ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ
N 4, 1998
Электронный журнал,
рег. N П23275 от 07.03.97

http://www.neva.ru/journal
e-mail: diff@osipenko.stu.neva.ru

управление в нелинейных системах

РОБАСТНОЕ КВАЗИЛОГИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ: ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Т.В.Варядченко, А.А.Первозванский, Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29
С.-Петербургский государственный технический университет
Кафедра "Механика и процессы управления"
e-mail: control1@citadel.stu.neva.ru

Аннотация.

Рассматривается проблема управления нелинейными объектами при неполной информации о динамике системы. Предлагаются алгоритмы робастного квазилогического управления, для которых ранее одним из авторов установлены условия устойчивости замкнутой системы. В качестве примера рассмотрена задача управления простыми роботами и численно исследована возможность настройки управляющего параметра метода локальной аппроксимации такая, что значение желаемого показателя качества совпадения траекторий при идеальных управлениях и предлагаемых квазилогических управлениях может быть уменьшено при не слишком многоточечных сетках и для не слишком "легких"систем. Производится сравнение численных результатов с результатами, полученными для алгоритмов компенсационных управлений, реализованных на ИНС и ПД-регуляторов, демонстрирующее общие черты, различия и преимущества тех или других алгоритмов.

1. Робастное квазилогическое управление в задаче управления простым роботом

Пусть динамика управляемого объекта может быть адекватно описана уравнением:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u;\; x \in R^n, \tag{1}$$

однако матрицы функции $f(x), g(x)$ не известны, а проектант располагает лишь информацией о величинах

$$f_s = f(x^s),\; A_s = \frac{\partial f}{\partial x}\,|_{x=x^s},\; B_s = g(x^s),\; s = 1, \ldots, N, \tag{2}$$

где $x^{(s)}$ – некоторые заданные точки в фазовом пространстве.

Иначе говоря, известны линеаризованные описания объекта в окрестности некоторых режимов $x - x^s$.

Введем в рассмотрение линейные системы

$$\dot{x} = A_s \cdot (x - x^s) + f_s + B_s \cdot u,\; s = 1, \ldots, N, \tag{3}$$

В предположении стабилизируемости пар A_s, B_s можно построить обратные связи вида:

$$u = u_s(x) = -K_s \cdot x, \tag{4}$$

такие, что матрицы $\bar{A}_s = A_s - B_s \cdot K_s$ являются гурвицевыми.

Тогда можно сконструировать логическое управление исходной системы (1) по схеме [5]:

$$u(x) = u_s(x),\; \text{если } x \in X_s, \tag{5}$$

где произведено разбиение фазового пространсва на области X_s такие< что каждая из них содержит соответствующую точку $x^{(s)}$.

Тем самым строится кусочно-линейное управление, заданное во всем пространстве, хотя сразу возникают проблемы доопределения поведения системы на границе областей X_s. Рассмотрим далее альтернативный вариант, который будем именовать квазилогическим управлением:

$$u(x) = \sum_s \mu_s(x) \cdot u_s(x), \tag{6}$$

где скалярные функции $\mu_s(x)$ таковы, что

$$\sum_s \mu_s(x) = 1, \quad \mu_s(x) \geq 0 \text{ для всех } x.$$

Таким образом, квазилогическое управление строится как выпуклая комбинация исходных правил.

Если $\mu_s(x)$ являются функциями-индикаторами областей X_s, то есть,

$$\mu_s(x) = 1, \text{если } x \in X_s,$$

$$\mu_s(x) = 0, \text{если } \notin X_s,$$

то (6) сводится к логической схеме (5). Однако далее будем требовать, что $\mu_s(x)$ являются гладкими (дифференцируемыми) функциями, что обеспечивает основное свойство квазилогического управления — отсутствие переключений. С использованием (6) замкнутая система описывается уравнением

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot \sum_s \mu_s(x) \cdot u_s(x). \tag{7}$$

Условия, обеспечивающие устойчивость равновесия системы (7) приведены в [1].

