

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 3, 2016

Электронный журнал,
рег. Эл № ФС77-39410 от 15.04.2010

ISSN 1817-2172

<http://www.math.spbu.ru/diffjournal>

e-mail: jodiff@mail.ru

приложения в физике, электротехнике и элек-
тронике

Зарождение индуцированного магнитного поля при течении проводящей жидкости вдоль шероховатой поверхности во внешнем однородном магнитном поле

С.Ю. Маламанов

Факультет прикладной математики – процессов управления
Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация

В работе рассматривается возможный механизм усиления однородного магнитного поля при течении проводящей жидкости вдоль поверхности с естественной шероховатостью. Учет последней с помощью асимптотического анализа позволяет найти некоторые характеристики турбулентного движения непосредственно на поверхности. Дальнейшее рассмотрение системы «поле–среда» дает возможность описать генерацию индуцированного магнитного поля.

Ключевые слова: магнитное поле, скорость, проводящая жидкость, напряжения Рейнольдса, уравнение движения, турбулентное движение.

Abstract

The paper deals with a possible mechanism for the strengthening of the uniform magnetic field in the flow of conducting fluid along the surface with the natural roughness. Accounting the roughness by application of asymptotic analysis one can obtain some characteristics of turbulent motion directly on the surface. Further consideration of the "field–flow" system allows us to describe the generation of the induced magnetic field.

Keywords: magnetic field, speed, conductive liquid, Reynolds stress, the equation of motion, turbulent motion

Введение

Проблема гидродинамического «динамо» давно привлекает внимание физиков, начиная с классических работ Я.Б.Зельдовича, С.И.Брагинского, В.М. Эльзассера, Ю.Н.Паркера и др. Процесс усиления магнитного поля может происходить и за счет турбулентного движения проводящей среды. Однако описание подобного механизма наталкивается на объективные трудности: с одной стороны, нет полной последовательной теории турбулентности, с другой стороны – практически полное отсутствие надежных экспериментальных данных по магнитной турбулентности как таковой. Поэтому, несмотря на неослабевающий интерес и большое число работ, посвященных магнитной турбулентности, в основном имеются соображения качественного характера и решения модельных задач с простой геометрией. В этой связи, любые попытки «расширить» существующие математические модели заведомо оправданы.

Исторически первое указание на «многослойность» течения в турбулентном пограничном слое было сделано Л. Прандтлем: вся область течения делится на две области – ламинарный подслой и турбулентное ядро. По современной терминологии вместо ламинарного говорят о вязком подслое, ибо из экспериментов следует, что течение в нем сопровождается заметными турбулентными пульсациями. Если, в этой связи, математическая модель, служащая для описания течения вблизи поверхности, не учитывает наличие пульсаций, то полученные в результате расчета гидродинамические величины будут существенно отличаться от тех, которые существуют в действительности. Исходя из этого в работе [1] был проведен асимптотический анализ уравнений Фридмана–Келлера для корреляций, пульсационных составляющих поля скорости (компоненты тензора напряжений Рейнольдса)

$$\overline{u'v'}, \overline{u'^2}, \overline{v'^2} \text{ и } \overline{w'^2}.$$

Здесь u' , v' и w' – пульсации скорости в направлении осей x , y и z соответственно. Плоское течение рассматривалось в прямоугольной системе координат. В результате было получено распределение основной компоненты тензора Рейнольдса поперек течения вблизи поверхности

$$\overline{u'v'} = C_{\overline{u'v'}} e^{-\eta}, \quad (1)$$

где $C_{\overline{u'v'}}$ – константа, а η – это преобразованная координата y

$$\eta = \frac{y\sqrt{Re_\infty}}{R_a}.$$

В этом выражении Re_∞ число Рейнольдса, вычисленное по параметрам течения на бесконечности, а R_a – среднее арифметическое отклонение профиля шероховатости от средней линии. Это базовая линия, определенная так, что среднее квадратичное отклонение профиля шероховатости от неё минимально [2].

