

Научно-теоретический журнал
Издается с августа 1946 года

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

<i>Гелиг А. Х.</i> О методе усреднения в теории устойчивости импульсных систем.....	3
<i>Ермаков С. М., Сиплин А. С.</i> Процесс «блуждания по полусферам» и его применение к решению краевых задач.....	9
<i>Зубер И. Е.</i> Расширение класса стабилизируемых неопределённых дискретных систем.....	19
<i>Кабардов М. М.</i> Об аналитическом продолжении гипергеометрического ряда преобразованием Эйлера—Кношпа.....	24
<i>Крым В. Р.</i> Неголономные геодезические как решения интегральных уравнений Эйлера—Лагранжа и дифференциал экспоненциального отображения.....	31
<i>Мазья В. Г., Поборчий С. В.</i> О представлении решения задачи Неймана в области с пиком гармоническим потенциалом простого слоя.....	41
<i>Порошина Н. И., Рябов В. М.</i> Об обращении преобразования Лапласа некоторых специальных функций.....	50
<i>Разуваева И. В., Фрадков А. Л.</i> Адаптивное управление линейными объектами с координатно-параметрическими возмущениями типа белого шума.....	61
<i>Смирнова В. Б., Утина Н. В., Шепелявый А. И., Перкин А. А.</i> Покоординатные оценки векторного выхода многомерных систем с фазовым управлением.....	70
<i>Соловьёва Н. А.</i> О жестких фреймах специального вида.....	79
<i>Феоктистова В. Н., Матвеев А. С.</i> Динамическая интерактивная стабилизация переключа-тельной системы Кумара—Сейдмана.....	86
<i>Холшевников К. В., Шайдуллин В. Ш.</i> Асимптотика равномерной нормы присоединенных функ-ций Лежандра P_n^k (случай $n - k \ll n$).....	97

Механика

<i>Ермаков А. М.</i> Напряженно-деформированное состояние трансверсально-изотропных сопря-женных эллиптических оболочек, находящихся под действием внутреннего дав-ления.....	110
<i>Маслов Л. Б., Арсеньев Д. Г., Зинковский А. В.</i> Численное моделирование вибрационных пото-ков жидкости в системе пор большеберцовой кости.....	119



<i>Михеев А. В.</i> Устойчивость оболочек на упругом основании, армированных системами мало-растяжимых нитей	127
<i>Товстик П. Е., Товстик Т. П.</i> Модель двухмерного графитового слоя	134

Астрономия

<i>Башаков А. А.</i> Использование модифицированного метода Шварцшильда для построения фазовой модели Галактики	143
---	-----

Рефераты	151
-----------------------	-----

Abstracts	158
------------------------	-----

Contents	165
-----------------------	-----

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ «ВЕСТНИКА СПбГУ»

Председатель д-р юрид. наук, проф. **Н. М. Кропачев**
 Зам. председ. канд. биол. наук, проф. **И. А. Горлинский**
 Зам. председ. д-р социол. наук, проф. **Н. Г. Скворцов**

Редакционная коллегия серии:

Отв. редактор — д-р физ.-мат. наук, проф. *П. Е. Товстик*
 Зам. отв. редактора — д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Петров*
 Отв. секретарь — канд. физ.-мат. наук *Т. В. Волошинова*

д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Витязев*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю. К. Демьянович*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. М. Ермаков*, д-р физ.-мат. наук, член-корр. РАН, проф. *Г. А. Леонов*, д-р физ.-мат. наук, акад. РАН, проф. *Н. Ф. Морозов*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. К. Матвеев*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. С. Новоселов*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. Б. Невзоров*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В. В. Петров*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Л. А. Петросян*, д-р физ.-мат. наук, проф. *С. Ю. Пиллогин*, д-р физ.-мат. наук, член-корр. РАН, проф. *В. А. Плисс*, д-р физ.-мат. наук, проф. *Н. Н. Уралъцева*, д-р физ.-мат. наук, проф. *К. В. Холшевников*

Адрес редколлегии: 198504, Петродворец, Университетский пр., 28

Проект реализован при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга

Редактор *Т. В. Семенова*
 Компьютерная верстка *А. М. Вейшторп*
 Номер подготовлен в L^AT_EX 2_ε

**На наш журнал можно подписаться по каталогу
 «Газеты и журналы» «Агентства “Роспечать”».
 Подписной индекс 36113**

Подписано в печать 10.09.2009. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,54. Уч.-изд. л. 13,65. Тираж 500 экз. Заказ №

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, 11/21.