Рассмотрим задачу управления простым роботом, двигающемся по радиусу r и поворачивающемуся вокруг своей оси по углу ϕ. Простейшие уравнения его динамики имеют вид

$$m\ddot{r} - \frac{1}{2}\frac{\partial I}{\partial r}\dot{\phi}^2 = F_r \tag{8}$$

$$I(r)\ddot{\phi} + \frac{\partial I}{\partial r}\dot{r}\dot{\phi} = M_\phi \tag{9}$$

$$r(0) = r_0, \phi(0) = \phi_0, \dot{r}(0) = \dot{r}_0, \dot{\phi}(0) = \phi_0,$$

где $I(r)$-момент инерции, m-масса, F_r и M_ϕ - соответственно управляющая сила и момент, $r_0, \phi_0, \dot{r}_0, \dot{\phi}_0$ - начальные условия.

Построим компенсационное управление по моменту в виде [4]

$$M_\phi = I(r)v + \frac{\partial I}{\partial r}\dot{r}\dot{\phi} \tag{10}$$

$$v = -k_\phi(\phi - \phi^*) - k_{\dot{\phi}}(\dot{\phi} - \dot{\phi}^*) \qquad (11),$$

где $\phi^*(t)$ и $\dot{\phi}^*(t)$ - желаемые траектории - цель управления.

Подставляя (10), (11) в (9), получим

$$\ddot{\phi} + k_\phi(\phi - \phi^*) + k_{\dot{\phi}}(\dot{\phi} - \dot{\phi}^*) = 0 \tag{12}$$

Полагая $\phi^* = const$, получим уравнение, определяющее траекторию $\phi(t)$ при управлении (10),(11) при переходе к желаемому положению равновесия ϕ^*.

$$\ddot{\phi} + k_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + k_\phi \phi = k_\phi \phi^* \tag{12}$$

Аналогично построим компенсационное управление по силе в виде

$$F_r = -p_r(r - r^*) - p_{\dot{r}}(\dot{r} - \dot{r}^*) - \frac{1}{2}\frac{\partial I}{\partial r}\dot{\phi}^2 \tag{13}$$

где $r^*(t)$ и $\dot{r}^*(t)$ - желаемые траектории. Подставляя (13) в (8), получим

$$m\ddot{r} + p_r(r - r^*) + p_{\dot{r}}(\dot{r} - \dot{r}^*) = 0 \tag{14}$$

Полагая $r^* = const$, получим уравнение, определяющее траекторию $r(t)$ при управлении (10), (11) при переходе к желаемому положению равновесия

$$\ddot{r} + \frac{p_{\dot{r}}}{m}\dot{r} + \frac{p_r}{m}r = \frac{p_r}{m}r^* \tag{15}$$

Скажем теперь, что уравнения (12),(15) определяют траекторию $r(t), \phi(t)$ при "идеальном управлении"(10),(11),(13), и в противовес "идеальному" управлению определим робастное квазилогическое управление, выполняя (1)-(7) для системы (8)-(9).

Для определенности положим в (9)

$$I(r) = I_0 + kr^2 \tag{16}$$

Получим следующие формулы для робастного квазилогического управления простым роботом

$$F_r = \left(-p_r + \frac{\sum_s \rho_s k \epsilon^{s2}}{\sum_s \rho_s}\right) r - p_{\dot{r}}\kappa - \frac{\sum_s \rho_s 2kr^s\epsilon^s}{\sum_s \rho_s}\epsilon$$

$$M_\phi = \frac{\sum_s \rho_s 2k(I_0 - kr^{s2})/(I_0 + kr^{s2})}{\sum_s \rho_s} r - k_\phi \frac{\sum_s \rho_s (I_0 + kr^{s2})}{\sum_s \rho_s}\phi +$$

$$+\frac{\sum_s \rho_s 2kr^s\epsilon^s}{\sum_s \rho_s}\kappa + \left(-k_{\dot{\phi}}\frac{\sum_s \rho_s(I_0 + kr^{s2})}{\sum_s \rho_s} + \frac{\sum_s \rho_s 2kr^s\kappa^s}{\sum_s \rho_s}\right)\epsilon$$

