

Стохастический метод решения задач классификации и обучения¹

В. Н. Шац, д. т. н.
Санкт-Петербург
vlnash@mail.ru

В работе предлагается стохастический метод решения задач классификации и обучения. Рассматривается непрерывное отображение множества точек, представляющих объекты с зашумленными данными. Оно порождает матрицу, которая при определенных условиях сохраняет свойства объектов исходной матрицы. Отображение реализует непрерывная функция многих переменных, которая получена в разработанной автором теории информационной среды. Варьируя случайные параметры этой функции, находим ансамбль матриц. Они обогащают исходную информацию и сводят решение соответствующей задачи к статистической оценке детерминированных решений для отдельных матриц, вычисленных по единому алгоритму.

Ключевые слова: информационная среда, задачи классификации, расширение исходной информации, стохастический алгоритм.

1. Введение

В задачах классификации и обучения рассматривается данные, представляющие собой оценки признаков, которые характеризуют свойства объектов. Эти оценки содержат определенные погрешности и в совокупности образуют матрицу данных по ограниченному количеству объектов. Требуется на основании анализа этой матрицы построить функциональную зависимость для границы классов объектов, отделяющей объекты с близкими свойствами в пространстве признаков.

Эти задачи относятся к кругу задач, где требуется вычислить функцию по ее значениям в отдельных точках. Решение их неоднозначно и находится в рамках целого ряда допущений, на которых основываются многочисленные методы решения. Общим для всех методов является предположение о том, что в пространстве признаков имеется область, содержащая бесконечное множество объектов отдельных классов, граница между которыми является гладкой. Это допущение позволяет использовать аналитические алгоритмы [1]. Вместе с тем, оно дает возможность расширить информацию об объектах, содержащуюся в матрице данных.

¹ © В. Н. Шац, 2010

В работе предполагается, что матрица данных представляет собой некоторое отображение свойств объектов в пространстве признаков, которое непрерывно зависит от случайного параметра, играющего роль возмущения. Матрица данных соответствует некоторой реализации этого параметра и можно найти другие матрицы, моделирующие свойства объектов в других пространствах. При достаточно малом изменении параметра эти матрицы расширяют базу для решения задачи классификации или обучения. Наряду с решением для исходной матрицы получим решения для всего ансамбля матриц. Поскольку решения имеют случайную составляющую, то приходим к задаче статистической оценки детерминированных решений, имеющих случайный характер [2].

Переход от детерминированной к стохастической форме постановки задачи требует выполнения расчетов по вычисления и анализу дополнительных матриц. Однако для вычисления этих матриц предлагаются достаточно простые зависимости, а их анализ выполняется по единому алгоритму.

2. Постановка задачи

Рассмотрим следующую задачу классификации. Имеется матрица \mathbf{X} , содержащая данные наблюдений над объектами X_s , которые характеризуются значениями количественных признаков $q_k, s \in (1, Ms), k \in (1, M)$. Требуется разделить объекты X_s на непересекающиеся классы $\omega_i, i \in (1, Mi)$ и найти индекс класса i_s для s -го объекта. Если для части объектов $X_s, s \leq Ms_1$ известна принадлежность к определенным классам, то приходим к разновидности задачи классификации — задаче обучения [3].

Предполагается, что признаки объектов известны с погрешностью и, возможно, не вполне характеризуют свойства объектов, поскольку эти свойства могут нелинейно зависеть от признаков, а признаки могут быть взаимосвязаны. Например, свойства объектов характеризует не признак q_2 , а q_2^h или $q_2 = gq_1 + h$, где g, h неизвестны.

