

МЕТОДЫ КОРРЕКЦИИ РАСФАЗИРОВОК В ЦИФРОВЫХ СИГНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРАХ

Г.А.Леонов, С.М.Селеджи

1. Введение

Цифровые сигнальные процессоры широко распространены в системах реального времени [1]. С 1990 года для коррекции расфазировок в цифровых сигнальных процессорах стали применяться системы фазовой автоподстройки. В настоящей работе описаны методы синтеза и анализа таких систем.

Системы фазовой автоматической подстройки генераторов (ФАП) широко распространены в радиотехнике и электросвязи. После их изобретения в тридцатых-сороковых годах двадцатого века [2-3] стала интенсивно развиваться как практика применения, так и теория систем ФАП [4-18].

В последнее десятилетие системы ФАП стали широко применяться для управления тактовыми генераторами цифровых сигнальных процессоров и других устройств цифровой обработки информации [19-26]. Например такие системы ФАП есть в процессорах DSP 56000 и DSP 56K (Motorola) [25,26]. Системы ФАП показали свою высокую эффективность как синтезаторы тактовых частот и как устройства, корректирующие расфазировку тактовых импульсов [19-26]. Эти свойства систем ФАП определяют их специфику и отличие от типовых систем ФАП, используемых в радиотехнике.

Одним из главных требований к системам ФАП для тактовых генераторов является их фазовая астатичность. Это означает, что система должна полностью устранить расфазировку.

Поясним проблему устранения расфазировки в многопроцессорных системах при применении параллельных алгоритмов.

Рассмотрим тактовый генератор C (clock), передающий тактовые импульсы через общую шину на параллельно работающие процессоры P_k (рис. 1).

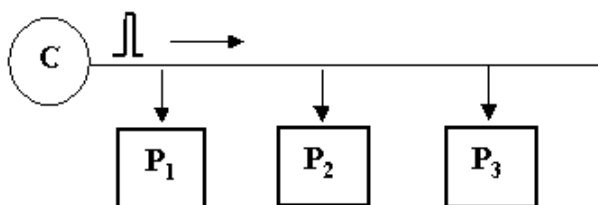


Рис.1

При реализации параллельных алгоритмов процессорам надлежит одновременно выполнять некоторую последовательность операций. Эти операции должны начинаться в моменты прихода тактовых импульсов в процессор. Однако из-за разницы в длинах путей, по которым проходят импульсы от генератора к каждому из процессоров, возникает рассогласованность работы процессоров по времени. Это явление называют расфазировкой сигнала (clock skew).

Устранение расфазировки – одна из основных проблем в организации параллельных вычислений и обработки информации (в том числе и в проектировании матричных процессоров [27]). Иногда эту проблему называют проблемой синхронизации. (На наш взгляд, более подходящее название – проблема синфазности, поскольку требуется устранить расфазировку.)

Проблема устранения расфазировки за последние тридцать лет решалась различными способами.

При разработке архитектур многопроцессорных систем был предложен [27] способ соединения процессоров в виде H -дерева, в котором (рис.2) длины путей от тактового генератора до каждого процессора одинаковы.

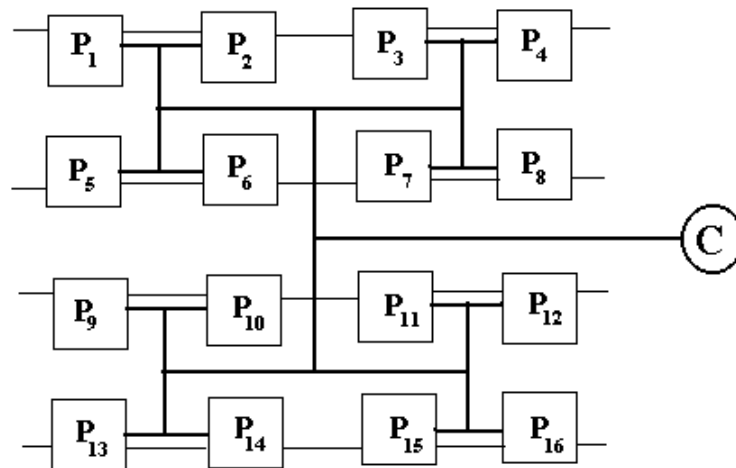


Рис. 2.