Контрольное моделирование системы с предлагаемым алгоритмом управления производилось путем интегрирования системы уравнений

$$\begin{aligned}
\dot{r} = {} & \kappa \\
\dot{\phi} = {} & \epsilon \\
\dot{\kappa} = {} & \tfrac{kr}{m}\epsilon^2 + \tfrac{1}{m}(-p_r r - p_{\dot{r}}\kappa) - \tfrac{1}{m}\tfrac{\sum_s \rho_s k\epsilon^{s2}}{\sum_s \rho_s} r - \tfrac{1}{m}\tfrac{\sum_s \rho_s 2kr^s\epsilon^s}{\sum_s \rho_s}\epsilon \\
\dot{\epsilon} = {} & -\tfrac{2kr\kappa\epsilon}{I_0 + kr^2} + \tfrac{1}{I_0+kr^2}\Big\{\tfrac{\sum_s \rho_s(I_0+kr^{s2})}{\sum_s \rho_s}(-k_\phi\phi - k_{\dot{\phi}}\epsilon) \\
+ {} & \tfrac{\sum_s \rho_s 2k(I_0 - kr^{s2})/(I_0+kr^{s2})}{\sum_s \rho_s} r + \tfrac{\sum_s \rho_s 2kr^s\epsilon^s}{\sum_s \rho_s}\kappa + \tfrac{\sum_s \rho_s 2kr^s\kappa^s}{\sum_s \rho_s}\epsilon\Big\}
\end{aligned} \tag{17}$$

при заданных начальных условиях и функциях

$$\rho_s = \rho_s(u) = \exp\left\{-\frac{\|u-u_s\|^2}{\delta^2}\right\},$$

δ – параметр локальности [3], $r^s, \kappa^s, \epsilon^s$ – значения на заранее заданной сетке.

Заметим, что множитель

$$\frac{\sum_s \rho_s(I_0 + kr^{s2})}{\sum_s \rho_s},$$

в соотношении для управления M_ϕ определяет оценку момента инерции $I(r)$ для алгоритмов реализации по методу локальной аппроксимации (МЛА) компенсационных управлений [2]. Напомним, что в этом случае управления определяются соотношениями

$$F_r = -p_r r - p_{\dot r}\kappa - \Delta\hat{F}_r$$
$$M_\phi = -\hat{I}(r)(k_\phi\phi + k_{\dot\phi}\epsilon) + \Delta\hat{M}_\phi,$$

которые для конкретного представления момента инерции (9) имеют вид

$$F_r = -p_r r - p_{\dot r}\kappa - \frac{\sum_s \rho_s k r^s \epsilon^{s2}}{\sum_s \rho_s}$$

$$M_\phi = -\frac{\sum_s (I_0 + kr^{s2})}{\sum_s \rho_s}(k_\phi\phi + k_{\dot\phi}\epsilon) + \frac{\sum_s \rho_s 2kr^s\kappa^s\epsilon^s}{\sum_s \rho_s}$$

Формула (15) и формула, следующая за (20), приведенные в [2], касаются случая, когда момент инерции не оценивается по МЛА. Как видно, если момент инерции оценивается по МЛА, слагаемые, содержащие множители k_ϕ и $k_{\dot\phi}$ в управлении M_ϕ для алгоритмов робастного квазилогического управления икомпенсационного управления совпадают. Всегда одинаковы слагаемые, содержащие множители p_rи $p_{\dot r}$. Заметим также, что робастное квазилогическое управление представляет по существу специально подобранный ПД-регулятор. Компенсационное управление ПД-регулятором в целом не является. (В формуле, следующей за формулой (20) работы [2] имеется неточность: вместо $I_{\text{ср}}$ следует читать $I_0 + kr^2$).