Телефоны: 328-44-22, 328-21-64. e-mail: ts@ts2340.spb.edu

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

РЕФЕРАТЫ

УДК 517.938

Гелиг А.Х. **О методе усреднения в теории устойчивости импульсных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 3–8.

Рассматривается функционально-дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\xi, \quad \xi = M\sigma, \quad \sigma = (c, x),$$

где $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $b \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $c \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, A — гурвицева матрица, ξ — сигнал на выходе импульсного элемента M , осуществляющего широтно-импульсную модуляцию первого рода. После сведения к нелинейному разностному уравнению и усреднения его с помощью анализа квадратичной функции Ляпунова и дискретной частотной теоремы получены достаточные условия глобальной асимптотической устойчивости, накладывающие ограничения на дискретную периодическую функцию и частоту импульсации.

Ключевые слова: устойчивость, импульсные ситемы, метод усреднения.

Библиогр. 8 назв.

УДК 519.71

Ермаков С.М., Сипин А.С. **Процесс «блуждания по полусферам» и его применение к решению краевых задач** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 9–18.

Использование представлений решений краевых задач для простых областей в алгоритмах метода Монте-Карло широко известно [2]. В частности, широкое распространение получило такого рода представление для шара. Оно позволяет формально записать интегральное уравнение второго рода для искомой функции в произвольной области с регулярной границей. Привлечение условий согласования [1] указывает возможную конструкцию случайного процесса, «решающего» задачу. Процесс «блуждания по сферам», решающий первую краевую задачу для уравнения Пуассона, приводит, однако, к ε -смещенным оценкам — необходимо введение параметра регуляризации.

Авторы подробно исследуют метод «блуждания по полусферам», предложенный ранее А.С. Сипиным [10] без подробного обоснования. Привлечение функции Грина для полусферы позволяет построить оценки для первой и третьей краевых задач, а также для задачи с разрывной производной, которые для широкого класса областей оказываются несмещенными. Алгоритмы обладают высокой степенью параллелизма. Приводятся результаты решения модельных задач.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, краевые задачи, уравнение Пуассона, блуждания по полусферам.

Библиогр. 12 назв.

УДК 517.938

Зубер И.Е. **Расширение класса стабилизируемых неопределённых дискретных систем** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 19–23.

Рассматривается неопределенная система

$$x_{k+1} = A_k(\cdot)x_k + B_k(\cdot)u_k, \quad u_k = S_k^*(\cdot)x_k,$$

где $(n \times n)$ -матрица объекта $A_k(\cdot)$, а также $(n \times m)$ -матрицы распределения управления $B_k(\cdot)$ и обратных связей $S_k(\cdot)$ определяются только границами изменения своих элементов. Задача синтеза стабилизирующего управления $u_k = S_k^*(\cdot)x_k$, обеспечивающего глобальную асимптотическую устойчивость ситемы, решается с помощью положительно определенной функции

Ляпунова $V(x_k) = x_k^* H x_k$ с постоянной матрицей H . Определяется минимальная для заданной пары $A(\cdot)$ и H размерность управления m , при которой существуют $n \times m$ -матрицы $B_k(\cdot)$ и $S_k(\cdot)$, обеспечивающие отрицательную определенность приращения функции Ляпунова на траекториях системы. Получен явный вид матриц $B_k(\cdot)$ и $S_k(\cdot)$, необходимый и достаточный для отрицательной определенности приращения функции Ляпунова.

Рассматривается также система, у матрицы объекта которой ненулевыми являются только элементы верхней наддиагонали и последних $n-r$ строк. Определяются матрица H_0 в функции Ляпунова $V(x_k) = x_k^* H_0 x_k$, при которой размерность управления $m = n - r + 1$, и явный вид матрицы распределения управлений и обратных связей, при которых замкнутая система глобально асимптотически устойчива. Доказано, что при использовании функции Ляпунова в виде квадратичной формы с постоянной матрицей коэффициентов уменьшить размерность управления невозможно.

Ключевые слова: неопределённые системы, дискретные системы, стабилизация.

Библиогр. 10 назв.

УДК 517.537.3

Кабардов М. М. **Об аналитическом продолжении гипергеометрического ряда преобразованием Эйлера—Кноппа** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 24–30.

