Исследование динамического объекта с ограничениями по выходным координатам с использованием метода инвариантного погружения [1]

В. М. Понятский, к. т. н.
ГУП "Конструкторское бюро приборостроения", Тула
kbkedr@tula.net, pwmru@rambler.ru

В работе рассмотрен подход для исследования динамического объекта с ограничениями по выходной координате, основанный на методе инвариантного погружения. Проведен синтез алгоритмов оценки коэффициента передачи, постоянной времени и декремента затухания для нестационарного динамического объекта с ограничениями по выходной координате. Проведено тестирование полученных алгоритмов и сформированы рекомендации по их настройке. С использованием полученных алгоритмов проведена оценка коэффициента передачи и постоянной времени сервопривода вращающегося беспилотного летательного аппарата.

Ключевые слова: идентификация, динамический объект, оценка, параметры, ограничения.

1. Введение

Важной задачей при исследовании систем управления является оценка характеристик ее элементов по результатам измерений информационных сигналов. В состав систем управления могут входить различные динамические объекты, в том числе и элементы с ограничениями по выходному сигналу (см. рис. 1).

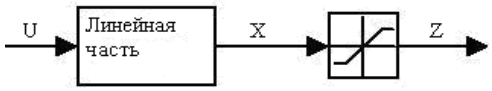

Рис. 1: Схема динамического объекта с ограничениями по выходной координате.

[1] ©В. М. Понятский, 2008

Как правило, величина ограничений известна. Рассматривается задача проектирования алгоритмов идентификации динамических объектов с известными ограничениями по выходному сигналу на основе методов нелинейной идентификации (метод инвариантного погружения). При стендовых и натурных испытаниях получают сигналы с элементов объектов системы управления, функционирующей в условиях пассивного или активного эксперимента. Эти сигналы обладают рядом особенностей (зашумленность, нестационарность), которые необходимо учитывать при оценке параметров элементов системы управления.

В общем случае объект управления может быть описан следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} dx/dt &= f(x,u,t) + G(x,t)w(t), \\ y &= H(t)x(t) + v(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где u – вектор управляющих воздействий; y – вектор наблюдаемых сигналов; x – расширенный вектор состояния, включающий параметры динамического объекта; w – вектор формирующих шумов интенсивностью $R1(t)$; v – вектор шумов измерения интенсивностью $R2(t)$; $G(x,t)$ – матрица коэффициентов; $H(t)$ – матрица наблюдения.

2. Метод инвариантного погружения для идентификации нестационарного динамического объекта

Непрерывный алгоритм инвариантного погружения для одновременной оценки состояния и параметров динамических объектов (1) имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} dx_o/dt &= f(x_o,u,t) + PH^T(y - Hx_o)/R2, \\ dP/dt &= GR1G^T + P\partial f^T(x_o,u,t)/\partial x_o + \partial f(x_o,u,t)/\partial x_o P - \\ &\quad -PH^T R2^{-1} HP, \end{aligned} \tag{2}$$

где x_o – оценка расширенного вектора состояний; P – корреляционная матрица ошибок фильтрации.

Предполагается, что исследуемая система является детерминированной, полностью управляемым и полностью наблюдаемым динамическим объектом. Необходимо по измеряемым входным сигналам (вектор управления U) и выходным сигналам (вектор наблюдения z), при известной структуре объекта (матрицы f, G) и измерителя (матрица наблюдения H) получить оценку элементов матриц f, G.

3. Синтез алгоритмов идентификации

Рассмотрим процесс конструирования непрерывного алгоритма идентификации.