2. Численные результаты

На следующих трех рисунках приведены зависимости от времени для радиуса r, радиальной скорости $\dot{r} = \kappa$, угловой скорости $\dot{\phi} = \epsilon$ и угла ϕ при указанном значении параметра k, определяющего зависимость от радиуса момента инерции $I(r) = I_0 + kr^2$. Одно решение соответствует "идеальному"управлению и легко узнаваемо, второе – робастному квазилогическому управлению. Все прочие условия, кроме значения k одинаковы, именно, начальные условия: $r(0) = 1, \dot{r}(0) = 0, \dot{\phi}(0) = 0, \phi(0) = 1$; $I_0 = 1, m = 1, k_\phi = 1, k_{\dot{\phi}} = 2.5, p_r = 1, p_{\dot{r}} = 2.5$. Желаемое положение равновесия $r^* = 0, \phi^* = 0$ – нулевое. Интервал интегрирования 13 сек., шаг интегрирования 0.1 сек. Число точек сетки $10 \times 10 \times 10 \times 10$[1] , параметр локальности $\delta = 0.05$. ПРи значении параметра $k = 0.1$ кривые, соответствующие квазилогическому и "идеальному"управлению совпадают. На последнем четвертом рисунке приведены для сравнения результаты, полученные ранее для алгоритма реализации компенсационного управления в нейробазисе в случае, когда момент инерции $I(r)$ по МЛА не оценивался (кривая (3)) и для ПД- регулятора (кривая (2)) [2]. Здесь все условия те же, но значение параметра $k = 100$. (Отличие только в положении равновесия $r^* = 0.5, \phi^* = 0.5$).

3. Выводы

Квазилогическое управление обеспечивает сходимость к положению равновесия и малое отличие переходного процесса от процесса при "идеальном"управлении для не "тяжелых"систем и при адекватно начальным условиям выбранных сетках. Число точек сетки может быть небольшим.[2]Для "тяжелых"систем ($k \geq 20$) нет сходимости (за выбранное число шагов), которая кстати наблюдалась для алгоритмов компенсационных управлений, реализованных в нейробазисе (по МЛА), но только при известной динамике системы и для ПД-регуляторовтакже при известном моменте инерции $I(r)$. Дело в том, что квазилогические алгоритмы не используют сведения о динамике системы.

Как показали многочисленные дополнительные эксперименты в случае необходимости оценивания по МЛА момента инерции в компенсационных

[1]Сетка случайная, по равномерному закону с захватом "идеальной"траектории.

[2]Значение параметра δ должно обеспечивать значение $\rho_s(u) \neq 0 > \rho^* > 0$.

алгоритмах не удается в процессе настройки в несколько раз снизить значение интегрального показателя качества совпадения переходного процесса с "идеальной"траекторией. Для "тяжелых"систем удается достигнуть лишь незначительного снижения.