Рассмотрено преобразование Эйлера—Кноппа с точки зрения вопросов регулярности и ускорения сходимости. В качестве объекта исследования выбран гипергеометрический ряд

$${}_n F_{n-1}(\mathbf{a}; \mathbf{b}; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k \dots (a_n)_k}{(b_1)_k \dots (b_{n-1})_k} \frac{z^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k z^k.$$

Изучены области сходимости и ускорения сходимости преобразования гипергеометрического ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} A_k(p) \frac{z^k}{(1-pz)^{k+1}}, \quad A_k(p) = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (-p)^{k-j} \lambda_j.$$

Показано, что для фиксированного аргумента z' гипергеометрического ряда оптимальный параметр $p_{\text{опт}}(z')$ не обеспечивает регулярности преобразования Эйлера—Кноппа и ускорение сходимости при этом достигается не на всем круге сходимости $|z| < 1$ исходного ряда. Показаны различия между оптимальным безусловно и оптимальным с условием регулярности преобразования Эйлера—Кноппа параметрами. Для наглядности приведены иллюстрации, поясняющие геометрию выбора оптимального параметра p .

Ключевые слова: преобразование Эйлера—Кноппа, гипергеометрический ряд, аналитическое продолжение, ускорение сходимости.

Библиогр. 6 назв. Ил. 2.

УДК 514.752.8:514.764.2:514.774.8

Крым В. Р. **Неголономные геодезические как решения интегральных уравнений Эйлера—Лагранжа и дифференциал экспоненциального отображения** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 31–40.

Уравнения горизонтальных геодезических на римановом (или псевдоримановом) многообразии с неголономным распределением получены методом Эйлера—Лагранжа в формулировке Понтрягина. Доказано, что если распределение и метрический тензор распределения являются C^k -гладкими, $k \geq 1$, то всякое регулярное решение вариационной задачи является C^{k+1} -гладким. Вычислен дифференциал экспоненциального отображения для неголономного распределения с условием цикличности по «вертикальным» координатам. Этот дифференциал невырожден, если распределение является сильно скобочно порождающим.

Ключевые слова: субриманова геометрия, горизонтальные геодезические, аномальные геодезические, неголомомные распределения, принцип максимума Понтрягина.

Библиогр. 11 назв.

УДК 517.968.2+517.956

Мазья В. Г., Поборчий С. В. **О представлении решения задачи Неймана в области с пиком гармоническим потенциалом простого слоя** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 41–49.

Как известно, отыскание решения задачи Неймана для уравнения Лапласа в виде потенциала простого слоя $V\rho$ с неизвестной плотностью ρ приводит к граничному интегральному уравнению второго рода для нахождения плотности. Задача Неймана рассматривается в ограниченной n -мерной области Ω^+ ($n > 2$) с вершиной изолированного пика на границе или в ее дополнении $\Omega^- = \mathbf{R}^n \setminus \overline{\Omega^+}$. Пусть Γ — общая граница областей Ω^\pm , $Tr(\Gamma)$ — пространство следов на Γ функций с конечным интегралом Дирихле на \mathbf{R}^n и $Tr(\Gamma)^*$ — пространство, сопряженное к $Tr(\Gamma)$. Мы показываем, что решение задачи Неймана для области Ω^- с вершиной внутреннего пика можно представить как $V\rho^-$, где $\rho^- \in Tr(\Gamma)^*$ определяется единственным образом для всех $\psi^- \in Tr(\Gamma)^*$. Если Ω^+ — область с внутренним пиком и $\psi^+ \in Tr(\Gamma)^*$, $\psi^+ \perp 1$, то решение задачи Неймана для Ω^+ имеет вид $u^+ = V\rho^+$ при некотором $\rho^+ \in Tr(\Gamma)^*$, определяемом однозначно с точностью до слагаемого $\text{const} \cdot \rho_0$, $\rho_0 = V^{-1}(1)$. Эти результаты неверны для области с внешним пиком.

Ключевые слова: задача Неймана, уравнение Лапласа, граничные интегральные уравнения, гармонические потенциалы, области с негладкой границей.

Библиогр. 14 назв.

УДК 518:517.948

Порошина Н. И., Рябов В. М. **Об обращении преобразования Лапласа некоторых специальных функций** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 50–60.