3.1. Синтез алгоритма оценки коэффициента и постоянной времени нестационарного динамического объекта при наличии ограничений по выходной координате

Зададим переменные расширенного вектора состояний следующим образом:

$$x_1(t) = y(t); x_2(t) = K(t); x_3(t) = 1/T(t),$$

где $x_1(t)$ – выходная координата; $x_2(t) = K(t)$ – коэффициент передачи, $x_3(t) = \omega = 1/T(t)$; $T(t)$ – постоянная времени. Применительно к алгоритму инвариантного погружения (2) имеем:

$$x_o = |y_o, K_o, \omega_o|^T;$$

$$f(t) = \begin{vmatrix} -y_o\omega_{ro} + K_{ro}\omega_{ro}u \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \frac{\partial f}{\partial x_o} = \begin{vmatrix} -\omega_{ro} & \omega_{ro}u & -y_{ro} + K_{ro}u \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$G(xo, t) = \begin{vmatrix} K_{ro}\omega_{ro} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \; w(t) = \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{vmatrix}; \; H = |1, 0, 0|; \; R2 = r2.$$

В случае наличия ограничений по выходной координате (рис. 1) для вектора наблюдений можно записать следующее выражение [4]:

$$z(t) = \begin{cases} y_{\min} & \text{если } x_1(t) < y_{\min}; \\ x_1(t) & \text{если } y_{\min} < x_1(t) < y_{\max}; \\ y_{\max} & \text{если } x_1(t) > y_{\max} \ . \end{cases}$$

Тогда алгоритм оценки коэффициента передачи и постоянной времени при наличии ограничений в выходной координате будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} dy_o/dt &= -y_o\omega_{ro} + K_{ro}\omega_{ro}u + p_{11}(y - z_o)/r2; \\ dK_o/dt &= p_{12}(y - z_o)/r2; \\ d\omega_o/dt &= p_{13}(y - z_o)/r2, \end{aligned} \tag{3}$$

где $K_{ro} = K_o + K_{pr}; \omega_{ro} = \omega_o + \omega_{pr}; K_{pr},\ \omega_{pr}$ – программные значения параметров; $z_o(t)$ – оценка выходной координаты:

$$z_o(t) = \begin{cases} y_{\min} & \text{если } x_{1o}(t) < y_{\min}; \\ x_1(t) & \text{если } y_{\min} < x_{1o}(t) < y_{\max}; \\ y_{\max} & \text{если } x_{1o}(t) > y_{\max} \ . \end{cases}$$

Уравнения для дисперсии ошибки в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned} dp_{11}/dt &= -p_{11}N^TNp_{11}/r2 + 2(-p_{11}\omega_{ro} + p_{12}\omega_{ro}u + \\ &\quad +p_{13}(-y_o + K_{ro}u)) + K_{ro}^2\omega_{ro}^2 r1_{11}; \\ dp_{12}/dt &= -p_{11}N^TNp_{12}/r2 - p_{12}\omega_{ro} + p_{22}\omega_{ro}u + \\ &\quad +p_{23}(-y_o + K_{ro}u) + r1_{12}; \\ dp_{13}/dt &= -p_{11}N^TNp_{13}/r2 - p_{13}\omega_{ro} + p_{23}\omega_{ro}u + \\ &\quad +p_{33}(-y_o + K_{ro}u) + r1_{13}; \\ dp_{22}/dt &= -p_{12}N^TNp_{12}/r2 + r1_{22}; \\ dp_{23}/dt &= -p_{12}N^TNp_{13}/r2 + r1_{23}; \\ dp_{33}/dt &= -p_{13}N^TNp_{13}/r2 + r1_{33}, \end{aligned}$$

где

$$N = \begin{cases} 0 & \text{если } x_1(t) < y_{\min}; \\ H & \text{если } y_{\min} < x_1(t) < y_{\max}; \\ 0 & \text{если } x_1(t) > y_{\max} \ . \end{cases}$$

3.2. Синтез алгоритма оценки коэффициента передачи, постоянной времени и декремента затухания нестационарного динамического объекта при наличии ограничений по выходной координате

Зададим расширенный вектор состояний в виде: $x_1(t) = y(t)$; $x_2(t) = dy(t)/dt$; $x_3(t) = K(t)$; $x_4(t) = 1/T(t)$; $x_5(t) = 1/\xi(t)$, где $x_1(t)$ – выходная координата; $x_2(t)$ – скорость изменения выходной координаты; $x_3(t) = K(t)$ – коэффициент передачи, $x_4(t) = 1/T(t)$; $T(t)$ – постоянная времени; $x_5(t) = \mu = 1/\xi(t)$; $\xi(t)$ – декремент затухания.