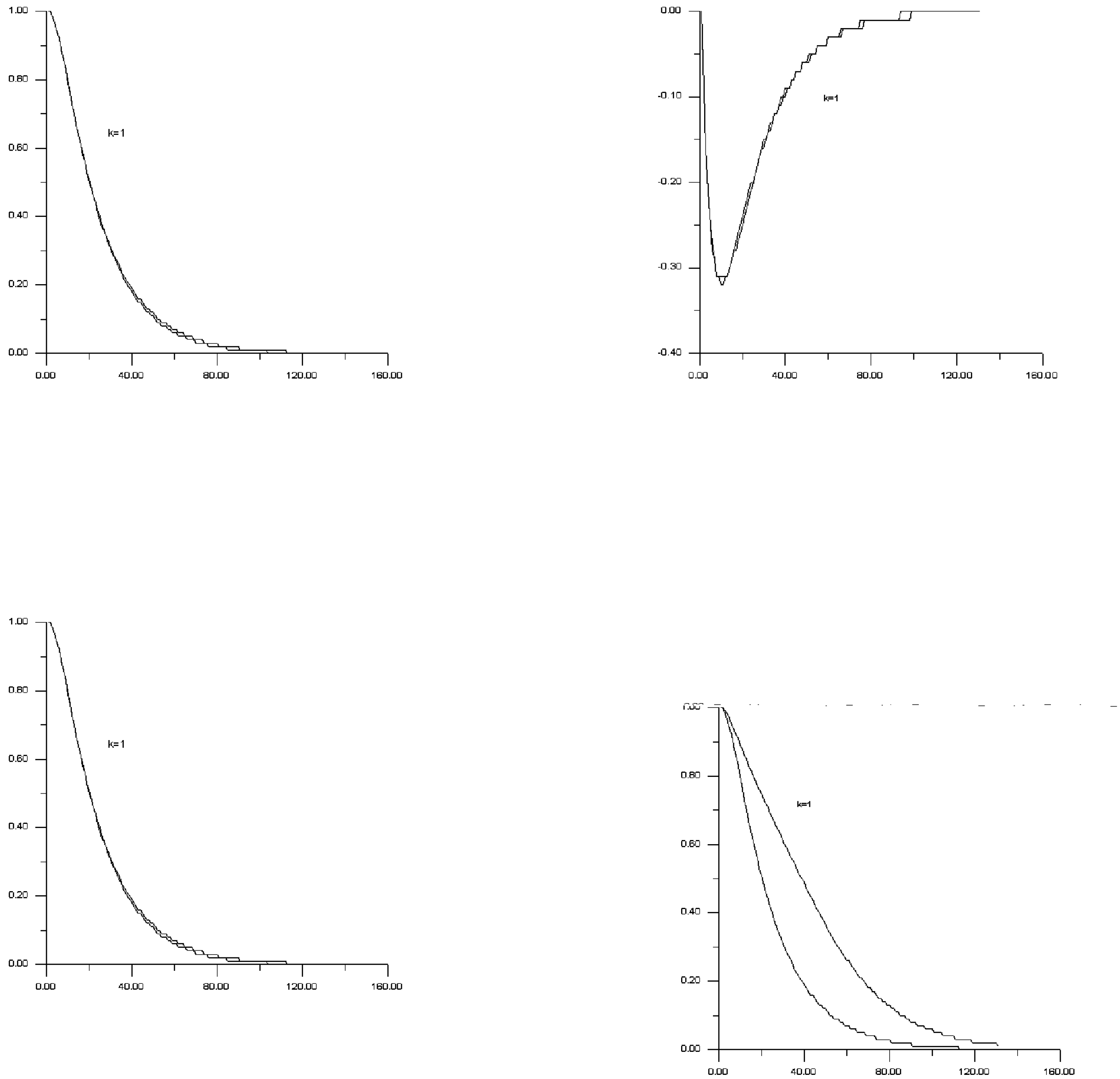
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
k=1
0.00
-0.10
-0.20
-0.30
-0.40
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
k=1
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
k=1
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
k=1

