САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

АНАНЬЕВСКИЙ Алексей Сергеевич

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ K-ТЕОРИЯ НЕКОТОРЫХ МНОГООБРАЗИЙ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена на кафедре высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН ПАНИН Иван Александрович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук КУЗНЕЦОВ Александр Геннадьевич (МИАН, ведущий научный сотрудник)

кандидат физико-математических наук, доцент СТЕПАНОВ Алексей Владимирович (Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», доцент)

Ведущая организация: Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Защита состоится «____» ____________ 2013 г. в ____ часов на заседании диссертационного совета Д212.232.29 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199178, Санкт-Петербург, 10 линия В.О., д. 33/35, ауд. 74.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М.Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан «____» ____________ 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Нежинский В.М.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. В алгебраической геометрии существует большое число теорий когомологий, доставляющих различные инварианты многообразий. Однако зачастую эти инварианты с трудом поддаются вычислению. Существуют различные алгебраические, геометрические и топологические подходы к этой проблеме.

Один из основных методов состоит в том, чтобы свести вычисление теории когомологий на данном многообразии к вычислению значения в простейшем случае — на базовом поле. К результатам такого плана можно отнести хорошо известное описание групп Чжоу однородных многообразий при помощи циклов Шуберта, или же классическое вычисление Д. Квиллена, описывающее алгебраическую K-теорию проективного пространства,

$$K_*(\mathbb{P}^n) \cong K_*(k)[t]/\left(t^{n+1}\right). \tag{1}$$

Иногда при вычислениях удается использовать общие методы, позволяющие получать единообразные ответы для широкого круга теорий, удовлетворяющих некоторым наборам аксиом. С другой стороны, при вычислениях конкретных теорий когомологий можно использовать их специфические особенности. Например, поскольку K-теория основана на векторных расслоениях, то к её вычислению можно привлекать аппарат теории представлений. Больше всего результатов такой подход дает для однородных многообразий. Помимо уже упомянутого выше результата Д. Квиллена для проективных пространств, стоит отметить вычисление Р. Суона, описавшего K-теорию проективных квадрик. Случаи скрученных форм этих многообразий, т.е. многообразий Севери-Брауэра и нерасщепимых проективных квадрик, были разобраны тогда же. Для скрученных форм ответ носит по сути аналогичный характер, только помимо K-теории поля может возникать K-теория некоторых центральных простых алгебр, в частности, для квадрик возникают алгебры Клиффорда. Наиболее общий результат для однородных проективных многообразий получил И.А. Панин, который показал, что в этой ситуации K-теория всегда может быть описана в терминах K-теории некоторых центральных простых алгебр. Вычисления такого вида могут быть использованы в различных задачах, например, А. Меркурьев применил результат Р. Суона для получения формул редукции индекса и построения полей с четным u-инвариантом.

Вернемся к общим методам вычисления, работающим для целых классов теорий когомологий, удовлетворяющих некоторым наборам аксиом. Как оказалось позднее, описание, подобное формуле 1, может быть получено в довольно широком контексте: аналогичный изоморфизм имеет место для всех так называемых ориентированных теорий когомологий, которые были определены в алгебраическом контексте И. Паниным и А. Смирновым и, независимо, М. Левинем и Ф. Морелем. Помимо групп Чжоу и алгебраической K-теории к ним относятся, например, алгебраические кобордизмы и этальные когомологии с коэффициентами в $\mu_m^{\otimes q}$, где m взаимно просто с характеристикой базового поля. Более того, адаптируя классические геометрические приемы в алгебраический контекст, в описанной ситуации можно получить вычисления для многообразий флагов GL_n/P в терминах срезанных колец многочленов от характеристических классов. Отметим, что описанные результаты не зависят от знания коэффициентов рассматриваемой теории, т.е. значения на базовом поле; к примеру, в случае алгебраической K-теории $K_*(k)$ для многих полей вообще не поддается вычислению. Хочется подчеркнуть, что используемые при таком подходе методы носят общий геометрический характер и довольное часто являются алгебраический адаптацией классических топологических и дифференциально-геометрических приемов.