В работе предложен следующий новый подход к решению указанных задач. Вектор $X_s(q_1, \dots, q_M)$ является образом s -го объекта в пространстве признаков \mathcal{A} . Пусть $Y_s(c_1, \dots, c_M)$ представляет собой образ этого же объекта в некотором пространстве \mathcal{B} . Будем предполагать, что на множестве $s \in (1, Ms)$ существует непрерыв-

ное отображение $\mathbb{R}(X_s, \varepsilon) \rightarrow Y_s$ такое, что $\mathbb{R}(X_s, \varepsilon^0) \rightarrow X_s$. Здесь ε — параметр, играющий роль случайной помехи и возмущения, ε^0 — одно из его значений. Тогда можно рассматривать X_s в качестве одного из образов s -го объекта, поскольку наряду с его образом в пространстве \mathcal{A} существует его образ в пространстве \mathcal{B} . Указанное отображение переводит матрицу \mathbf{X} в матрицу \mathbf{Y} .

Рассмотрим некоторую последовательность значений $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \dots$ Каждому n -му значению ε соответствует определенное отображение вектора X_s пространства \mathcal{A} в вектор Y_s^n пространства \mathcal{B}^n . Собо-купность векторов Y_s^n определяет матрицу \mathbf{Y}^n . В результате таких расчетов получим ансамбль матриц $\mathbf{X}, \mathbf{Y}^1, \mathbf{Y}^2, \dots$ Они характери-зируют свойства рассматриваемых объектов в отдельных простран-ствах и обогащают исходную информацию.

Пусть для решения детерминированной задачи о вычислении индекса класса i_s используется некоторый оператор Ψ . Он позво-ляет найти $i_s^0 = \Psi(X_s)$, а также $i_s^n = \Psi(\mathbb{R}(X_s, \varepsilon^n))$. В результате вычислений получим множество значений i_s^0, i_s^1, \dots Таким обра-зом, возникает задача статистической оценки индекса класса I_s по результатам вычислительных экспериментов.

Для реализации принятого подхода требуется найти непрерыв-ную функцию многих переменных, проходящую через заданную точку. Она вычисляется на основе теории информационной среды, которая моделирует процессы взаимодействия в среде. Ее приме-нение основано представление вектора данных в виде потока его компонентов. Поскольку эта теория опубликована в достаточно раз-розненных источниках, то целесообразно изложить основные ее эле-менты.

3. Теория информационной среды

Основные допущения.

Под информационной средой (ИС) понимается множество эле-ментов, которые получают, обрабатывают и передают информацию другим элементам. Теория исходит из широко распространенного допущения о взаимосвязи информации и элемента среды [4, 5]. Оно расширяется за счет постулата о том, что при передаче и обработке информации произвольной физико-химической природы элементы среды способны оценить уровень ее значимости для выполнения своих функций. Поэтому теория распространяется на живые орга-менты.

низмы и их сообщества. Указанная оценка может быть представлена вещественным числом, которое является измерителем информации. На это число и на содержащие его функции распространяются все правила действий над вещественными числами.

В ИС находится множество структур из элементов, обладающих единым языком взаимодействия и шкалой адаптивной природы, играющей роль памяти, согласно которой элементы транслируют свои оценки информации. Простейшей формой структуры является цепь последовательно соединенных элементов, произвольно расположенных в пространстве. Элементы получает информацию по цепи и из окружающей среды, перерабатывает ее и передает дальше по цепи.

Следующая по сложности структура, названная структурой второго уровня, состоит из элементов, каждый из которых является начальным элементом прикрепленной к нему цепи. Структуры более сложной формы также организованы в виде цепей, состоящих из элементов предшествующего по сложности уровня.

Простейшие цепи (структуры первого уровня) использовались при решении задачи о количественной оценке социального возбуждения под воздействием информации [6]. Структуры второго уровня, названные ветвящимися цепями элементов (ВЦЭ), рассматривалась при разработке вычислительной модели модуля нервной системы. Ее элементами являются цепи, играющие роль расчетных нейронов [7].

Уравнение распространения информации по цепи.

Рассмотрим движение информации по простейшей цепи элементов. Обозначим через x элемент цепи и его координату, измеряемую вдоль цепи, t — текущее время. Элемент x играет роль оператора, который преобразует информацию цепи $u = u(x, t)$ в информацию φu , где функция $\varphi = \varphi(x, t)$ зависит от схемы обработки информации в элементе.