Рис.1

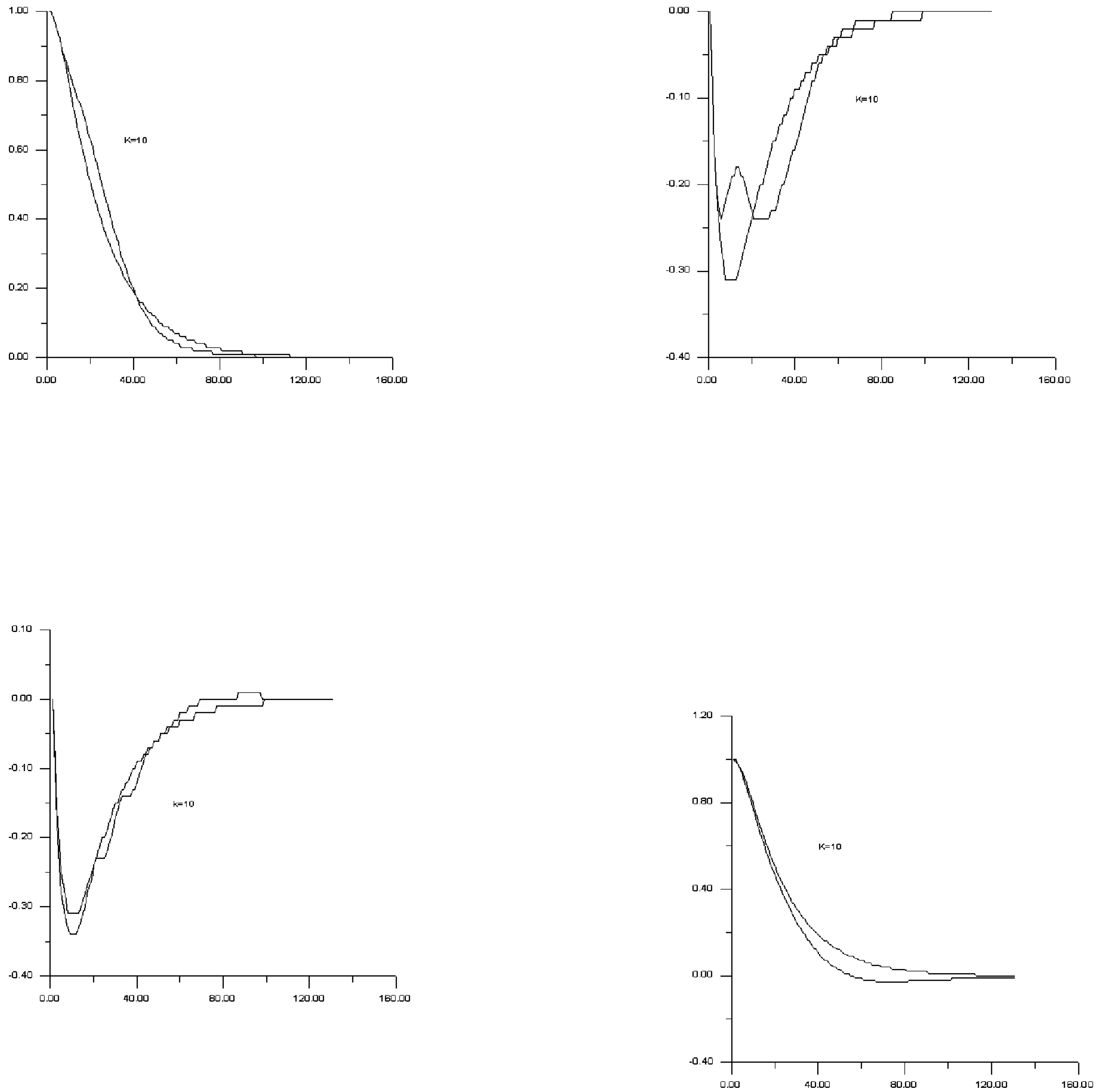
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
K=10
0.00
-0.10
-0.20
-0.30
-0.40
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
K=10
0.10
0.00
-0.10
-0.20
-0.30
-0.40
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
k=10
1.20
0.80
0.40
0.00
-0.40
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
K=10