Однако полностью расфазировка в этом случае может не устраняться из-за неоднородности проводников [27]. Кроме того, для большого числа процессоров значительно усложняется конфигурация линий связи. Это приводит к трудным технологическим проблемам.

Решение проблемы синхронизации на программно-аппаратном уровне привело к созданию асинхронных протоколов связи, которые способны корректировать неодновременность совершения операций в процессорах режимами ожидания [27]. Другими словами, создание протоколов доступа позволяет, задерживая информацию на некоторых этапах выполнения параллельного алгоритма, не исказить конечные результаты. К достоинствам этого подхода относится отсутствия необходимости разработки специальной сложной аппаратной поддержки. К недостаткам – замедление работы параллельных алгоритмов.

Наряду с проблемой устранения расфазировки возникла еще одна острая проблема. Увеличение числа процессоров в многопроцессорных системах потребовало увеличения мощности тактового генератора. Однако мощные генераторы стали создавать значительные электромагнитные помехи.

Около десяти лет назад был применен новый метод устранения расфазировки и понижения мощности генератора – введение специальной распределенной системы тактовых генераторов, управляемых устройствами фазовой синхронизации. Он разрабатывался в рамках схемотехники (hardware) и стал активно использоваться в последнее десятилетие [19–26]. Современные технологические возможности позволили проектировать надежные асинхронные системы ФАП с требуемыми техническими характеристиками. Преимуществом такого подхода по сравнению с программным устранением влияния расфазировки является отсутствие необходимости создания специальных задержек в работе параллельных алгоритмов. Этот подход позволил также значительно снизить мощность тактовых генераторов.

Общая схема распределенной системы генераторов с ФАП приведена на рис. 3

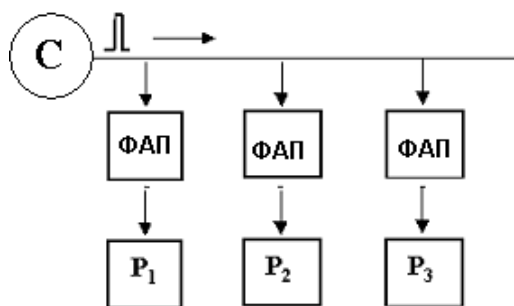


Рис. 3.

2. Блок–схема и математическая модель системы ФАП, управляющей тактовым генератором

Классическим подходом к синтезу систем ФАП является первоначальное рассмотрение двух сигналов $f_1(t)$ и $f_2(t)$, проходящих через перемножитель и фильтр низких частот с передаточной функцией $K(p)$ и импульсной переходной функцией $\gamma(t)$ (рис. 4).

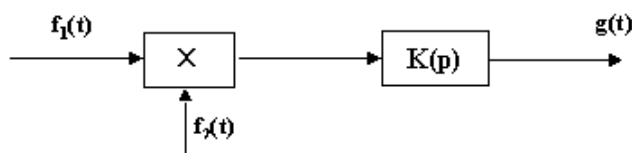


Рис. 4.

Часто рассматривают интегрирующий фильтр с передаточной функцией

$$K(p) = \frac{\beta}{p + \alpha}. \quad (1)$$

Здесь α и β – положительные постоянные, $g(t)$ – выход фильтра.

Будем рассматривать далее два типа сигналов $f_1(t)$ и $f_2(t)$:

$$f_j(t) = A_j \sin(\omega_j(t)t + \psi_j) \quad (2)$$

$$f_j(t) = A_j \text{sign}(\sin(\omega_j(t)t + \psi_j)) \quad (3)$$

Здесь A_j, ψ_j – числа, $\omega_j(t)$ – дифференцируемые функции, удовлетворяющие следующему условию.

Для любого числа $\tau \geq 0$ и малого положительного числа δ выполнены неравенства

$$|\gamma(t) - \gamma(\tau)| \ll 1, \quad |\omega_j(t) - \omega_j(\tau)| \ll 1, \quad \forall t \in [\tau, \tau + \delta] \quad (4)$$

$$(\omega_1(\tau) - \omega_2(\tau))\delta \ll 1, \quad \omega_j(\tau)\delta \gg 1, \quad (5)$$

где $j = 1, 2$.