Некоторые естественными образом возникающие теории когомологий, например, эрмитова K-теория и производные группы Витта, не являются ориентируемыми, т.е. для них не выполняется формула 1. Это происходит, в частности, потому что для них невозможно определить классы Тома для всех векторных расслоений и отсутствуют изоморфизмы Тома. Однако для производных групп Витта и эрмитовой K-теории можно при помощи комплексов Кошуля определить классы Тома и Эйлера для векторных расслоений с дополнительной структурой, а именно, для векторных расслоений с тривиализованным определителем, т.е. векторных расслоений со структурной группой SL_n (SL-расслоений). Таким образом, представляется осмысленной аксиоматизация понятия SL-ориентированной теории когомологий при помощи фиксации классов Тома и Эйлера SL-расслоений и развитие возникающей теории характеристических классов, которые являются аналогами классов Понтрягина. Отметим, что аналогичный подход в литературе уже встречается: И.А. Паниным и Ч. Уолтером было сформулировано определение симплектической ориентации и получена симплектическая версия формулы 1. А именно, они показали, для Sp-ориентированных теорий имеет место изоморфизм $A(HP^n) \cong A(k)[t]/(t^{n+1})$, где $HP^n = Sp_{2n+2}/(Sp_2 \times SP_{2n})$ — кватернионное проективное пространство. Далее авторами развивается теория характеристических классов, которые они называют классами Понтрягина. Однако, как заметил В.М. Бухштабер, эти классы являются аналогами симплектических классов Бореля, поэтому их естественнее называть классами Бореля. Развитая теория позволила вычислить когомологии кватернионных многообразий флагов и классифицирующих пространств BSp_{2n}, а также доказать мотивный аналог теоремы Коннера-Флойда, восстанавливающий эрмитову К-теорию по алгебраическим MSp-кобордизмам.

Как уже упоминалось выше, типичным примером SL-ориентированной теории когомологий могут служить производные группы Витта. На настоящий момент известно описание производных групп Витта только небольшого числа многообразий: Ч. Уолтер вычислил производные группы Витта проективизированных расслоений, П. Балмер и С. Жилль разобрали случаи пунктированного аффинного пространства и расщепимой квадрики, наконец, недавно появилось описание производных групп Витта грассманианов, которое получили П. Балмер и Б. Калмес. Отметим, что последнее вычисление использует проективные трансферы и не может быть перенесено на относительный случай. Доказательства всех приведенных результатов носят довольно технический характер и весьма сложны. Поэтому представляет интерес задача развития теории характеристических классов в производных группах Витта, которые позволят единообразно проводить аналогичные вычисления.

Цель диссертационной работы состоит в вычислении алгебраической К-теории внутренних форм однородных многообразий G/H, где $H \leq G$ — связные расщепимые редуктивные группы одинакового ранга, а также в развитии методов работы с SL-ориентированными теориями когомологий, построении теории характеристических классов и последующем применении полученных результатов к вычислениям производных групп Витта.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть применены для решения различных вопросов, связанных с К-теорией однородных многообразий, и для построения исключительных наборов векторных расслоений. Также результаты могут использоваться для вычислений производных групп Витта и для дальнейшего изучения SL-ориентированных теорий когомологий.

Методы исследований. Для вычисления алгебраической K-теории однородных многообразий применяются методы алгебраической геометрии, теории представлений и комбинаторики. Для изучения SL-ориентированных теорий когомологий привлекаются методы мотивной гомотопической алгебры и алгебраической топологии, в частности, используются трансферы и последовательности Гизина, а также характеристические классы.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту:

1. Описана алгебраическая K-теория внутренних форм однородных многообразий G/H для связных расщепимых редуктивных групп $H \leq G$ одинакового ранга.

2. Получено новое наглядного доказательство теоремы Стейнберга о свободности кольца представлений $R(G)$ над $R(H)$ для связных расщепимых редуктивных групп $H \leq G$ одинакового ранга при условии односвязности G.

3. Построена теория характеристических классов для SL-ориентированных теорий когомологий в алгебраической геометрии: определены классы Понтрягина и Эйлера, доказан принцип расщепления и мультипликативность полного класса Понтрягина по модулю η-кручения.

4. Вычислены производные группы Витта специальных линейных грассманианов и многообразий специальных линейных флагов.

