Санкт-Петербургский государственный университет

математико-механический факультет

отделение информатики

«Compressed sensing»

Курсовая работа студента

441 группы

Минина Ивана Сергеевича

Научный руководитель

/Граничин О.Н./

Рецензент

/Вахитов А./

Оценка:

Санкт-Петербург

2009

*Введение.*

В последнее время задача Comrpressed Sensing(CS) активно изучается. Это связано с хорошими практическими и теоретическими результатами следующих работ [5], [6], [7].

Алгоритм, исследуемый в этой работе, предложен В.Я Катковником с соавторами в [1]. Этот алгоритм может точно восстанавливать изображение даже из очень небольшого числа коэффициентов.

*Постановка задачи.*

Пусть имеется неизвестный сигнал . Доступна часть спектра сигнала после некоего линейного ортогонального преобразования (например, преобразования Фурье или DST). В общем случае восстановить сигнал по этим неполным данным невозможно.

Например, когда линейное преобразование - это преобразование Фурье, CS относится к случаю, когда известная часть спектра меньше, чем требуемая критерием Найквиста-Шенона. Однако в том случае, когда сигнал принадлежит к некоему специфическому классу, называемому *S*-sparse, для достаточно хорошего восстановления можно обойтись *Const S Log N* значениями спектра.

В указанных выше работах показано, что при некоторых предположениях возможно стабильное восстановление сигнала. Для этого используются методы оптимизации.

В [1] предлагается новый подход в восстановлении изображения по неполным данным. Он основан на своеобразной рекурсивной фильтрующей процедуре, излагаемой ниже.

Пусть – изображение (матрица интенсивностей),

- его линейное преобразование, в нашем случае – это двумерное преобразование Фурье. Если все элементы спектра даны, то восстановить изображение не составляет труда. CS решает задачу восстановления, когда известна лишь небольшая часть спектра. Это сложная задача.

– известные коэффициенты

– неизвестные коэффициенты

;

Если оценка на - ом шаге, то .

*Используемый алгоритм*

Система инициализируется

1. К текущей оценке в неизвестную часть спектра добавляется случайное возмущение
2. К измененному спектру применяется фильтрующая процедура Ф, призванная уменьшить шум и выделить новые детали изображения.
3. Вычисляется разность спектров до и после применения фильтрации. которая служит в качестве аппроксимации градиента при корректировке текущей оценки спектра.

Алгоритм выполняется итеративно, пока не будет получена приемлемая оценка спектра. Он может быть записан в следующем виде с учетом введенных обозначений:

(1)

*– размер шага*

*– сэмплинг оператор, такой что:*

Для получения оценки используется разность оценки на предыдущем шаге и предсказание этой части спектра после фильтрации и добавления шума используется для контроля скорости изменения оценки. Рекурсивный алгоритм может быть интерпретирован как алгоритм Роббинса-Монро, если удовлетворяет некоторым стандартным условиям

Если верны некоторые предположения для оператора , то при система сходится к решению

Наряду с описанием алгоритма в статье [1] автору была предоставлена его реализация в Matlab. Поставленная перед автором задача заключается в оптимизации параметров алгоритма с целью ускорения сходимости алгоритма.

*Основной результат*

В реализации алгоритма предложенной авторами статьи используется значение , т.е. алгоритм (1) сводится к следующему

(10)

В ходе исследования экспериментально было установлено, что оптимальным значением является единица. Это является следствием того, что оценка , полученная после фильтрации, является более точной, чем оценка для всех ( некоторое небольшое натуральное число).

Авторами статьи[3] использовался Гауссовский шум с экспоненциально убывающей дисперсией .

Здесь следует сделать одно очень важное замечание. В фильтре [2, 3] передается параметр “зашумленности” изображения, который во многом определяет, как сильно изменится изображение. В коде он вычисляется как . Мы также придерживались этого правила.

Были протестированы различные варианты шумов. Выяснилось, что существует шум, при котором алгоритм сходится намного быстрее. Это относится как к полному восстановлению изображению, так и к практически значимому. Но этому способствует в большей степени то, что с изменение шума изменился и параметр “зашумленности”. Подтверждением этому являются результаты исследования того случая, когда шум не добавлялся, но закон изменения параметра ”зашумленности” оставался прежним.

*Результаты моделирования*

1. Шум, предложенный авторами статьи [1].



Рис.

;  
;  
Полное восстановление происходит ~6500 (~ 8500 - 9000 итераций). Восстановление до уровня PSNR = 60 за ~1050 итераций. Результат эксперимента приведен на рис.1

2. Шум, предложенный автором  
;



Рис.

Полное восстановление ~2000 итераций  
Восстановление до уровня PSNR = 60 за ~320 итераций  
Результат эксперимента приведен на рис.2   
  
  
  
3. Если алгоритм запускать без шума (шум не добавляется, но параметр "зашумленности" остается предложенным автором), то результат выглядит как



Рис.

Полное восстановление ~800 итераций  
Восстановление до уровня PSNR = 60 за ~330 итераций

Результат эксперимента приведен на рис.3

4.Адаптивный шум, когда значение параметра “зашумленности” уменьшается вместе с приближением оценки к . В качестве показателя близости текущей оценки к оригинальным значениям спектра используется разность известных значений спектра и значений спектра на соответствующих местах после фильтрации.

Было проведено моделирование с параметром “зашумленности” вида:

;



Рис.

Полное восстановление ~880 итераций  
Восстановление до уровня PSNR = 60 за ~300 итераций

Результат эксперимента приведен на рис.4

*Выводы.*

Удалось найти параметр “зашумленности”, при котором алгоритм сходится существенно быстрее, чем при использовании параметра, предложенного в [1]. Скорость сходимости оказывается еще выше, если не использовать добавление шума в алгоритме. Адаптивная схема изменения параметра “зашумленности” показала те же результаты, но обладает большим потенциалом применимости.

*Список литературы*

**[1] Egiazarian, K., Foi, A. & Katkovnik, V., Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering, Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Image Processing, ICIP 2007, San Antonio, Texas, USA, 16-19 September 2007, pp. pp. 549-552.**

**[2] Dabov, K., A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, .Image denoising with block-matching and 3D filtering., *Proc. SPIEEl. Imaging 2006, Image Process.: Algorithms and Systems V*, 6064A-30, San Jose, California USA, 2006.**

**[3] Dabov, K., A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, .Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering., IEEE Transactions on Image Processing, pp. pp. 2080-2095.**

**[4] О.Н. Граничин, Б.Т. Поляк Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах., *Москва “Наука” 2003.***

**[5] Candès, E., and J.Romberg,.Practical signal recovery from random projections., *IEEE Trans. Signal Process.*, submitted, 2005.**

**[6] Candès, E., J. Romberg, and T. Tao, .Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information., *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, 2006.**

**[7]Donoho, D.L., .Compressed sensing., *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, April 2006.**