Условия (4) и (5) имеют асимптотический характер и могут быть записаны также следующим образом

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} |\gamma(t) - \gamma(\tau)| = 0, \quad \lim_{\delta \rightarrow 0} |\omega_j(t) - \omega_j(\tau)| = 0,$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} (\omega_1(\tau) - \omega_2(\tau))\delta = 0, \quad \lim_{\delta \rightarrow 0} \omega_j(\tau)\delta = +\infty.$$

Всюду в дальнейшем отношение $f(\delta) \ll 1$ означает, что $f(\delta) \rightarrow 0$ при $\delta \rightarrow 0$.

Условия (4) и (5) означают что, на малых промежутках $[\tau, \tau + \delta]$ функции $\omega_j(t)$ и $\gamma(t)$ являются "почти константами", а функции $f_j(t)$ быстро осциллируют.

Колебания вида (2) при выполнении условий (4), (5) близки к гармоническим и характерны для многих радиотехнических генераторов [4,7,8]. Колебания вида (3) характерны для импульсных последовательностей тактовых генераторов [20–24], центрированных относительно нулевого напряжения.

Введем теперь функции $\theta_j(t) = \omega_j(t)t + \psi_j$, которые в условиях (4) и (5) будем называть фазами колебаний $f_j(t)$.

Рассмотрим блок-схему на рис. 5.

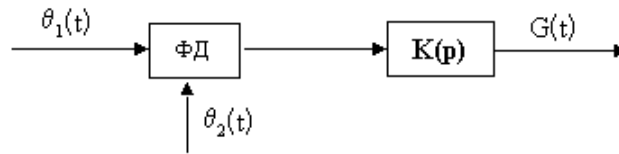


Рис. 5.

Здесь ФД – нелинейный блок с характеристикой $\varphi(\theta)$, называемый фазовым детектором (дискриминатором). На входы блока ФД поступают фазы $\theta_j(t)$, выходом является функция $\varphi(\theta_1(t) - \theta_2(t))$. Далее сигнал $\varphi(\theta_1(t) - \theta_2(t))$ поступает на фильтр с передаточной функцией $K(p)$. Функция $G(t)$ является выходом фильтра.

Классический синтез систем ФАП основан на следующем хорошо известном результате [4,7,8].

Теорема 1. Если выполнены условия (2), (4), (5) и $\varphi(\theta) = \frac{1}{2}A_1A_2 \cos \theta$, то при одних и тех же начальных состояниях фильтра имеет место неравенство

$$|g(t) - G(t)| \ll 1, \quad \forall t \geq 0, \quad t\delta \ll 1. \quad (6)$$

Этот основополагающий в теории систем ФАП результат можно переформулировать следующим образом.

Если выполнены условия (2), (4), (5), $\varphi(\theta) = \frac{1}{2}A_1A_2 \cos \theta$ и

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} t\delta = 0,$$

то

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} |g(t) - G(t)| = 0.$$

Рассмотрим теперь 2π – периодическую функцию $\varphi(\theta)$ следующего вида

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} A_1A_2(1 + 2\theta/\pi) & \theta \in [-\pi, 0] \\ A_1A_2(1 - 2\theta/\pi) & \theta \in [0, \pi]. \end{cases} \quad (7)$$

Теорема 2. Если функции $f_j(t)$ имеют вид (3), функция $\varphi(\theta)$ – вид (7) и выполнены условия (4), (5), то при одних и тех же начальных состояниях фильтра имеет место неравенство (6).

Доказательство теоремы 2 приведено в п.4.

Отметим, что блок-схема на рис. 4 может быть реализована на стандартных электронных элементах – перемножителях и фильтрах [25]. Блок-схема на рис. 5 является асимптотически (в смысле соотношения (6)) эквивалентной по отношению к блок-схеме на рис. 4.

Введение эквивалентной блок-схемы (рис. 5) позволяет рассмотреть задачу управления тактовыми генераторами с общих позиций теории фазовой синхронизации [7,8,24], универсальным принципом которой является трансформация разности фаз двух колебаний в управляющее воздействие на частоту генератора.

С другой стороны, блок-схема (рис. 4) является электронной реализацией этого общего принципа фазовой синхронизации.