Будем считать, что на информацию распространяется закон сохранения, имеющий вид условия неразрывности потока информации по цепи при следующей линейной зависимости между приращениями [8]:

$$\Delta u = \varphi u (\Delta x/a_0 + \Delta x/b_0) + \Delta h.$$

Здесь $h = h(x, t)$, a_0 , b_0 — это внешняя информация цепи и параметры цепи соответственно. Переходя от приращений к диффе-

ренциалу, получим уравнение распространения информации для непрерывной цепи:

$$a_0 \frac{\partial u}{\partial x} + b_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \varphi u + g, \quad (g = a_0 \frac{\partial h}{\partial x} + b_0 \frac{\partial h}{\partial t}) \quad (1)$$

Это линейное дифференциальное уравнение в частных производных сводится к системе ($p = t - b_0 x / a_0$):

$$a_0 \frac{du(x, p)}{dx} = \varphi(x, p)u(x, p) + g(x, p) \text{ при } p \geq 0, \quad (2)$$

$$u(x, p) = 0 \quad \text{при } p < 0.$$

Полученные результаты лежат в основе теории ИС.

Закономерности движения информации в ВЦЭ.

Рассмотрим с их помощью движение информации в ВЦЭ. Функцию φ , определяющую особенности взаимодействия ее цепей, наделим свойствами, которые отражают механизм работы биологического нейрона. Предполагаем, что φ зависит от суммы внутренней и внешней информации в элементе. Если она не превышает порогового значения, то φ равно значению заданной функции. В противном случае функция φ находится в соответствии со следующей схемой обработки информации в элементе. Он передает информацию u в примыкающую вторичную цепь, и получает обратно откорректированную информацию. Она равна значению информации во вторичной цепи на границе фронта распространения информации, поступающей из первичной цепи.

Для описания движения информации по первичной и вторичной цепям получим зависимости аналогичные (1), (2). Для вторичной цепи роль функции φ будет играть распределенный параметр β , характеризующий ее свойства. Состояние ВЦЭ определяет система из двух уравнений в частных производных, которые связаны значением u в общем элементе первичной и соответствующей вторичной цепи. Она сводится к достаточно громоздкой системе из двух уравнений, имеющей вид:

$$\Phi\left(\frac{\partial u}{\partial x}, u, h, w, P\right) = 0 \text{ при } p \geq 0, \quad (3)$$

$$u(x, p) = 0 \text{ при } p < 0.$$

Здесь Φ — функционал, w — внешняя информация вторичной цепи, P — множество параметров ВЦЭ. Функционал Φ определяет нелинейную зависимость от u .

Зависимости (3) значительно упрощаются в частном случае ВЦЭ, для которой: отсутствует пороговое ограничение, во вторичные цепи не поступает внешняя информация ($w = 0$), параметр β зависит только от x и существует функция $\sigma(x, t)$, для которой выполняется соотношение $g(x, t) = u(x, t) \sigma(x, t)$. В безразмерных переменных $\bar{x} = x/a_0$, $\bar{t} = t/b_0$ система (3) приводится к виду:

$$u(\bar{x}, \bar{p}) = \frac{\theta(\bar{x}, \bar{p})}{1 - \int_0^{\bar{x}} \theta(\xi, \bar{p}) \exp(y(\xi, \bar{p})\beta(\xi)) d\xi} \text{ при } \bar{p} \geq 0, \quad (4)$$

$$u(\bar{x}, \bar{p}) = 0 \text{ при } \bar{p} < 0,$$

где

$$\theta(\bar{x}, \bar{p}) = \exp \left(\int_0^{\bar{x}} \sigma(\xi, \bar{p}) d\xi \right), \quad \bar{p} = \bar{t} - \bar{x},$$

$$y(\bar{x}, \bar{p}) = (\bar{p} + \bar{x})b_0/b_1 = \bar{t}b_0/b_1,$$

b_1 — параметр вторичной цепи, аналогичный b_0 для первичной цепи. Эти зависимости служат основой последующих вычислений.