Распределения величин $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$ и $\overline{w'^2}$ имеют такой же вид, как и распределение (1)

$$\overline{u'^2} = C_{\overline{u'^2}} e^{-\eta},$$

$$\overline{v'^2} = C_{v'^2} e^{-\eta},$$

$$\overline{w'^2} = C_{w'^2} e^{-\eta}.$$

То, что $C_{u'v'}$, $C_{u'^2}$, $C_{v'^2}$ и $C_{w'^2}$ в общем случае не равны нулю, говорит о том, что и $\overline{u'v'}$, $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$ и $\overline{w'^2}$ в таком случае тоже отличны от нуля, а это в свою очередь, допускает существование турбулентного движения уже на «стенке» (с естественной шероховатостью). Полученные результаты поясняет рис. 1

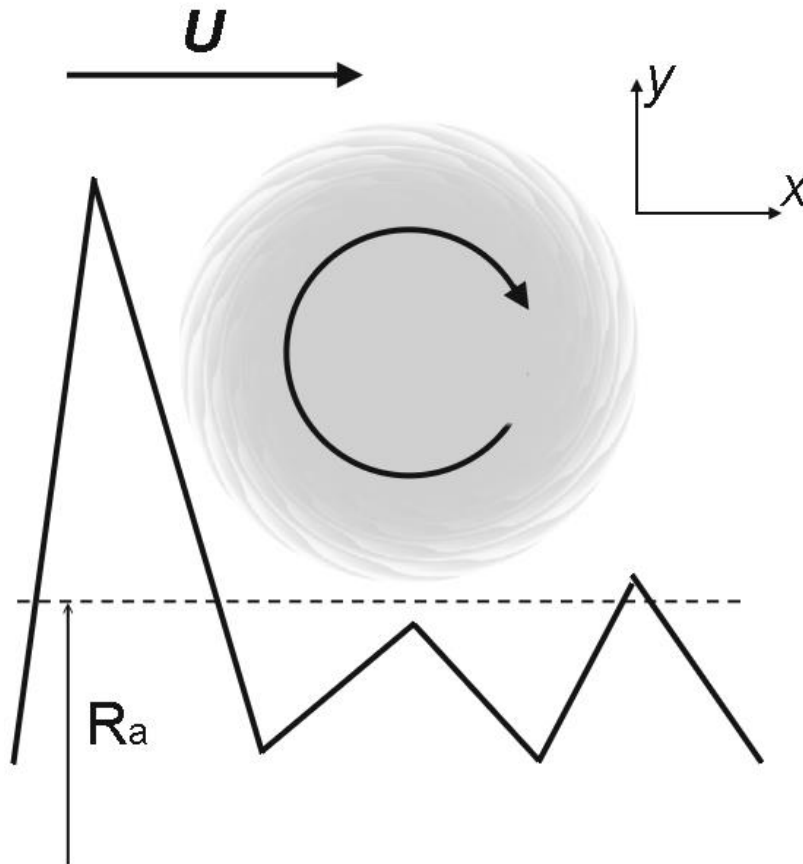


Рис.1. Схема течения вблизи бугорка естественной шероховатости. U – проекция средней скорости.

Отличные от нуля пульсационные составляющие скорости можно трактовать как составляющие скорости вихря, образовавшегося из-за отрывного обтекания бугорка шероховатости.

Рассмотрим тоже течение только проводящей жидкости при наличии однородного магнитного поля, вертикального. Как показано в работе [3], круговое движение проводящей жидкости в однородном магнитном поле приводит к появлению индуцированного пространственного магнитного поля. Таким образом, можно говорить об усилении начального магнитного поля. Схема течения в этом случае показана на рис. 2.