Теорема 2 позволяет провести синтез блок-схемы астатической системы ФАП, которая выполняет функцию синтезатора частот и функцию коррекции расфазировок тактовых генераторов.

Такая блок-схема изображена на рис. 6.

Здесь ЭГ – эталонный тактовый генератор, З – линия задержки, ИФ – интегрирующий фильтр с передаточной функцией (1), ПГ – подстраиваемый генератор, ПД1 и ПД2 – программируемые делители частоты, П – процессор.

Релейный элемент играет роль астатического корректирующего блока. Его введение позволяет обнулить остаточную расфазировку, которая возникает при ненулевой начальной разности частот эталонного и подстраиваемого генераторов.

Отметим, что электронные реализации тактовых генераторов и линий задержки приведены в [19], перемножителей, фильтров и реле (компараторов) – в [28]. Делители частоты описаны в [22,23].

Сделаем здесь обычное предположение, что частота эталонного генератора постоянна: $\omega_1(t) \equiv \omega_1 = const.$ Параметр линии задержки T выбираем здесь так, чтобы

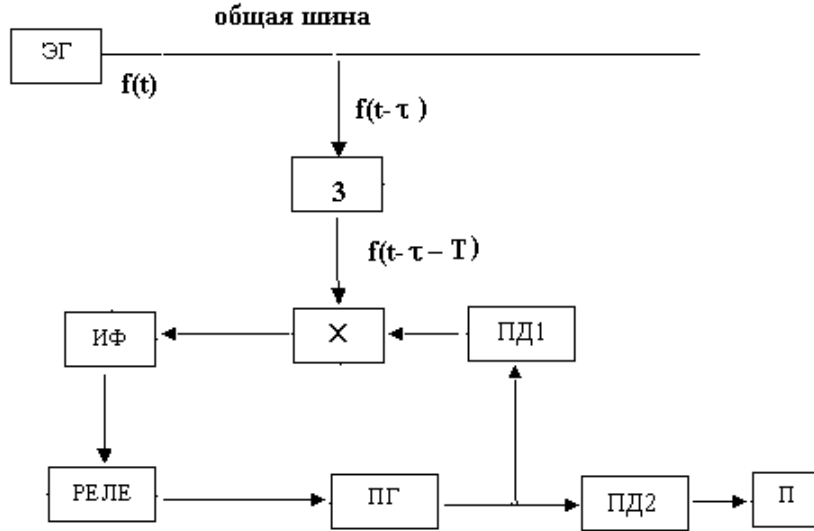


Рис. 6.

$\omega_1(T + \tau) = 2\pi k + 3\pi/2$. Здесь k – некоторое натуральное число, $\omega_1\tau$ – расфазировка, возникающая за время τ прохождения импульса по общей шине до входа в ФАП.

Согласно теореме 2 и выбору T блок-схему, представленную на рис. 6, можно заменить близкой (в смысле условия (6)) блок-схемой, изображенной на рис. 7.

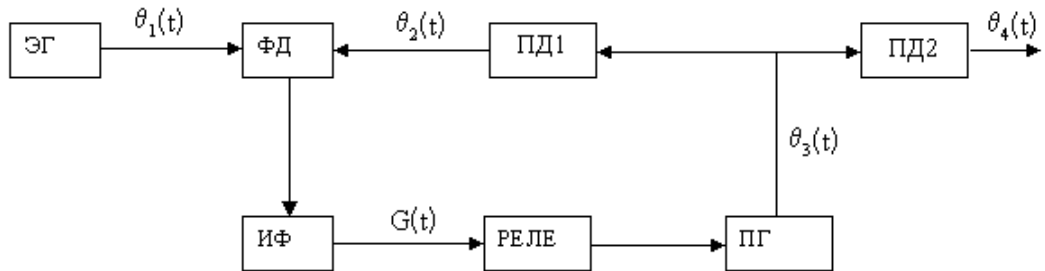


Рис. 7.

Здесь 2π – периодическая характеристика фазового детектора имеет вид

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} 2A_1A_2\theta/\pi & \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ 2A_1A_2(1 - \theta/\pi) & \theta \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}], \end{cases} \quad (8)$$

$\theta_2(t) = \theta_3(t)/M$, $\theta_4(t) = \theta_3(t)/N$, где натуральные числа M и N – параметры программируемых делителей ПД1 и ПД2.