4. Вычисление отображающей функции

Для решения задачи об определении отображения $\mathbb{R}(X_s, \varepsilon) \rightarrow Y_s$ рассмотрим дискретный вариант ВЦЭ, который можно рассматривать как модель биологической цепи нейронов. Здесь элемент первичной цепи x_k вместе с присоединенной к нему вторичной цепью играет роль k -го расчетного нейрона. При вычислении отображения будем использовать простейший алгоритм.

В соответствие с избранным подходом рассмотрим кусочно-линейную функцию $\theta(\bar{x}, \bar{p})$, которая на отрезках $(\bar{x}_k, \bar{x}_{k+1})$ имеет вид: $\theta(\bar{x}, \bar{p}) = c_k + \Delta x(\bar{x} - \bar{x}_k)$, где $\bar{x}_k = \bar{x}_1 + (k-1)\Delta x$, $\bar{x}_1 = \bar{p}/b_0$, $k \in (1, M-1)$, c_k и d_k — неизвестные коэффициенты, Δx — шаг. Из непрерывности $\theta(\bar{x}, \bar{p})$ следует, что $d_k = (c_{k+1} - c_k)/\Delta x$. Поэтому неизвестными можно считать только коэффициенты c_k .

Для вычисления отображения $\mathbb{R}(q_1, \dots, q_M, \varepsilon) \rightarrow (c_1, \dots, c_M)$ основное соотношение имеет вид: $u(\bar{x}_k, \bar{p}) = q_k$, $k \in (1, M)$ при $\bar{p} > 0$.

Выражения (3), (4) устанавливают параметрическую зависимость между векторами (q_1, \dots, q_M) и (c_1, \dots, c_M) . Для упрощения расчетов полагаем, что $\beta(\bar{x}) = \ln(\gamma(\bar{x}))/y(\bar{x}, \bar{p})$, где $\gamma(\bar{x})$ — некоторая положительная функция при $\bar{x} > 0$. Тогда зависимость (3) принимает вид:

$$u(\bar{x}, \bar{p}) = \frac{\theta(\bar{x}, \bar{p})}{1 - I(\bar{x}, \bar{p})}, \quad I(\bar{x}, \bar{p}) = \int_0^{\bar{x}} \gamma(\xi) \theta(\xi, \bar{p}) d\xi. \quad (5)$$

Введем дополнительную точку $\bar{x}_0 = 0$ и предположим, что $\theta(\bar{x}, \bar{p}) = 0$ при $\bar{x} \in (\bar{x}_0, \bar{x}_1)$. Тогда для $\bar{x} \in (\bar{x}_k, \bar{x}_{k+1})$ получим соотношение

$$I(\bar{x}, \bar{p}) = I_k + \sum_{j=1}^{k-1} I_j, \quad I_k = \int_{\bar{x}_k}^{\bar{x}} \gamma(\xi) \theta(\xi, \bar{p}) d\xi = 1 - c_k/q_k. \quad (6)$$

Из приведенных зависимостей получим рекуррентные формулы для вычисления c_k .

5. Свойства отображения

Рассмотрим некоторые особенности полученных результатов.

Компонент q_k начинает учитываться в момент времени $\bar{t} = \bar{x}$, когда $\bar{p} = 0$. Поэтому ВЦЭ воспринимает вектор X_s в виде потока его компонентов, а параметр p выполняет функцию своеобразного переключателя компонентов.

Для отображения $\mathbb{R}(X_s, \varepsilon) \rightarrow Y$ функция $u(\bar{x}, \bar{p})$ играет роль распределенного параметра. Она аппроксимирует зависимость векторов X_s и Y_s в некотором вспомогательном пространстве с координатами \bar{x} , u . Из (5) следует, что для достаточно больших \bar{x} в ней может возникнуть особенность. На рис. 1 даны два графики функции $u(\bar{x}, \bar{p})$ для одного вектора X_s , отличающейся значением параметра $\Delta x = 0.015$ и 0.15 . Они указывают на значительное изменение характера рассматриваемой взаимосвязи, аналогично тому, которое имеет место при аппроксимации функции полиномами разной степени.