5. Доказано, что обращение стабильного отображения Хопфа отождествляет эрмитову K-теорию с многочленами Лорана над производными группами Витта.

6. Доказан мотивный аналог теоремы Коннера-Флойда, восстанавливающий производные группы Витта по алгебраическим MSL-кобордизмам.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и семинарах:

1. Международная конференция «Algebraic groups and related structures», посвященная 60-летию Н.А.Вавилова (Санкт-Петербург, 2012).

2. Санкт-Петербургский городской алгебраический семинар имени Д.К.Фаддеева.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 3 печатных работах, из них 3 статьи в рецензируемых журналах [1–3], входящих в список ВАК. Работа [2] написана в соавторстве, в ней диссертанту принадлежат результаты параграфов 3 и 4: доказательство Теоремы A и Предложений 4.2 и 4.4.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав и библиографии. Общий объем диссертации 148 страниц, из них 140 страниц текста. Библиография включает 47 наименований на 5 страницах.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе настоящей работы вычисляется алгебраическая K-теория внутренних форм однородных многообразий G/H, где $H \leq G$ — связные расщепимые редуктивные группы одинакового ранга. А именно, в Теореме 4 доказано, что

$$K_*((G/H)_\gamma) \cong \bigoplus_{i=1}^{r} K_*(A(\lambda_i)_\gamma) \tag{2}$$

для некоторых центральных простых алгебр $A(\lambda_i)_\gamma$. Здесь $r = [W(G) : W(H)]$ — индекс групп Вейля рассматриваемых алгебраических групп. Отметим, что, как показано в последнем параграфе первой главы, известные результаты о K-теории однородных проективных многообразий могут быть выведены из Теоремы 4.

Текст организован следующим образом. В первых двух параграфах рассматриваются комбинаторные вопросы, связанные с ограничением представлений со связной расщепимой редуктивной группы на связную редуктивную подгруппу максимального ранга. В третьем параграфе дается новое доказательство теоремы Стейнберга, которая утверждает, что если группа G односвязна, то кольцо представлений $R(H)$ является свободным модулем над $R(G)$. В Теореме 2 мы даем новое наглядное доказательство этого результата, строя некоторый явный базис, состоящий из неприводимых представлений. Полученный базис был использован не только в этой работе, но и для построения исключительных линейных наборов в статье [2]. В четвертом параграфе рассматриваются примеры базисов, возникающих из Теоремы 2.

В пятом параграфе напоминаются некоторые хорошо известные факты об эквивариантной K-теории. Существенную роль в последующих рассуждениях играет тот факт, что выбор рациональной точки на однородном многообразии индуцирует тензорную эквивалентность между категорией эквивариантных векторных расслоений над рассматриваемым многообразием и категорией конечномерных представлений стабилизатора выбранной точки. Другим важным ингредиентом является спектральная последовательность А. Меркурьева, которая позволяет переходить от эквивариантной K-теории к обычной. Оказывается, что для расщепимых редуктивных групп $H \leq G$ одинакового ранга, где G односвязна, эта последовательность вырождается (Предложение 2).

В Теореме 3 шестого параграфе мы, пользуясь спектральной последовательностью А. Меркурьева, доказываем формулу 2 в расщепимом случае. Затем, в Теореме 4 седьмого параграфа, переносим полученные вычисления на скрученые формы. Отметим, что для расщепимой редуктивной группы А. Борелем и Ж. Титсом в 1965 году была полная классификация редуктивных подгрупп максимального ранга. А именно, такие подгруппы соответствуют квази-замкнутым (в характеристике ноль — замкнутым) симметричным подмножествам системы корней группы G, поэтому можно явно выписать список многообразий, покрываемых Теоремой 4. В последнем параграфе первой главы разбираются некоторые примеры, в частности, описывается K-теория кватернионных проективных пространств и плоскости Кэли. Результаты первой главы опубликованы в работах [1, 2].