Для правильно функционирующей системы ФАП в режиме переходного процесса (в режиме захвата) должны выполняться условия:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\theta_4(t) - \frac{M}{N} \theta_1(t)) = \frac{2\pi k M}{N} \quad (9)$$

(захват под фазу)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\dot{\theta}_4(t) - \frac{M}{N} \dot{\theta}_1(t)) = 0 \quad (10)$$

(захват под частоту).

В случае $N = 1$ условие (9) означает, что полностью устраняется расфазировка. Условие (10) означает, что происходит синтез частоты $M\omega_1/N$.

Принимая, что характеристика реле имеет вид $\Psi(G) = \text{sign}G$ и исполнительный элемент подстраиваемого генератора линеен [7,8] получим соотношение

$$\dot{\theta}_3(t) = R \text{sign}G(t) + \omega_3(0), \quad (11)$$

где R – некоторое число, $\omega_3(0)$ – начальная частота, $\theta_3(t)$ – фаза подстраиваемого генератора.

Учитывая соотношение (11) и выражения (1), (8) из блок-схемы на рисунке 7, получим следующие дифференциальные уравнения системы ФАП

$$\dot{G} + \alpha G = \beta \varphi(\theta) \quad (12)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{R}{M} \text{sign}G + (\omega_1 - \frac{\omega_3(0)}{M}).$$

Здесь $\theta(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$.

Доопределяя [29–30] $\text{sign}G$ в точке разрыва $G = 0$ отрезком $[-1, 1]$ перейдем от системы (12) к дифференциальному включению

$$\begin{aligned} \dot{G} &= \alpha G + \beta \varphi(\theta) \\ \dot{\theta} &\in -F(G) \end{aligned}, \quad (13)$$

где $F(G) = (R \text{sign}G - (M\omega_1 - \omega_3(0)))/M$ при $G \neq 0$ и $F(0) = [-(R + M\omega_1 - \omega_3(0))/M, (R + \omega_3(0) - M\omega_1)/M]$.

3. Критерий глобальной устойчивости системы ФАП

Для дифференциального включения (13) имеют место следующие утверждения.

Теорема 3. *Если выполнено неравенство*

$$|R| > |M\omega_1 - \omega_3(0)|, \quad (14)$$

то любое решение системы (13) стремится при $t \rightarrow +\infty$ к некоторому состоянию равновесия.

Если выполнено неравенство

$$|R| < |M\omega_1 - \omega_3(0)|, \quad (15)$$

то все решения системы (13) стремятся к бесконечности при $t \rightarrow +\infty$.

Доказательство теоремы 3 приведено в п.4.

Рассмотрим состояния равновесия системы (13). Для любого состояния равновесия выполнены соотношения:

$$\dot{\theta}(t) \equiv 0, \quad G(t) \equiv 0, \quad \theta(t) \equiv \pi k.$$

Теорема 4. Пусть выполнено соотношение (14). Тогда, если $R > 0$, то локально асимптотически устойчивы состояния равновесия

$$G(t) \equiv 0, \quad \theta(t) \equiv 2k\pi \quad (16)$$

и локально неустойчивы состояния равновесия

$$G(t) \equiv 0, \quad \theta(t) \equiv (2k + 1)\pi \quad (17)$$

Если $R < 0$, то локально асимптотически устойчивы состояния равновесия (17) и локально неустойчивы состояния равновесия (16).

Таким образом, для того, чтобы выполнялись соотношения (9) и (10) нужно выбирать параметры системы так, чтобы выполнялось неравенство

$$R > |M\omega_1 - \omega_3(0)|. \quad (18)$$

4. Доказательства теорем

Доказательство теоремы 2. Хорошо известно, что для фильтра с импульсной переходной функцией $\gamma(t)$, входом $\xi(t)$, выходом $\sigma(t)$ и собственным колебанием $\alpha(t)$ справедливо соотношение

$$\sigma(t) = \alpha(t) + \int_0^t \gamma(t-s)\xi(s) ds.$$

Поэтому имеет место формула

$$g(t) - G(t) = \int_0^t \gamma(t-s)[A_1 A_2 \text{sign}[\sin(\omega_1(s)s + \psi_1) \sin(\omega_2(s)s + \psi_2)] - \\ - \varphi(\omega_1(s)s - \omega_2(s)s + \psi_1 - \psi_2)] ds$$