Задание $x_4(t) = 1/T(t)$ и $x_5(t) = \mu = 1/\xi(t)$ целесообразно при величинах $T(t)$ и $\xi(t)$ значительно меньших единицы и позволяет обеспечить лучшую сходимость к искомым коэффициентам модели. Алгоритмы оценивания для случаев задания $x_4(t) = 1/T(t)$ и $x_5(t) = \xi(t)$ приведены в работах [5–7].

Для случая оценки состояния (y, Vy) и параметров $(K, \omega = 1/T, \mu = 1/\xi)$ имеем следующее:

$$\partial f/\partial x_o = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_{ro}^2 & -\frac{2\omega_{ro}}{\mu_{ro}} & \omega_{ro}^2 u & \begin{matrix} 2(-\omega_{ro} y_o - \\ -Vy_{ro}/\mu_{ro} + \\ +K_{ro}\omega_{ro} u) \end{matrix} & -\frac{2\omega_{ro} Vy_{ro}}{\mu_{ro}^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$x_o = |y_o, Vy_o, Ko, \omega_o, \mu_o|^T;$$

$$f(t) = \begin{vmatrix} Vy_{ro} \\ -y_o\omega_{ro}^2 - 2\omega_{ro} Vy_o/\mu_{ro} + K_{ro}\omega_{ro}^2 u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$G(x_o, t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{ro}\omega_{ro}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad H = |1, 0, 0, 0, 0|; \; R2 = r2,$$

Алгоритм инвариантного погружения для оценки коэффициента передачи, постоянной времени и декремента затухания динамического объекта с ограничениями по выходной координате в соответствии с (2) имеет вид:

$$
\begin{aligned}
dy_o/dt &= Vy_o + p_{11}(y - z_o)/r2; \\
dVy_o/dt &= -y_o\omega_{ro}^2 - 2\omega_{ro}Vy_{ro}/\mu_{ro} + K_{ro}\omega_{ro}^2 u + p_{12}(y - z_o)/r2; \\
dK_o/dt &= p_{13}(y - z_o)/r2; \\
d\omega_o/dt &= p_{14}(y - z_o)/r2; \\
d\mu_o/dt &= p_{15}(y - z_o)/r2,
\end{aligned} \tag{4}
$$

где $\mu_{ro} = \mu_o + \mu_{pr}; \mu_{pr}$ – программное значение параметра.

Уравнения для дисперсии ошибки в этом случае имеют вид:

$$
\begin{aligned}
dp_{11}/dt &= -p_{11}N^T Np_{11}/r2 + 2p_{12} + r1_{11}; \\
dp_{12}/dt &= -p_{11}N^T Np_{12}/r2 + p_{22} - p_{11}\omega_{ro}^2 - 2p_{12}\omega_{ro}/\mu_{ro} + \\
&\quad +p_{13}\omega_{ro}^2 u + 2p_{14}(-Vy_o/\mu_{ro} - \omega_{ro}y_o + K_{ro}\omega_{ro}u) + \\
&\quad +2p_{15}\omega_{ro}Vy_o/\mu_{ro}^2 + K_{ro}\omega_{ro}^2 r1_{12}; \\
dp_{13}/dt &= -p_{11}N^T Np_{13}/r2 + p_{13} + r1_{13}; \\
dp_{14}/dt &= -p_{11}N^T Np_{14}/r2 + p_{14} + r1_{14}; \\
dp_{15}/dt &= -p_{11}N^T Np_{15}/r2 + p_{15} + r1_{15}; \\
dp_{22}/dt &= -p_{12}N^T Np_{12}/r2 + 2(-p_{12}\omega_{ro}^2 - 2p_{22}\omega_{ro}/\mu_{ro} + \\
&\quad +p_{23}\omega_{ro}^2 u + 2p_{24}(-Vy_o/\mu_{ro} - \omega_{ro}y_o + K_{ro}\omega_{ro}u) + \\
&\quad +2p_{25}\omega_{ro}Vy_o/\mu_{ro}^2) + K_{ro}^2\omega_{ro}^4 r1_{22}; \\
dp_{23}/dt &= -p_{12}N^T Np_{13}/r2 - p_{13}\omega_{ro}^2 - 2p_{23}\omega_{ro}/\mu_{ro} + \\
&\quad +p_{33}\omega_{ro}^2 u + 2p_{34}(-Vy_o/\mu_{ro} - \omega_{ro}y_o + K_{ro}\omega_{ro}u) + \\
&\quad +2p_{35}\omega_{ro}Vy_o/\mu_{ro}^2 + K_{ro}\omega_{ro}^2 r1_{23}; \\
dp_{24}/dt &= -p_{12}N^T Np_{14}/r2 - p_{14}\omega_{ro}^2 - 2p_{24}\omega_{ro}/\mu_{ro} + p_{34}\omega_{ro}^2 u + \\
&\quad +2p_{44}(-Vy_o/\mu_{ro} - \omega_{ro}y_o + K_{ro}\omega_{ro}u) + \\
&\quad +2p_{45}\omega_{ro}Vy_o/\mu_{ro}^2 + K_{ro}\omega_{ro}^2 r1_{24};
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dp_{25}/dt &= -p_{12}N^T N p_{15}/r2 - p_{15}\omega_{ro}^2 - 2p_{25}\omega_{ro}/\mu_{ro} + p_{35}\omega_{ro}^2 u + \\
&\quad +2p_{45}(-Vy_o/\mu_{ro} - \omega_{ro}y_o + K_{ro}\omega_{ro}u) + \\
&\quad +2p_{55}\omega_{ro}Vy_o/\mu_{ro}^2 + K_{ro}\omega_{ro}^2 r1_{25}; \\
dp_{33}/dt &= -p_{13}N^T N p_{13}/r2 + r1_{33}; \\
dp_{34}/dt &= -p_{13}N^T N p_{14}/r2 + r1_{34}; \\
dp_{35}/dt &= -p_{13}N^T N p_{15}/r2 + r1_{35}; \\
dp_{44}/dt &= -p_{14}N^T N p_{14}/r2 + r1_{44}; \\
dp_{45}/dt &= -p_{14}N^T N p_{15}/r2 + r1_{45}; \\
dp_{55}/dt &= -p_{15}N^T N p_{15}/r2 + r1_{55},
\end{aligned}
$$

где

$$
N = \begin{cases} 0 & \text{если } x_1(t) < y_{\min}; \\ H & \text{если } y_{\min} < x_1(t) < y_{\max}; \\ 0 & \text{если } x_1(t) > y_{\max}\ . \end{cases}
$$

Предложенные алгоритмы идентификации, основанные на методе инвариантного погружения, позволяют непосредственно получать оценки состояния и оценки значений нестационарных параметров нестационарного динамического объекта с ограничениями по выходной координате.

4. Результаты

Проведено тестирование разработанного алгоритма оценки коэффициента передачи и постоянной времени для случая наличия ограничений в выходном сигнале: $z_{\min} = -3$; $z_{\max} = 3$. При этом были заданы входной сигнал $U = 4sin(2\pi t)$, коэффициент передачи $K = 2$ и постоянная времени $T = 0,05c$. При СКО формирующего шума $\sigma_\omega = 0,33$ и СКО шума в измерениях $\sigma_v = 0,033$. На рис. 2 приведены входной и выходной сигналы. Результаты оценки коэффициента передачи и постоянной времени с учетом ограничений в выходном сигнале и без учета ограничений изображены на рис/ 3. Полученная оценка коэффициента передачи с использованием алгоритма без учета ограничений имеет заниженные результаты (до 50 %), а полученные оценки постоянной времени с учетом и без учета ограничений близки.

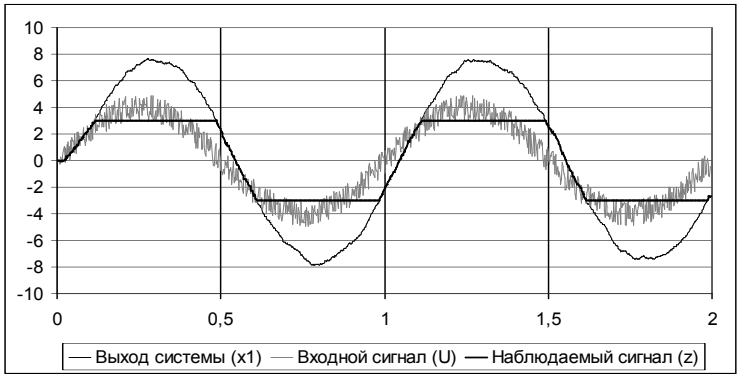

Рис. 2: Входной и выходной сигналы динамической системы.