Рассматриваются методы обращения преобразования Лапласа, ориентированные на решение задач линейной вязкоупругости, описывающих длительные медленно протекающие во времени процессы деформирования. Предложен класс слабо сингулярных ядер, позволяющий более точно описывать экспериментальные данные по сравнению с обычно применяемыми ядрами. Приведены вычислительные схемы методов и способы ускорения их сходимости.

Ключевые слова: линейная вязкоупругость, обращение преобразования Лапласа, ускорение сходимости, квадратурные формулы, метод Виддера.

Библиогр. 17 назв.

УДК 62-506

Разуваева И. В., Фрадков А. Л. **Адаптивное управление линейными объектами с координатно-параметрическими возмущениями типа белого шума** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 61–69.

В работе получены условия диссипативности в среднеквадратическом адаптивных систем стабилизации линейного объекта при координатно-параметрических возмущениях типа белого шума. Адаптивный регулятор выбирается линейным с настраиваемыми коэффициентами. Для настройки используется алгоритм адаптации, синтезированный по методу пассивации. Рассматриваются объекты, у которых число входов может не совпадать с числом выходов. Доказательство основано на построении квадратичной стохастической функции Ляпунова. (как известно, в случае чисто параметрических возмущений полученные условия оказываются необходимыми и достаточными для существования у системы функции Ляпунова с заданными свойствами). Получены условия диссипативности построенной замкнутой системы и показа-

но, что в некоторых частных случаях диссипативность замкнутой системы сохраняется при произвольной интенсивности белозумных возмущений.

Ключевые слова: адаптивное управление, пассивфикация, стохастические уравнения Ито.
Библиогр. 7 назв.

УДК 681.511.42

Смирнова В.Б., Утина Н.В., Шепелявый А.И., Перкин А.А. **Покоординатные оценки векторного выхода многомерных систем с фазовым управлением** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 70–78.

Рассматриваются два класса многомерных фазовых систем управления с дифференцируемыми векторными периодическими функциями: класс непрерывных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, и класс дискретных систем, описываемых разностными уравнениями. Исследуется задача о числе проскальзываний циклов для угловых координат фазовых систем с дифференцируемыми нелинейностями. Исследование проводится прямым методом Ляпунова с использованием периодических функций Ляпунова, расширения фазового пространства системы и леммы Якубовича—Калмана. Последняя дает возможность формулировать необходимые и достаточные условия существования функций Ляпунова с помощью передаточной матрицы линейной части системы. В итоге для фазовых систем, обладающих глобальной асимптотикой, получены частотные критерии, позволяющие уточнять оценки отклонения угловых координат от их начальных значений. Критерии содержат многопараметрические частотные неравенства с варьируемыми параметрами, удовлетворяющими алгебраическим неравенствам.

Ключевые слова: фазовые системы, второй метод Ляпунова, частотная теорема Якубовича—Калмана, проскальзывание циклов.

Библиогр. 17 назв.

УДК 512.643

Соловьева Н. А. **О жестких фреймах специального вида** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 79–85.

Вводятся системы векторов специального вида, в которых каждый элемент получается умножением предыдущего на унитарную матрицу U . В первой теореме устанавливаются необходимые и достаточные условия для того, чтобы такая система являлась жестким фреймом. Приводятся примеры, иллюстрирующие необходимость каждого из условий. Теорема применяется к фрейму Мерседес-Бенц.

Матрицу, составленную из ортонормированных собственных векторов U , обозначим через P . Далее, рассматривается новая система векторов, в которой каждый элемент получается умножением соответствующего элемента исходной системы на матрицу P^* . Во второй теореме утверждается, что вновь полученная система является обобщенным гармоническим фреймом тогда и только тогда, когда выполняются условия первой теоремы. В качестве приложения показано, как фрейм Мерседес-Бенц преобразовать в обобщенный гармонический фрейм.

Ключевые слова: жесткие фреймы специального вида, обобщенные гармонические фреймы.
Библиогр. 3 назв.

УДК 517.972:681.5

Феоктистова В.Н., Матвеев А.С. **Динамическая интерактивная стабилизация переключательной системы Кумара—Сейдмана** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 86–96.