Разбивая промежуток $[0, t]$ на промежутки $[k\delta, (k+1)\delta]$ и используя предположения (4), (5), заменим записанный выше интеграл следующей суммой

$$\sum_{k=0}^m \gamma(t - k\delta) \left[\int_{k\delta}^{(k+1)\delta} A_1 A_2 \text{sign}[\cos((\omega_1(k\delta) - \omega_2(k\delta))k\delta + \psi_1 - \psi_2) - \right. \\ \left. - \cos((\omega_1(k\delta) + \omega_2(k\delta))s + \psi_1 + \psi_2)] ds - \varphi((\omega_1(k\delta) - \omega_2(k\delta))k\delta + \psi_1 - \psi_2)\delta \right].$$

Здесь число m выбираем так, чтобы $t \in [m\delta, (m+1)\delta]$. Поскольку $(\omega_1(k\delta) + \omega_2(k\delta))\delta \gg 1$ имеет место соотношение

$$\int_{k\delta}^{(k+1)\delta} A_1 A_2 \text{sign}[\cos((\omega_1(k\delta) - \omega_2(k\delta))k\delta + \psi_1 - \psi_2) - \\ - \cos((\omega_1(k\delta) + \omega_2(k\delta))s + \psi_1 + \psi_2)] ds \approx \\ \approx \varphi((\omega_1(k\delta) - \omega_2(k\delta))k\delta + \psi_1 - \psi_2)\delta. \quad (19)$$

Здесь использовано соотношение

$$A_1 A_2 \int_{k\delta}^{(k+1)\delta} \text{sign}[\cos \alpha - \cos(\omega s + \psi_0)] ds \approx \varphi(\alpha)\delta$$

при $\omega\delta \gg 1$, $\alpha \in [-\pi, \pi]$, $\psi_0 \in R^1$.

Из (19) следует неравенство (6).

Для доказательства теоремы 3 сформулируем распространение теоремы Барбашина – Красовского на динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством.

Рассмотрим дифференциальное включение

$$\frac{dx}{dt} \in f(x), \quad x \in R^n, \quad t \in R^1 \quad (20)$$

где $f(x)$ — полунепрерывная вектор-функция, значениями которой являются ограниченные, замкнутые, выпуклые множества $f(x) \subset R^n$. Здесь R^n — n -мерное евклидово пространство.

Напомним здесь основные определения теории дифференциальных включений [30,31].

Определение 1. Будем говорить, что $U_\varepsilon(\Omega)$ — ε -окрестность множества Ω , если

$$U_\varepsilon(\Omega) = \{x \mid \inf_{y \in \Omega} |x - y| < \varepsilon\}.$$

Здесь $|\cdot|$ — евклидова норма в R^n .

Определение 2. Функция $f(x)$ называется полунепрерывной в точке x , если для любого $\varepsilon > 0$ существует число $\delta(x, \varepsilon) > 0$ такое, что выполнено включение

$$f(y) \in U_\varepsilon(f(x)), \quad \forall y \in U_\delta(x).$$

Определение 3. Вектор-функция $x(t)$ называется решением дифференциального включения (3.2), если она абсолютно непрерывна и для тех значений t , для которых существует производная $\dot{x}(t)$ выполнено включение

$$\dot{x}(t) \in f(x(t)).$$

При сделанных выше предположениях о функции $f(x)$ справедлива теорема о существовании и продолжимости решений дифференциального включения (20) [30,31].

Предположим теперь, что для линейно независимых векторов d_1, \dots, d_m выполнены следующие соотношения

$$f(x + d_j) = f(x), \quad \forall x \in R^n. \quad (21)$$

Обычно $d_j^* x$ называют фазовой или угловой координатой системы (20). Поскольку свойство (21) допускает введение цилиндрического фазового пространства [30–32], то систему (20) со свойством (21) часто называют системой с цилиндрическим фазовым пространством.

Следующая теорема является распространением широко известной теоремы Барбашина – Красовского [33,34] на дифференциальные включения с цилиндрическим фазовым пространством.