Рассмотрим систему управления беспилотным летательным аппаратом, вращающимся вдоль продольной оси. К особенности исследуемого объекта можно отнести то, что он включен в состав замкнутого контура системы управления, т. е. управление летательным аппаратом осуществляется в соответствии с измеряемыми координатами. Кроме того, исследование проводится, как правило, в условиях пассивного эксперимента. Однако входные сигналы на сервопривод и планер являются нестационарными как по амплитуде, так и по частоте, так как управляющие сигналы промоделированы частотой вращения летательного аппарата, изменяющейся по времени полета. Помехи измерения координат летательного аппарата в процессе его управления отрицательно влияют на качество управления, но повышают информационность при оценке параметров сервопривода и планера.

Оценка характеристик сервопривода вращающегося по крену летательного аппарата проведена по сигналам с входа сервопривода, с выхода датчиков положения рулей и с выхода датчиков перегрузок.

Несмотря на то, что сервопривод, как правило, представляет собой сложную динамическую систему, оценка его влияния на качество функционирования системы управления может быть осуществлена по изменению первой гармоники полезного сигнала в полосе рабочих частот системы. Поэтому оперативный анализ вли-

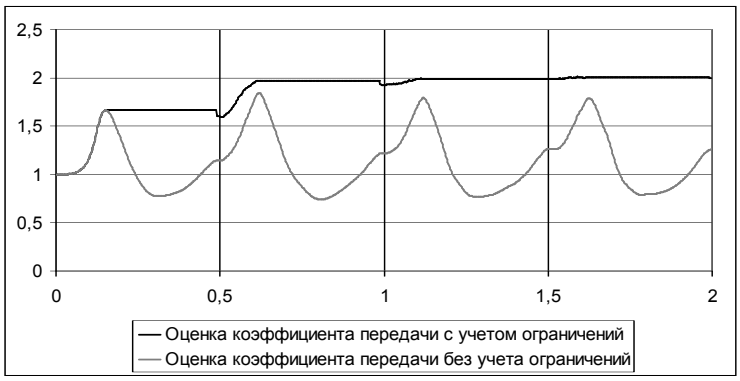

Рис. 3: Оценки коэффициента передачи.

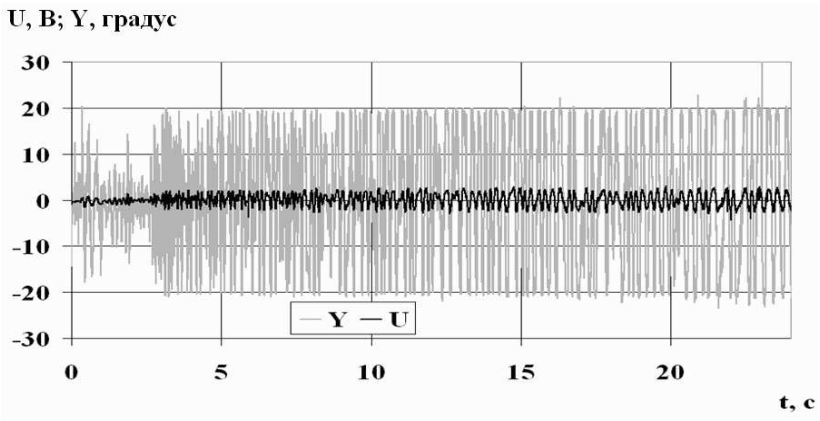

Рис. 4: Исходные сигналы: u – с входа сервопривода, y – с выхода сервопривода.