Во второй главе настоящей диссертации развиваются методы работы с SL-ориентированными теориями когомологий. В качестве первого шага надо выбрать специальную линейную версию проективного пространства, для которой можно будет получить формулу 1. Если действовать по аналогии с $\mathbb{P}^n \sim GL_{n+1}/(GL_1 \times GL_n)$ и $HP^n = Sp_{2n+2}/(Sp_2 \times Sp_{2n})$, то естественным кандидатом представляется SL_{n+1}/SL_n. Но это многообразие является аффинным расслоением над $\mathbb{A}^{n+1} - \{0\}$, поэтому с когомологической точки зрения они не различаются, а геометрически пунктированное аффинное пространство выглядит проще, поэтому мы будем рассматривать последнее. Для этого многообразия есть известное вычисление П. Балмера и С. Жилля производных групп Витта:

$$W^*(\mathbb{A}^{n+1} - \{0\}) = W^*(k) \oplus W^{*-n}(k)e. \tag{3}$$

Это вычисление не выглядит удивительным, если вспомнить, что рассматриваемое многообразие является мотивной сферой в гомотопической категории, определенной В. Воеводским и Ф. Морелем, а производные группы Витта, как было показано Д. Хорнбостелем, представимы. Интересным представляется тот факт, что при четном n в качестве элемента e можно выбрать класс Эйлера расслоения $\mathcal{T} = \mathcal{O}^{n+1}/\mathcal{O}(-1)$, где под $\mathcal{O}(-1)$ мы понимаем тавтологическое линейное расслоение над $\mathbb{A}^{n+1} - \{0\}$. К сожалению, для случая нечетного n базис выглядит значительно сложнее. Кроме того, для ориентированных теорий (которые, конечно, SL-ориентированы) даже в четном случае соответствующий класс Черна тривиален. Поэтому нельзя ожидать, что 1 и $e(\mathcal{T})$ будут образовывать базис для каждой SL-ориентированной теории когомологий.

Для того, чтобы разрешить возникшее затруднение, можно воспользоваться следующей аналогией между алгебраическим и топологическим контекстами. Максимальная компактная подгруппа $SL_n(\mathbb{R})$ совпадает с $SO_n(\mathbb{R})$, поэтому с топологической точки зрения (т.е. над полем $\mathbb{R}$) понятие SL-расслоения совпадает с понятием ориентированного вещественного векторного расслоения. Хорошо известно, что вычисления, использующие классы Эйлера ориентированных расслоений, значительно упрощаются после обращения двойки в коэффициентах, поэтому мы желаем обратить некоторый аналогичный элемент в алгебраическом контексте. Есть два интересных элемента в стабильных когомотопических группах $\pi^{*,*}(k)$, которые при взятии вещественных точек соответствуют двойке: обычная двойка в $\pi^{0,0}(k)$ и стабильное отображение Хопфа $\eta \in \pi^{-1,-1}(k)$, индуцированное морфизмом $\mathbb{A}^2 - \{0\} \to \mathbb{P}^1$. Вообще говоря, двойка не обратима в производных группах Витта, поэтому мы будем обращать η. Некоторой дополнительной мотивацией к этому может служить теорема Ф. Мореля, утверждающая, что для совершенного поля имеет место изоморфизм $\oplus_n \pi^{n,n}(k)[\eta^{-1}] \cong W^0(k)[\eta, \eta^{-1}]$, т.е. элемент η в некотором смысле обратим в производных группах Витта.

Наиболее естественным контекстом для работы с ориентированными теориями когомологий являются нестабильная и стабильная мотивные гомотопические категории В. Воеводского и Ф. Мореля. Все необходимые определения приводятся в первом параграфе. Во втором и третьем параграфах устанавливаются простейшие свойства SL-ориентированных теорий когомологий и описывается конструкция трансферов вдоль замкнутых вложений. В четвертом параграфе производятся предварительные вычисления в стабильных когомотопических группах. Далее мы в основном работаем с SL-ориентированными биградуированными представимыми теориями когомологий $A^{*,*}(-)$, а такие теории тривиальным образом являются алгебрами над стабильными когомотопическими группами. В пятом параграфе мы обращаем стабильное отображение Хопфа, получая периодическую теорию когомологий. Можно не умаляя общности вместо обращения положить $\eta = 1$, получая градуированную теорию $A^*(-) = A^{*,*}(-)/\,(1-\eta)$.