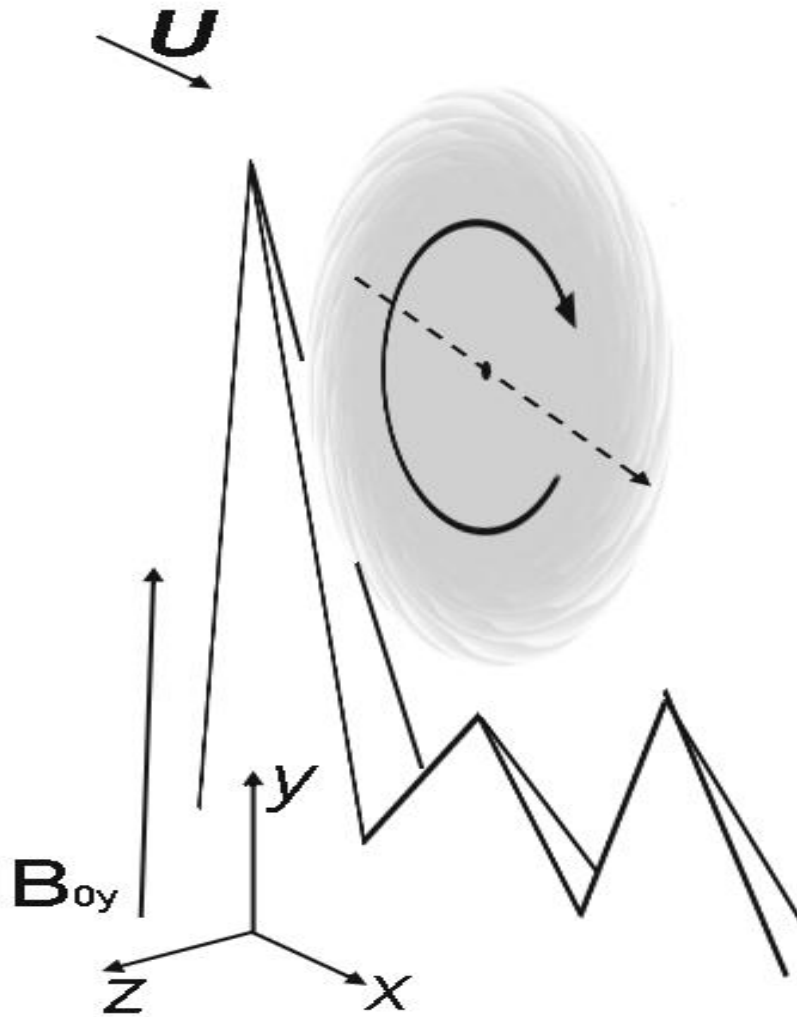


Рис. 2. Схема отрывного обтекания бугорка шероховатости.

На этом рисунке \mathbf{B}_{0y} вектор напряженности однородного внешнего магнитного поля. Штриховой линией показано направление индуцированного магнитного поля - \mathbf{b} . Его направление, в общем случае, отлично от направления начального поля.

Для того, чтобы найти распределение индуцированного поля, в частности его горизонтальной x -компоненты, направленной вдоль по течению, воспользуемся приведенным в [4] уравнением движения проводящей жидкости

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} + B_{0y} \frac{\partial b_x}{\partial y} = 0.$$

В этом уравнении τ – составляющая напряжения вязкого трения, а $\frac{\partial p}{\partial x}$ – заданный по условию задачи перепад давления, обеспечивающий течение.

Обратимся к известному экспериментальному факту [5], согласно которому в данной зоне напряжения Рейнольдса и вязкого трения одного порядка. Таким об-

разом, вместо τ можно рассматривать $\overline{u'v'}$, и полученное распределение (1). Теперь приведенное уравнение примет вид

$$\frac{\partial \left(C_{\overline{u'v'}} e^{-\frac{y\sqrt{Re_\infty}}{Ra}} \right)}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} + B_{0y} \frac{\partial b_x}{\partial y} = 0.$$

Интегрирование этого уравнения, при заданном градиенте давления, дает

$$b_x = \frac{1}{B_{0y}} \left(\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) y + \frac{Ra C_{\overline{u'v'}}}{\sqrt{Re_\infty}} \exp \left(-\frac{y\sqrt{Re_\infty}}{Ra} \right) \right) + b_{0x}.$$

Положив $b_{0x} = 0$, запишем величину b_x на «стенке», при $y = 0$

$$b_{xw} = \frac{1}{B_{0y}} \frac{Ra C_{\overline{u'v'}}}{\sqrt{Re_\infty}}.$$

Из этого выражения видно, что в общем случае $b_{xw} \neq 0$, что можно трактовать как наличие магнитного момента у вихря, - своеобразный аналог магнитного момента витка с током.

Таким образом, можно говорить о том, что при обтекании шероховатой поверхности проводящей жидкостью, находящейся в однородном магнитном поле, создаются условия для появления индуцированного магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маламанов С.Ю. Асимптотическая модель турбулентного течения вблизи поверхности // Вестник Санкт-Петербургского Университета. 2013. Серия 10. Выпуск 4.
2. Суслов А. Г., Корсакова И. М. Назначение, обозначение и контроль параметров шероховатости поверхностей деталей машин. – М.: Изд-во Моск. гос. ин-та управления, 2010 – 112 с.
3. Маламанов С.Ю. Об изменении характеристик электромагнитного поля, вызванных движением находящейся в нем проводящей жидкости // Математическое моделирование. 2016 год. №9, том 28.
4. Новожилов В. В., Павловский В. А. Установившиеся турбулентные течения несжимаемой жидкости. – СПб: СПбГУ, 2013. – 483 с.
5. Фрик П. Г. Турбулентность : Подходы и модели. – Изд. 2-е, испр. И доп. – М.– Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010 – 332 с.