Рис.2

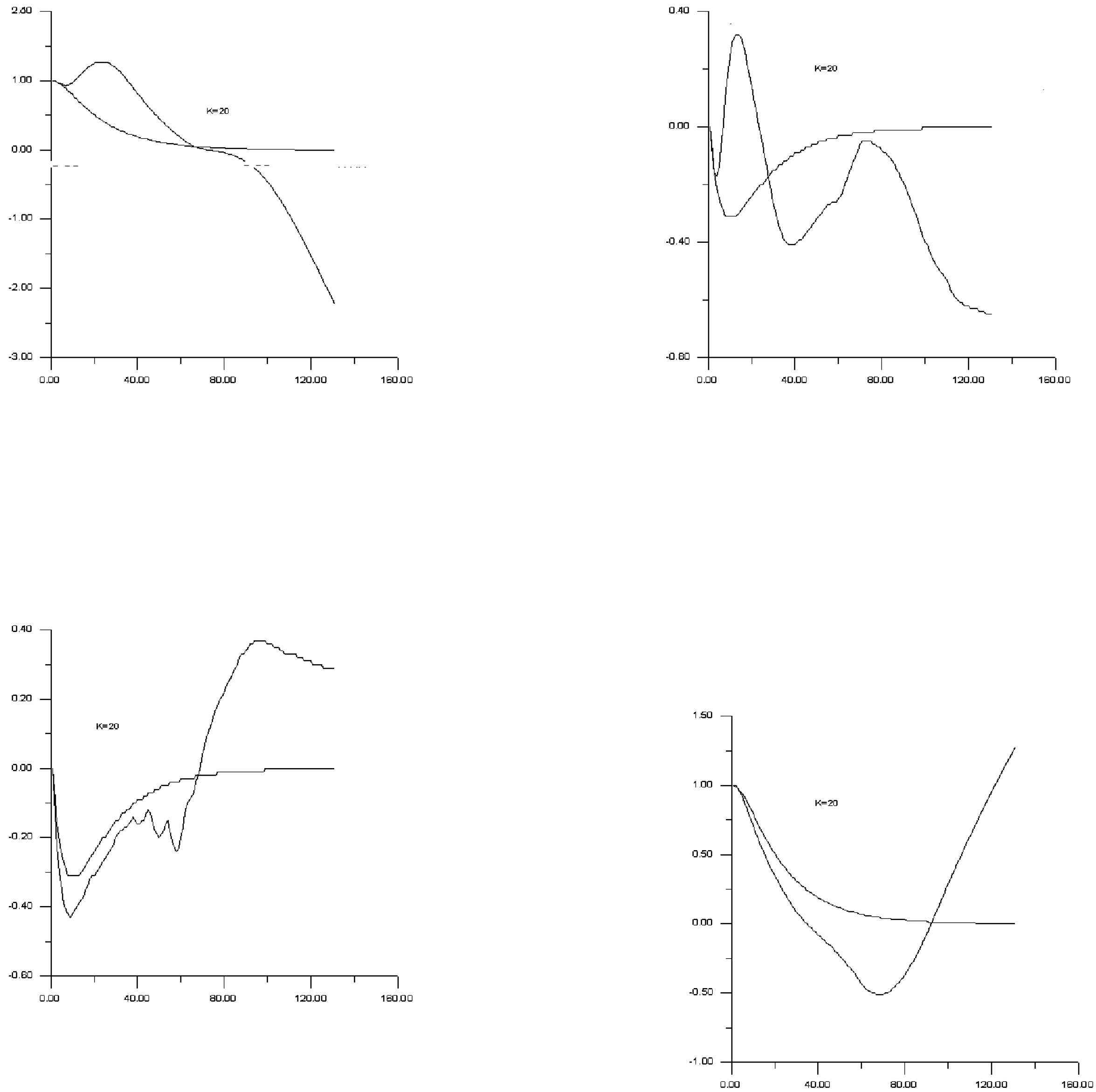

Рис.3

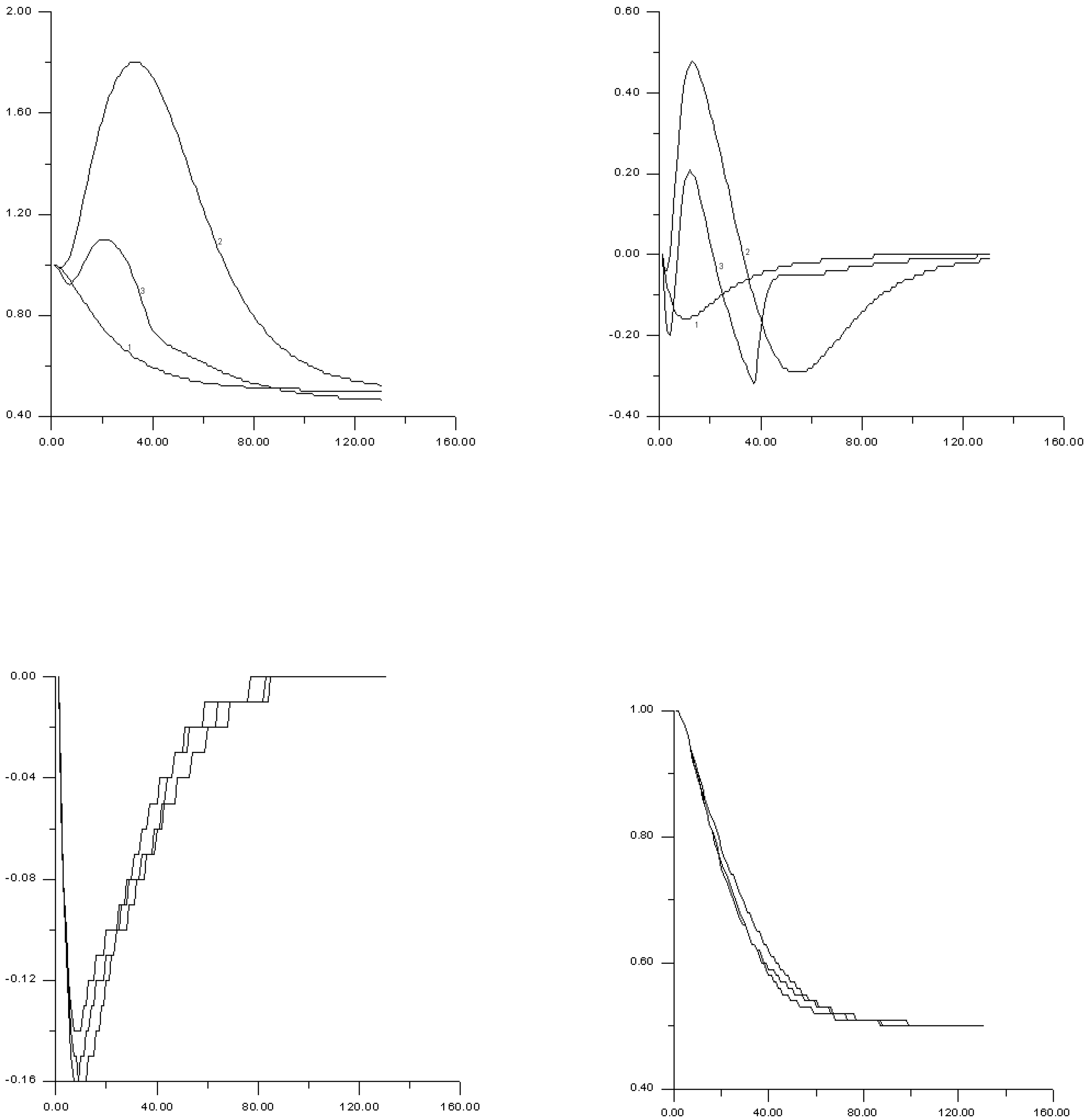
2.00
1.60
1.20
0.80
0.40
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
0.60
0.40
0.20
0.00
-0.20
-0.40
-0.04
-0.08
-0.12
-0.16
1.00

Рис.4

Литература

[1] *Первозванский А. А.* Робастное квазилогическое управление нелинейными объектами// 1998, Теория и системы управления, принято к печати.

[2] *Первозванский А. А.,Варядченко Т.В.* Алгоритмы реализации компенсационных управлений на искусственных нейросетях// Эл. журнал "Дифф. уравнения и процессы управления', N1,1998г.
http:www.neva.ru/journal/rus/r-vol-1htm.

[3] *Катковник В. Я.* Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. М.: Наука, 1985.

[4] *Первозванский А. А.* Курс теории управления. М.: Наука, 1986.

[5] *Tanaka K., Takayuki L., Wang H.O.* Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control quadratic stabilizability, H^{∞}-control theory and linear matrix inequalities// IEEE Tr. Fuzzy Syst. V.4, N1, p.1-13.