Для таких теорий в Лемме 25 шестого параграфа второй главы устанавливается аналог формулы 3:

$$A^*(\mathbb{A}^{2n+1} - \{0\}) = A^*(k) \oplus A^{*-2n}(k)e(\mathcal{T}). \tag{4}$$

Поскольку это равенство задается при помощи некоторого класса Эйлера, то имеет место и аналогичная относительная формула, вычисляющая когомологии дополнения к нулевому сечению SL-расслоения (Теорема 7). Отметим, что из приведенного выше изоморфизма следует, что любая ориентированная теория когомологий после обращения η зануляется, т.е. в такой теории η нильпотентно (Следствие 3).

В седьмом параграфе рассматриваются специальные линейные грассманианы $SGr(k,n)$, которые можно определить как дополнение к нулевому сечению определителя тавтологического расслоения над обычным грассманианом. Эти многообразия являются естественными алгебраическими аналогами двулистных ориентированных накрытий обычных грассманианов. Для них в Теореме 8 доказывается аналог формулы 1:

$$A^*(SGr(2,2n)) = \bigoplus_{i=0}^{2n-2} A^{*-2i}(k)e(\mathcal{T}_1)^i \oplus A^{*-2n+2}(k)e(\mathcal{T}_2), \tag{5}$$

$$A^*(SGr(2,2n+1)) = \bigoplus_{i=0}^{2n-1} A^{*-2i}(k)e(\mathcal{T}_1)^i. \tag{6}$$

Здесь $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ — тавтологические расслоения над специальными линейными грассманианами. Относительный случай устанавливается в Теореме 9, а соотношения, которым удовлетворяют классы $e(\mathcal{T}_1)$ и $e(\mathcal{T}_2)$, выводятся в Теореме 12.

Отметим, что П. Балмером и Б. Калмесом недавно были получены описания скрученных производных групп Витта обычных грассманианов. Скрученные группы возникают по причине использования трансферов, которые имеют место только в скрученной ситуации. Мы работаем с многообразиями с тривиальным каноническим пучком и замкнутыми вложениями с SL-нормальными расслоениями, поэтому и удается избежать возникновения закруток. Кроме того, мы заинтересованы в вычислениях, которые могут быть перенесены на относительный случай, поэтому ищем базисы, выражающиеся через характеристические классы расслоений, в отличии от зависящих от трансферов базисов, построенных в упомянутой работе. Оказывается, что базисы из характеристических классов могут быть построены для грассманианов $SGr(k,n)$, где хотя бы одно из чисел $k, n-k$ четно (Теорема 13). В случае, когда оба числа нечетны, базис может быть описан при помощи трансферов, но такое описание не переносится на относительный случай.

В восьмом и девятом параграфах настоящей работе описываются когомологии многообразий специальных линейных флагов. В частности, получены формулы

$$A^*(SL_{2n}/(SL_2)^n) \cong A^*(k)[e_1, e_2, ..., e_n]/\big(s_1, s_2, \ldots, s_{n-1}, t\big), \qquad (7)$$

$$A^*(SL_{2n+1}/(SL_2)^n) \cong A^*(k)[e_1, e_2, ..., e_n]/\big(s_1, s_2, \ldots, s_n\big), \qquad (8)$$

где $s_i = \sigma_i(e_1^2, e_2^2, ..., e_n^2), \quad t = \sigma_n(e_1, e_2, \ldots, e_n)$. Существование такого рода изоморфизмов влечет выполнение принципа расщепления (Теорема 10), который, нестрого говоря, утверждает, что с когомологической точки зрения любое SL-расслоение представляется в виде суммы некоторого количества SL-расслоений рангов два и один. А поскольку любое двумерное SL-расслоение каноническим образом может быть снабжено симплектической формой, мы получаем принцип симплектичности (Теорема 11), который, неформально говоря, утверждает, что с когомологической точки зрения любое SL-расслоение четного ранга может быть снабжено симплектической формой, согласованной с SL-структурой.

Формулы 7-8 прекрасно согласуются с тем принципом, что SL_n является алгебраическим аналогом группы $SO_n(\mathbb{R})$: тогда SL_2 соответствует $SO_2(\mathbb{R}) = S^1$, и выбор максимального набора коммутирующих SL_2 в SL_n параллелен выбору максимального компактного тора T в $SO_n(\mathbb{R})$. Поэтому топологическим аналогом формул 7-8 являются хорошо известные описания когомологий $SO_{2n}(\mathbb{R})/T$ и $SO_{2n+1}(\mathbb{R})/T$ как коинвариантов групп Вейля $W(B_n)$ и $W(D_n)$ соответственно.