Теорема 5. Предположим, что существует непрерывная функция $V(x) : R^n \rightarrow R^1$, для которой выполнены следующие условия:

$$1) V(x + d_j) = V(x), \quad \forall x \in R^n, \quad \forall j = 1, \dots, m;$$

2) $V(x) + \sum_{j=1}^m (d_j^* x)^2 \rightarrow \infty$ при $|x| \rightarrow \infty$;

3) для любого решения $x(t)$ включения (20) функция $V(x(t))$ является невозрастающей;

4) если $V(x(t)) \equiv V(x(0))$, то $x(t)$ – состояние равновесия.

Тогда любое решение включения (20) стремится при $t \rightarrow +\infty$ к стационарному множеству.

Напомним, что стремление при $t \rightarrow +\infty$ решения к стационарному множеству Λ означает, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \inf_{z \in \Lambda} |z - x(t)| = 0.$$

Доказательство теоремы 5 имеется в книге [31].

Доказательство теорем 3 и 4. Пусть $R > |\omega_1 - \omega_2(0)|$.

Рассмотрим функцию Ляпунова

$$V(G, \theta) = \int_0^G \Phi(u) du + \beta \int_0^\theta \varphi(u) du,$$

где $\Phi(G)$ – однозначная функция, совпадающая с $F(G)$ при $G \neq 0$. При $G = 0$ $\Phi(G)$ может быть определена произвольным образом. В точках t , где $G(t) \neq 0$, имеем равенство

$$\frac{dV(G(t), \theta(t))}{dt} = -\alpha G(t) F(G(t)). \quad (22)$$

Заметим, что при $G(t) = 0$ из первого уравнения системы (12) получим неравенство

$$\dot{G}(t) \neq 0 \text{ при } \theta(t) \neq k\pi.$$

Отсюда следует отсутствие скользящих решений системы (12). Но тогда из соотношения (22) и неравенства $F(G)G > 0$, $\forall G \neq 0$, вытекает, что выполнены условия 3) и 4) теоремы 5.

Кроме того, $V(G, \theta + 2\pi) \equiv V(G, \theta)$ и $V(G, \theta) \rightarrow +\infty$ при $G \rightarrow +\infty$. Поэтому выполнены условия 1) и 2) теоремы 5. Следовательно, любое решение системы (12) стремится при $t \rightarrow +\infty$ к стационарному множеству. Поскольку стационарное множество системы (12) состоит из изолированных точек, отсюда следует, что любое решение системы (12) стремится при $t \rightarrow +\infty$ к некоторому состоянию равновесия.

Если выполнено неравенство

$$-R > |M\omega_1 - \omega_3(0)|, \quad (23)$$

то вместо функции $V(G, \theta)$ следует рассмотреть функцию Ляпунова $W(G, \theta) = -V(G, \theta)$ и повторить проведенные выше рассуждения.

При выполнении неравенства (17) имеем соотношение $F(G) \neq 0$, $\forall G \in R^1$. Отсюда и из второго уравнения системы (12) следует, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t) = \infty.$$

Таким образом, теорема 3 доказана полностью.

Для доказательства теоремы 4 следует заметить, что при выполнении (18) в окрестности точек $G = 0$, $\theta = 2\pi k$ функция $V(G, \theta)$ обладает свойством

$$V(G, \theta) > 0 \text{ при } |G| + |\theta - 2k\pi| \neq 0.$$

Отсюда и из равенства (22) следует асимптотическая устойчивость этих состояний равновесия.

В окрестности точек $G = 0$, $\theta = (2k + 1)\pi$ функция $V(G, \theta)$ обладает свойством

$$V(0, \theta) < 0 \quad \text{при} \quad \theta \neq (2k + 1)\pi.$$

Отсюда и из равенства (22) следует неустойчивость этих состояний равновесия.

В случае выполнения неравенства (23) вместо функции $V(G, \theta)$ нужно рассмотреть функцию $W(G, \theta) = -V(G, \theta)$ и повторить рассуждения.