Система координат (c_1, \dots, c_M) является древовидной, поскольку значения c_k определяются рекуррентными зависимостями. Можно предположить, что описание объекта в системе координат, где

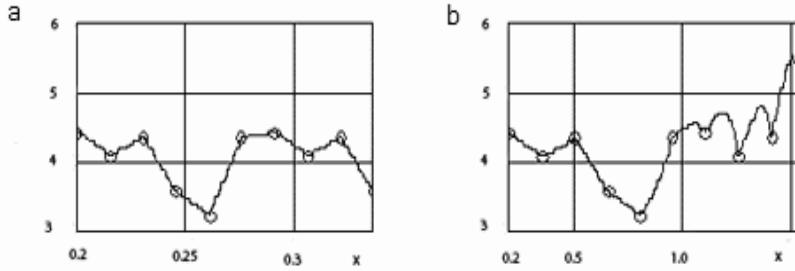


Рис. 1: Графики функций $u(\bar{x}, \bar{p})$: (а) при $\Delta x = 0.015$, (б) при $\Delta x = 0.15$.

установлена взаимосвязь между значениями признаков, создает дополнительные возможности для выявления свойств объектов.

Некоторые свойства отображения раскрывает следующий анализ. Рассмотрим группу из N объектов, между образами которых в пространстве признаков \mathcal{A} существует линейная зависимость $X_r = X_1 + (r - 1)\Delta$, где $\Delta = (X_N - X_1)/(N - 1)$. Нас интересует изменение взаимного положения образов этих объектов в пространствах \mathcal{A} и \mathcal{B}^n при изменении n . Его характеризует функция $w(r, n) = |Y_r^n - Y_1^n| / |Y_1^n|$, которая представляет собой зависимость относительного расстояния между образами объектов X_r и X_1 в пространстве \mathcal{B}^n . Здесь знак модуля обозначает длину соответствующего вектора (предполагается, что пространства \mathcal{A} и \mathcal{B} являются евклидовыми).

На рис. 2 представлены графики зависимости $w(r, n)$ при $r = 1, 5$ и 10 для $N = 10$. В пространстве \mathcal{A} соответствующие точки расположены на прямой и с ростом r относительное расстояние между ними $|X_r - X_1| / |X_1|$ линейно возрастает. Рис. 2 показывает, что в пространстве \mathcal{B}^n этот порядок нарушается. Взаимное положение образов рассматриваемых объектов может качественно изменяться при вариации n , у объекта могут возникнуть другие “соседи”.

Поэтому конфигурации образов объектов, соответствующих матрице данных \mathbf{X} , в пространствах \mathcal{A} и \mathcal{B}^n могут значительно отличаться. Образы объектов, находившиеся на плоскости, оказываются на криволинейной поверхности, причем изменяется их взаимное положение и форма разделительной поверхности между классами.

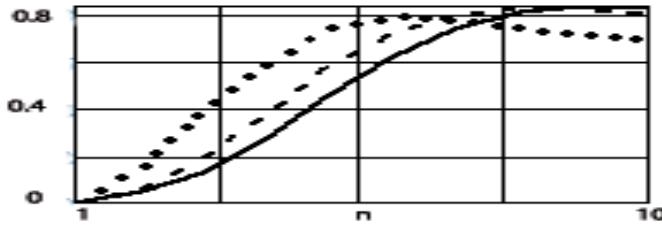


Рис. 2: Графики функций $w(r, n)$ при $r = 1, 5$ и 10 для $n = 10$.

Поэтому при некоторых n и достаточно “удачном” выборе $\gamma(\bar{x})$ задача разделения объектов на классы будет решаться более простыми методами.