В последнем параграфе второй главы, в Теореме 14, показывается, что произведенные вычисления когомологий специальных линейных грассманианов позволяют описать когомологии классифицирующих пространств BSL_n в виде однородных формальных степенных рядов от характеристических классов:

$$A^*(BSL_{2n}) \cong A^*(k)\,[[p_1, \ldots, p_{n-1}, e]]_h\,, \tag{9}$$

$$A^*(BSL_{2n+1}) \cong A^*(k)\,[[p_1, \ldots, p_n]]_h\,. \tag{10}$$

Результаты второй главы опубликованы в работе [3].

В третьей главе развитые общие методы работы с SL-ориентированными теориями применяются для доказательства мотивного аналога теоремы Коннера-Флойда, восстанавливающего производные группы Витта по алгебраическим MSL-кобордизмам. Непосредственный мотивный аналог теоремы Коннера-Флойда, восстанавливающий эрмитову K-теорию по симплектическим кобордизмам, был получен И.А. Паниным и Ч. Уолтером. Он утверждает, что для каждого гладкого многообразия X

имеет место естественный изоморфизм

$$MSp^{*,*}(X) \otimes_{MSp^{4*,2*}(k)} KO_0^{[2*]}(k) \xrightarrow{\simeq} KO_*^{[*]}(X). \tag{11}$$

Отображение индуцируется теоремой универсальности, утверждающей, что алгебраические симплектические кобордизмы являются универсальной симплектически ориентированной теорией когомологий. Однако эрмитова K-теория не только симплектически ориентирована, но и SL-ориентирована, поэтому возникает вопрос, нельзя ли получить аналогичный изоморфизм, заменив MSp на MSL.

В первом параграфе производятся технические вычисления с мотивными сферами. Во втором параграфе изучаются теоремы универсальности для алгебраических MSL и MSp кобордизмов. В третьем и четвертом параграфах рассматриваются эрмитова K-теория и производные группы Витта, а также представлющий их спектр BO. Там же доказывается, что эрмитова K-теория с обращенным стабильным отображением Хопфа становится изоморфна многочленам Лорана над производными группами Витта (Теорема 19):

$$KO_{*\eta}^{[*]}(X) \cong W^*(X)[\eta, \eta^{-1}]. \tag{12}$$

В пятом параграфе доказывается мотивный аналог теоремы Коннера-Флойда, а именно, в Теореме 21 показано, что для гладких многообразий имеет место изоморфизм

$$MSL_\eta^{*,*}(X) \otimes_{MSL^{4*,2*}(pt)} KO_0^{[2*]}(k) \xrightarrow{\simeq} KO_{*\eta}^{[*]}(X), \tag{13}$$

т.е. после обращения стабильного отображения Хопфа имеет место аналог формулы 11 для MSL-кобордизмов. Ввиду формулы 12, полагая $\eta = 1$, формулу 13 можно переписать в виде

$$MSL^{*,*}(X)/(\eta - 1) \otimes_{MSL^{4*,2*}(k)} W^{2*}(k) \xrightarrow{\simeq} W^*(X). \tag{14}$$

Отметим, что предложенное доказательство формулы 13 было основано на использовании уже упоминавшегося выше принципа симплектичности, полученного во второй главе настоящей диссертационной работы. Результаты третьей главы опубликованы в работе [3].

Список публикаций

1. **Ananyevskiy A. On the algebraic K-theory of some homogeneous varieties** // Documenta Mathematica. 2012. Vol. 17. P. 167–193.

2. **Ananyevskiy A., Auel A., Garibaldi S., Zainoulline K. Exceptional collections of line bundles on projective homogeneous varieties** // Advances in Math. 2013. Vol. 236. P. 111–130.

3. **Ананьевский А.С. О соотношении алгебраических MSL-кобордизмов и производных групп Витта** // Доклады Академии Наук. 2013. Т. 448, № 5. С. 503–505.