Предложен динамический протокол управления гибкой производственной системой Кумара—Сейдмана, рассматриваемой в общей алгебраической форме. В конечном счёте, это исследование нацелено на минимизацию общего количества работы за единицу времени. Дока-

зано, что предложенный протокол порождает необходимый периодический процесс в качестве глобального аттрактора. Для обоснования сходимости ряд положений классической теории Фробениуса—Перрона обобщён на случай монотонных кусочно-аффинных нелинейных операторов. Предложен новый метод возбуждения требуемых производственных циклов, лежащий в русле классического метода Пуанкаре. Этот подход основан на новом критерии устойчивости положения равновесия дискретной стационарной системы.

Ключевые слова: производственные процессы, гибкие производственные системы, гибридная динамика, оптимальная траектория.

Библиогр. 20 назв. Ил. 2.

УДК 517.586

Холшевников К.В., Шайдулин В.Ш. **Асимптотика равномерной нормы присоединенных функций Лежандра P_n^k (случай $n - k \ll n$)** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 97–109.

Исследуется равномерная (чебышёвская) норма присоединенных функций Лежандра $P_n^k(x)$ на промежутке ортогональности $-1 \leq x \leq 1$. Основное внимание уделено асимптотике при стремлении нижнего индекса к бесконечности. В этой статье предполагается, что разность индексов $s = n - k$ фиксирована или растет медленнее, чем \sqrt{n} . Установлено, что норма растет асимптотически, как $\gamma_s(2n/e)^{n-s/2}$. Зависящий от s коэффициент γ_s выражен через наибольшее по y в области $(s+2)^{-2} < y < s/4$ значение модуля некоторой функции $\Phi_3(s, y) = w(s, y)\Phi_1(s, y)$, где w элементарна, а Φ_1 представляет собой обобщенный гипергеометрический многочлен ${}_2F_0(\alpha, \beta, -4y)$. Параметры многочлена равны $\alpha = -s/2$, $\beta = -(s-1)/2$. Для первых значений s вычислены точные значения нормы и коэффициента γ_s при главном члене асимптотики.

Ключевые слова: присоединенные функции Лежандра, равномерная и среднеквадратическая норма, асимптотика.

Библиогр. 5 назв. Табл. 1. Рис. 1.

УДК 539.3

Ермаков А.М. **Напряженно-деформированное состояние трансверсально-изотропных сопряженных эллиптических оболочек, находящихся под действием внутреннего давления** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 110–118.

В работе исследуется напряженно-деформированное состояние двух сопряженных трансверсально-изотропных эллиптической и сферической оболочек, находящихся под действием внутреннего давления. Такая задача может моделировать поведение корнеосклеральной оболочки глаза при увеличении внутриглазного давления. Моделирование производится с использованием теории оболочек, учитывающей влияние поперечного сдвига, деформирования в направлении нормали к срединной поверхности и поперечных нормальных напряжений. Задача решается в перемещениях. В результате преобразования основных взаимоотношений теории получена система дифференциальных уравнений 16-го порядка с 16 граничными условиями. Для решения этой системы разработан программный продукт, на базе пакета Mathematica 6.0, реализующий конечноразностный метод для решения систем дифференциальных уравнений высокого порядка. С использованием численного метода получены функции компонентов смещения, описывающие общую картину напряженно деформированного состояния. Проведен анализ общей картины деформации оболочек при различных соотношениях величин полуосей эллипсоида.

Ключевые слова: склера, сопряженные трансверсально-изотропные оболочки, миопия, гиперметропия.

Библиогр. 7 назв.

УДК 534.134, 51-76

Маслов Л. Б., Арсеньев Д. Г., Зинковский А. В. **Численное моделирование вибрационных потоков жидкости в системе пор большеберцовой кости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 119–126.

Транспортная система кости образована сложной иерархической системой пор и каналов, содержащих кровеносные сосуды и интерстициальную жидкость. В статье представлена математическая модель костной ткани, описываемая динамическими уравнениями теории эффективной пороупругости Био и определяющими уравнениями анизотропной сплошной среды. Для численного анализа использована смешанная $u - p$ формулировка метода конечных элементов, характеризуемая четырьмя степенями свободы в точке пороупругого континуума, на основе которой разработана конечно-элементная модель большеберцовой кости голени человека. Проведен расчет вынужденных гармонических колебаний модели кости и исследовано распределение давления в порах компактного и губчатого вещества. Показано, что вибрационные потоки жидкости в системе пор костной ткани зависят от частоты возбуждения и могут достигать существенных значений в случае резонансных форм колебаний. Проведено сравнение результатов пороупругого анализа с решением в постановке классической теории упругости с использованием эффективных модулей в дренированном и недренированном состояниях и отмечено, что отличия в результатах могут достигать 5–10% на определенных модах колебаний.