6. Моделирование матриц данных

Перейдем к определению расчетных зависимостей, реализующих рассматриваемый подход. Представим функцию $\gamma(\bar{x})$ в виде объединения линейных функций

$$\gamma_j(\bar{x}) = \alpha_k + (\alpha_{k+1} - \alpha_k)(\bar{x} - \bar{x}_k)/\Delta,$$

где $\bar{x} \in (\bar{x}_k, \bar{x}_{k+1})$, $j \in (1, M - 1)$. Поскольку $\gamma(\bar{x})$ является положительной функцией, то $\alpha_k > 0$. Таким образом, функция $\gamma(\bar{x})$ определяется M значениями α_k .

Из (6) найдем зависимости для вычисления c_k при $k > 1$:

$$c_{k+1} = c_k \left(1 - \frac{1 + (\alpha_k + \alpha_{k+1})q_{k+1}\Delta x/2 - q_{k+1}/q_k}{1 + (\alpha_k/6 + \alpha_{k+1}/3)q_{k+1}\Delta x} \right) \quad (7)$$

Поскольку $c_1 = q_1$, то (7) определяют достаточно простой алгоритм для вычисления вектора Y_s и матрицы \mathbf{Y} .

Отметим некоторые особенности статистического аспекта рассматриваемой задачи. Величина i_s является расчетной, а не наблюдаемой величиной. Она вычисляется с систематическими погрешностями, вызванными ошибками измерений при определении матрицы \mathbf{X} и ошибками вычислительного оператора Ψ . Причем применение этого оператора нередко сопряжено с достаточно большими

вычислительными проблемами. Поэтому оценка I_s не может быть состоятельной и целесообразно по возможности сократить число случайных величин.

Из (7) следует, что при $\alpha_k \Delta x \rightarrow 0$ значение $c_{k+1} \rightarrow c_k q_{k+1}/q_k$. В этом случае матрица $\mathbf{Y} \rightarrow X$. Этот результат свидетельствует о существовании отображения $\mathbb{R}(X_s, \varepsilon) \rightarrow Y_s$. Согласно полученным зависимостям оно зависит от параметров $p, \Delta x$ и распределенного параметра $\gamma(\bar{x})$, который определяется вектором α . Поэтому можно считать, что $\varepsilon = \varepsilon(\bar{p}, \Delta x, \alpha)$ и ε^n соответствует n -ому номеру комбинации этих параметров, составленной по какому-то правилу.

Формулы (7) показывает, что рассматриваемое преобразование координат при $k \neq 1$ определяется произведением $\alpha_k \Delta x$. Отсюда следует, что $\alpha_2, \dots, \alpha_M$ можно рассматривать в качестве независимых параметров расчета.

Дальнейший анализ требует проведения численных экспериментов для оценки влияния пробных помех на величину i_s . С этой целью рассматривались задачи репозитория [9], которые решались на основании достаточно универсальных методов потенциальных функций [1] и опорных векторов [10].

Расчеты показали, что параметры \bar{p} и Δx влияют аналогично, и потому все вычисления можно проводить при значении $\bar{p} = 0$. На основании этих результатов можно принять $\bar{p} = 0$ и считать, что координаты случайного вектора ε связаны с параметрами расчета следующими соотношениями: $\varepsilon_1 = \Delta x$, $\varepsilon_k = \alpha_k$ при $k \in (2, M)$. Таким образом, общее число случайных величин ε_k равно M . Они должны удовлетворять условиям: $0 < \varepsilon_1 \ll 1, \varepsilon_k > 0$.

Из расчетов также следует, что с ростом Δx корреляционные связи между образами объектов в исходном и расчетном пространстве могут нарушиться. Это проявится в сокращении числа классов, поскольку объекты отдельных классов становятся плохо “различимы” по классу. Нарушение этих взаимосвязей вызвано двумя причинами. Объекты непрерывно зависят от заданных признаков только в узкой области их изменения. При некотором расширении границ области в ней возникают “выколотые” точки, где функция $u(\bar{x}, \bar{p})$ имеет особенности или знаменатель дроби в (7) близок к нулю. При увеличении \bar{x} и \bar{p} число таких точек возрастает и, соответственно, растет число объектов, где нарушается классификация объектов.