Литература

1. *Real time digital signal processing applications with Motorola's DSP 56000 Family.* New York, 1990. 256 p.
2. *De Bellescize H.* La Reseption synchrone // *Onde Electrique.* 1932. Vol. 11 (June), P. 230–240.
3. *Wendt K.R., Fredendall G.L.* Automatic frequency and phase control of synchronization in TV Receivers // *Proceedings IRE.* 1943. Vol. 31, N 1. P. 1–15.
4. *Viterbi A.J.* Principles of coherent communications. New York, 1966. 390 p.
5. *Gardner F.M.* Phase-lock techniques. New York, 1966. 280 p.
6. *Gupta S.C.* Phase Locked Loops // *Proceedings IEEE.* 1975. Vol. 63, N 2. P. 291–306.
7. *Lindsey W.C.* Synchronization systems in communication and control. New York, 1972. 599 p.
8. *Шахгильдян В.А., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. М, 1972. 447 с.
9. *Системы фазовой синхронизации /* Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М, 1982. 289 с.
10. *Системы фазовой автоподстройки частоты с элементами дискретизации /* Под ред. В.В. Шахгильдяна. М, 1979. 224 с.
11. *Borner H.* Phasenkopplungssysteme in der Nachrichten. Mess-und Regelungstechnik. Berlin, 1976. 325 s.
12. *Lindsey W.C., Chie C.M.* A survey of digal phase locked loops // *Proceedings of the IEEE.* 1981, Vol. 69, N 4. P. 671–685.
13. *Nash G.* Phase locked lop, Design fundamentals. New York, 1994. 258 p.
14. *Leonov G.A., Burkin I.M., Shepeljavy A.I.* Frequency methods in oscillation theory. Dordrecht, 1996. 404 p.
15. *Leonov G.A., Reitmann V., Smirnova V.B.* Nonlocal methods for pendulum-like feedback systems. Stuttgart; Leipzig; 1992. 370 p.
16. *Leonov G.A., Ponomarenko D.V., Smirnova V.B.* Frequency-domain methods for nonlinear analysis. Theory and applications. Singapore, 1996. 498 p.
17. *Leonov G.A.* Mathematical problems of control theory. Singapore, 2001. 172 p.
18. *Леонов Г.А., Смирнова В.Б.* Математические проблемы теории фазовой синхронизации. СПб., 2000. 400 с.
19. *Угрюмов Е.П.* Цифровая схемотехника. СПб., 2000. 518 с.
20. *Lapsley P., Bier J., Shoham A., Lee E.A.* DSP processor fundamentals archecture and features. New York, 1997. 430 p.
21. *Smith S.W.* The scientist and engineers guide to digal signal processing. San Diego, 1999. 180 p.

22. Солонина А., Улахович Д., Яковлев Л. Цифровые процессоры обработки сигналов фирмы Motorola. СПб., 2000. 510 с.
23. Солонина А., Улахович Д., Яковлев Л. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. СПб., 2001. 454 с.
24. Леонов Г.А., Селеджи С.М. Системы фазовой синхронизации в аналоговой и цифровой схемотехнике. СПб., 2002. 112 с.
25. DSP 56000. Digital signal processor. Family Manual. New York, 1992. 320 p.
26. Simpson R.I. Digital signal processing using the Motorola DSP Family. New York, 1994. 198 p.
27. King S.Y. VLSI array processors. New York, 1988. 380 p.
28. Алексенко А.Г. Основы микросхемотехники. М., 2002. 448 с.
29. Леонов Г.А. Глобальная устойчивость двумерных систем управления угловой ориентацией // Прикладная математика и механика. 2000. Т. 64, N 5. С. 890–896.
30. Гелиг А.Х., Леонов Г.А., Якубович В.А. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. М., 1978. 400 с.
31. Yakubovich V.A., Leonov G.A., Gelig A.Kh. Stability of stationary sets in control systems with discontinuous nonlinearities. Singapore, New York, Tokyo, London, 2004. 370 p.
32. Барбашин Е.А., Табуева В.А. Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. М., 1969. 300 с.
33. Барбашин Е.А., Красовский Н.Н. Об устойчивости движения в целом // Докл. АН СССР. 1952. Т. 86, N 3. С. 453–459.
34. Бакаев Ю.Н. Некоторые проблемы нелинейной теории фазовых систем // Труды Военно-воздушной инж. акад. им. Н.Е. Жуковского. 1959. Т. 600. 70 с.