яния сервопривода на качество управления летательным аппаратом может быть осуществлен через оценку его коэффициента передачи, постоянной времени и декремента затухания. На рис. 4–5 приведены исходные сигналы и результаты оценки коэффициента передачи $K(t)$ сервопривода беспилотного вращающегося по крену летательного аппарата. В качестве исходных данных использована телеметрическая информация, полученная с борта летательного ап-

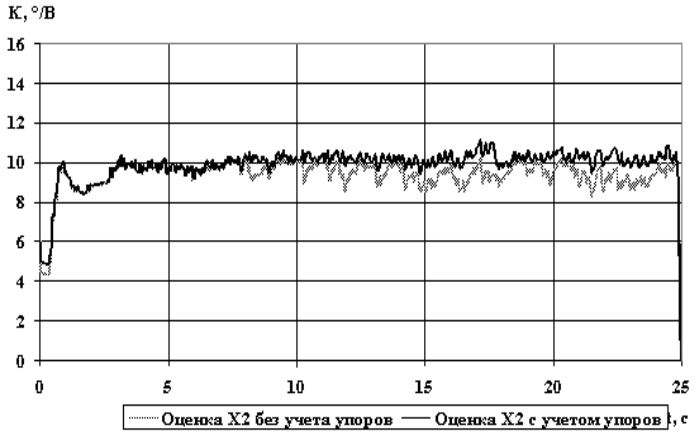

Рис. 5: Результаты оценки коэффициента передачи сервопривода: X_{20} – без учета ограничений по выходной координате; X'_{20} – с учетом ограничений по выходной координате.

парата в ходе натурных испытаний: сигнал с входа сервопривода и сигнал с выхода датчика углового положения рулей. На рис. 5 приведены результаты оценки коэффициента передачи сервопривода с использованием алгоритмов, спроектированных на основе метода инвариантного погружения. Оценка проводилась при следующих параметрах алгоритмов: $Td = 0,0025$ с; $r_2 = 1$; $x_1(0) = 0$ [градусов]; $x_2(0) = 6$ [градусов/с]; $x_3(0) = 300$ [1/с] ; $Z_{\min} = -20$ [градусов]; $Z_{\max} = 20$ [градусов];

$$R_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{vmatrix}.$$

Для сравнения приведены результаты оценки коэффициента сервопривода без учета ограничений по выходной координате. Учет ограничений по выходной координате обеспечивает более точную оценку коэффициента передачи сервопривода.

Таким образом, в случае учета ограничений в выходной координате алгоритмы оценки параметров динамического объекта (3),

(4), основанные на методе инвариантного погружения, обеспечивают более точное определение коэффициента передачи исследуемого объекта.

Список литературы

[1] *Сейдж Э., Мелса Дж. Л.* Идентификация систем управления. – М.: Наука. 1974.

[2] *Сейдж Э., Мелса Дж. Л.* Теория оценивания и еҷ применение в связи и управлении. – М.: Связь. 1976.

[3] *Эйпховф П.* Основы идентификации систем управления. – М.: Мир. 1976.

[4] *Пальтов И. П.* Нелинейные методы исследования автоматических систем. – Москва: Энергия. 1960. 792 с.

[5] *Понятский В. М.* Использование метода инвариантного погружения для оценки параметров электротехнических объектов // Сб. тр. Всеросс. научн. конф. “Системы управления электротехническими объектами (СУЭТО-4)”. – Тула: ТулГУ. 2007. Вып. 4. С. 108–109.

[6] *Понятский В. М.* Использование метода инвариантного погружения для исследования нестационарного динамического объекта. // Стохастическая оптимизация в информатике. – СПб.: Издательство С.-Петербургского университета. 2007. Вып. 3. С. 85–96.

[7] *Понятский В. М., Замотаев И. В., Киселев В. Б.* Идентификация нестационарного динамического объекта с использованием метода инвариантного погружения // Материалы VII Межд. конф. “Идентификация систем и задачи управления” (28 - 31 января, 2008). – М.: ИПУ. 2008.

[8] *Понятский В. М.* “Оценка экспериментальных характеристик летательного аппарата методом инвариантного погружения” // Сб. материалов 1-ой Всеросс. научно-техн. конф. “Фундаментальные основы баллистического проектирования”. 23 - 26 июня 2008 г. – СПб.: БГТУ. 2008. Т. 1. С. 29–33.