Поэтому для вычисления i_s нельзя непосредственно использо-

вать метод Монте-Карло, задавшись распределением α_k и определив каким-то путем коэффициенты корреляции. Это вызвано тем, что вектор ε должен удовлетворять двум достаточно противоречивым и очевидным требованиям. Он должны приводить к отображению, при котором для вектора $r_s = Y_s - X_s$ евклидовая норма $\|r\|$ имела бы минимум. Отметим, что глобальный минимум $\|r\| = 0$, который соответствует $\alpha = 0$, не удовлетворяет постановке задачи. Второе требование: значения i_s должны изменяться у "достаточно" большего числа объектов. Здесь понятия "некоторая" и "достаточно" могут быть определены только для конкретной задачи.

Однако возможен и другой путь решения задачи, соответствующей превращению ее в задачу рандомизации, когда только часть решения выбирается по случайному правилу [2]. Его реализация показала приемлемые результаты для случая: $\varepsilon_1 = 0.05$ при всех n и $\varepsilon_k^n = \exp(\cos(\bar{x}_k f(n)))$ при $k > 1$, где $f(n)$ — некоторая функция.

Выполненные расчеты показали, что значения $i_s^0, i_s^1, \dots, i_s^N$ могут значительно отличаться. Вместе с тем, наблюдается определенная стабильность результатов. Для многих объектов значения i_s^n при вариации n не изменяются. При увеличении N в несколько раз среднее для разных пространств значение индекса класса i_s^n практически сохраняются. Ее можно принять в качестве расчетного индекса I_s .

7. Заключение

В работе разработан новый метод решения задач классификации и обучения. Он позволяет расширить исходную базу для их решения, построив некоторое "аналитическое продолжение" данных, расширяющее первоначальную информацию. Исходная и дополнительная информация рассматривается как некоторая общая информация о свойствах многомерных объектов, имеющая характер набора случайных реализаций. Тем самым задача переходит от детерминированной к стохастической форме. Появляется возможность более точно учесть свойства объектов, снизить влияние шума и использовать оптимальные вычислительные алгоритмы. Работа опирается на теорию информационной среды, которая позволяет построить непрерывную многомерную функцию функцию, проходящую через заданную точку.

Предложенный подход может быть использован как метод раз-

ведочного анализа и распространен на другие задачи анализа данных.

Список литературы

- [1] *Браверман Э. М., Мучник И. Б.* Структурные методы обработки эмпирических данных. — М.: Наука. 1983. 496 с.
- [2] *Граничин О.Н., Поляк Б.Т.* Рандомизированные алгоритмы оценивания при почти произвольных помехах. — М.: Наука. 2003. 291 с.
- [3] Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. / Под ред. С.А. Айвазяна. — М.: Финансы и статистика. 1989. 607 с.
- [4] Материалы “круглого стола”. Информационный подход в междисциплинарной перспективе // Вопросы философии. 2010. №2. С. 84-112.
- [5] *Величковский Б.М.* Когнитивная наука: Основы психологии познания: в 2 т. — Т.1. — М.: Смысл. 2006. 448 с.
- [6] *Шац В.Н.* О модели воздействия информации на группу // Социология: методология, методы, математическое моделирование. 2010. №30. С. 181–194.
- [7] *Шац В.Н.* Вычислительная модель модуля нервной системы // Сборник научных трудов научно-технической конференции “Нейроинформатика-2011”. Ч. 2. 2011. С. 229–238.
- [8] *Шац В.Н.* Непрерывно ветвящаяся цепь как модель биологической цепи нейронов // Труды одиннадцатой национальной конференции по искусственноому интеллекту с международным участием КИИ-2008. Т. 1. — М.: ЛЕНАНД. 2008. С. 164–170.
- [9] *Asuncion A., Newman D.J.* UCI Machine Learning Repository. — Irvine CA: University of California, School of Information and Computer Science. 2007.
- [10] *Вапник В.Н., Червоненкис А.Я.* Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения). — М.: Наука. 1974. 416 с.