятностью не меньшей, чем $1 - \beta$ либо сценарная задача RCP_N неразрешима и тогда первоначальная задача робастной выпуклой оптимизации RCP также неразрешима, либо RCP_N разрешима и тогда ее оптимальное решение является решением уровня ϵ для первоначальной задачи RCP .

Scenario Approach-3

- To choose a-priori the number of sample N
- To solve a problem with $Prob=1-b$ for almost all conditions (except measure e)