Ключевые слова: математическое моделирование, конечно-элементная модель, пороупругость, кость, колебания, резонанс.

Библиогр. 11 назв. Ил. 3. Табл. 1.

УДК 539.3

Михеев А. В. **Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 127–133.

Рассматривается задача локальной устойчивости тонких оболочек на упругом основании, армированных n системами малорастяжимых нитей ($n = 2, 3$) при различных видах нагружения. В данной задаче исследуется оболочка на упругом основании, состоящая из изотропного материала (матрицы), в которую внедрены n систем нитей, наклоненных под углами ξ_k к координатной линии α , совпадающей с одной из линий главных кривизн. В качестве инструмента исследования берется модель локальной потери устойчивости, заключающаяся в «замораживании» коэффициентов системы уравнений устойчивости. Предполагается, что нити распределены равномерно по толщине оболочки. Напряжения в оболочке σ_{ij} состоят из двух слагаемых — напряжений в матрице и осредненных напряжений сжатия/растяжения нитей. Мы приходим к модели конструктивно ортотропной оболочки с упругими параметрами, зависящими от взаимного расположения нитей, плотности армирования, а также упругих характеристик матрицы и нитей. Таким образом, становится возможным получить зависимость параметра критической нагрузки от угла наклона нитей к линии α и найти значения данного угла, соответствующие наибольшей величине критической нагрузки.

Ключевые слова: оболочка, устойчивость, армирование, критическая нагрузка.

Библиогр. 6 назв. Ил. 5. Табл. 4.

УДК 539.3:519.63

Товстик П. Е., Товстик Т. П. **Модель двумерного графитового слоя** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 134–143.

В связи с развитием нанотехнологий актуальными стали задачи сравнения континуального и дискретного описаний деформации среды. Рассматривается плоская задача деформирования графитового слоя. В работе Беринского, Ивановой, Кривцова и Морозова был предложен моментный потенциал взаимодействия двух частиц, хорошо описывающий графитовую атомную

решетку. В недеформированном состоянии решетка образует устойчивую систему правильных шестиугольников. Целью работы является исследование напряжений в бесконечной решетке, появляющихся при ее аффинном преобразовании. Построена плотность упругой энергии как функция деформаций. Рассматриваются деформации, напряжения и устойчивость эквивалентной двумерной сплошной среды. При малых деформациях среда изотропна, а при больших — анизотропна. Для исследования устойчивости среды построен акустический тензор и используется динамический критерий, заключающийся в существовании стационарных волн деформации. Отмечено, что положительная определенность второй вариации потенциальной энергии не может служить критерием устойчивости. В трехмерном пространстве деформаций построена область устойчивости, в которой деформации имеют порядок 0.12–0.15.

Ключевые слова: графитовая решетка, парное моментное взаимодействие, жесткость решетки, устойчивость.

Библиогр. 9 назв. Ил. 4. Табл. 2.

УДК 524.3/4-32

Башаков А. А. Использование модифицированного метода Шварцшильда для построения фазовой модели Галактики // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009. Вып. 3. С. 143–150.

Дано описание модифицированного метода Шварцшильда, особенностей его работы и построенной с его помощью модели на основе потенциала Флинна и др. для Галактики. Показано, что этим методом можно строить фазовые модели звездных систем и соответствующие им дискретные системы, использующиеся как входные данные для исследования систем N тел.

Описан новый алгоритм разбиения пространства модели на ячейки цилиндрической формы вместо использовавшихся ранее прямоугольных параллелепипедов, что дает преимущество в моделировании центральных частей системы. Другой модификацией стала замена алгоритма нахождения весов орбит: вместо симплекс-метода используется итерационный алгоритм, позволяющий работать с большим числом орбит и ячеек и дающий более сглаженную модель.

Полученная фазовая модель диска и центральных частей Галактики после перехода к дискретному представлению была исследована на равновесность и устойчивость при помощи численного решения задачи N тел. Параметры модели на первых оборотах несколько отклонились от исходных, а затем, при переходе к новому равновесию, стабилизировались.

Ключевые слова: динамика звездных систем, фазовые модели галактик, численные методы. Библи. 11 назв. Ил. 5. Табл. 2.