

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 2, 2021

Электронный журнал,

рег. Эл. № ФС77-39410 от 15.04.2010

ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>

e-mail: jodiff@mail.ru

Управление в нелинейных системах

Синтез нелинейных корректирующих звеньев для предотвращения колебаний пилотируемых летательных аппаратов

Ю. С. Зайцева

Институт проблем машиноведения РАН,

С-Петербургский государственный университет,

e-mail: juliazaytsev@gmail.com

Аннотация. Из инженерной практики известно, что исполнительные приводы управляющих поверхностей летательных аппаратов имеют физические ограничения тяговых усилий, которые проявляется в нелинейных эффектах насыщения скорости и уровня сигнала привода. В свою очередь влияние нелинейностей вызывает отрицательный фазовый сдвиг между фактическим и управляющим сигналом пилота, что негативно сказывается на устойчивости летательного аппарата. В результате этого могут возникнуть нелинейные колебания углового движения летательного аппарата, ставящие под угрозу безопасность полета. В настоящее время разработаны различные методы предотвращения колебаний, но не существует общего подхода к моделированию. В связи с этим в данной работе предложена методика синтеза нелинейного корректирующего устройства на примере задачи стабилизации угла тангажа в пилотируемой системе управления летательным аппаратом. Синтез реализуется на основе оптимизации параметров системы с помощью программного комплекса динамического моделирования Matlab/Simulink. В результате исследования представлен алгоритм синтеза нелинейного корректирующего устройства на примере летательного аппарата самолетного типа, управляемого дистанционно человеком-оператором. Получены параметры модели пилота, при которых возникают колебания летательного аппарата. Свойства оп-

тимальной системы проиллюстрированы и оценены с помощью показателей частотных характеристик, переходных процессов по тангажу и пилотажных характеристик.

Ключевые слова: нелинейная коррекция, фазовый сдвиг, частотный метод, оптимизация, самолет, модель пилота, функция чувствительности, запаздывание, предотвращение колебаний.

1 Введение

Развитие авиационной техники и современных технологий автоматизированного управления расширяют возможности систем управления, а компьютерное моделирование позволяет исследовать задачи динамики полета с учетом психологических и физиологических характеристик поведения пилотов. В пилотируемых летательных аппаратах (ЛА) электродистанционная система управления содержит исполнительные приводы аэродинамических поверхностей, которые, как любые электромеханические системы, имеют физические ограничения тяговых усилий [1]. При достижении насыщения скорости или уровня сигнала электропривод ведет себя существенно нелинейно, что негативно сказывается на работе системы, может привести к ухудшению качества управления, возникновению нелинейных колебаний и потере устойчивости, что было показано во многих исследованиях. Так, в [2, 3] показано влияние параметров модели пилота и нелинейностей привода типа «люфт» и «насыщение» на устойчивость неавтономной системы легчик-ЛА. Помимо нелинейностей, асимптотически устойчивая система может иметь скрытые аттракторы [4].

В целом эта проблема касается высокоманевренных автоматизированных ЛА, возникает при проектировании новых концепций ЛА, нововведении и модернизации систем управления. В связи с чем для выполнения высоких требований к безопасности полетов проблема предотвращения колебаний ЛА особенно актуальна.

На данный момент разработаны различные подходы для анализа динамики и предотвращения нелинейных колебаний ЛА, собранные в обзорах [5–7]. Среди них можно выделить группу методов на основе анти-виндап и последовательной коррекции [8–10]. В [9] сравниваются три схемы системы с ограничением скорости привода, достигающей 40 град/с, содержащую нелинейные фильтры, включенные в прямой и обратный канал управления, с классическим анти-виндап компенсатором. Результаты моделирования пере-

ходных процессов по тангажу показали, что анти-виндап компенсатор дает лучшие результаты в устойчивости и динамических характеристиках исследуемой системы. Анти-виндап коррекция необходима при синтезе ПИ- или ПИД-регулятора, когда объект управления описан в виде «чистого» интегратора с ограничением входного сигнала и охвачен отрицательной обратной связью [10]. В таких случаях большие рассогласования не могут парироваться из-за наличия насыщения. В работе [8] представлен синтез анти-виндап регулятора с использованием метода H_∞ , компенсирующий одновременно ограничение привода по уровню и скорости. Задача оптимизации состоит в минимизации некоторого размера области устойчивости замкнутой системы объекта управления с регулятором. Моделирование движения угла крена при ограничениях уровня 10 град и скорости 20 град/с привода по сравнению с классическим анти-виндап регулятором показало переходные процессы со значительно меньшим перерегулированием.

Последовательная коррекция осуществляется путем введения в контур управления пре-фильтров. Они применяются для широкого диапазона нелинейных систем и имеют хорошие технико-экономические показатели. Среди пре-фильтров можно выделить нелинейные корректирующие устройства (НКУ), основными достоинствами которых являются обеспечение высоких показателей качества системы регулирования, внесение положительного фазового сдвига в контур управления без изменения амплитудной характеристики, помехоустойчивость [11]. Известны работы по подавлению нелинейных колебаний в системах управления полетом с помощью НКУ, описанные в обзорных статьях [5, 12]. На основе НКУ решается задача компенсации отрицательного фазового сдвига с помощью введения в контур управления псевдолинейного ПИД-регулятора [20]. В [13] описан алгоритм адаптивной настройки НКУ для объекта управления второго порядка.

Анализ литературы показывает, что с помощью НКУ достигаются требования точности и качества процессов в нелинейных системах управления полетом, но не существует общего подхода синтеза НКУ. В связи с чем в данной работе ставится задача создания методики синтеза НКУ для предотвращения колебаний пилотируемых ЛА с учетом адаптации пилота к переменным задачи управления.

2 Метод нелинейной коррекции

В САУ наличие нелинейностей может привести к потере устойчивости. Нелинейные системы могут быть абсолютно устойчивыми или неустойчивыми, в них могут возникать устойчивые или неустойчивые колебания. Устойчивость систем, содержащих нелинейность типа насыщение, зависит от вида и величины амплитуды управляющего сигнала. Изменение параметров системы управления также влияет на ее поведение. В системах с люфтами в механических передачах могут возникать автоколебания. В СУП неустойчивые режимы работы и автоколебания не допустимы, поэтому возникает необходимость коррекции системы и введения корректирующего устройства, обеспечивающего необходимый запас устойчивости.

Проектирование систем управления различными методами приводит к задаче выбора параметров и типа корректирующего устройства [11, 14–21]. Как известно, линейные корректирующие устройства (КУ) имеют ограниченные возможности для обеспечения высоких показателей качества и точности процессов управления. Например, в системе усилителя, содержащей нелинейность типа насыщения, введение линейного КУ затягивает переходный процесс. Также с ростом ФЧХ линейное КУ повышает частоту среза системы, что приводит к расширению полосы пропускания входного сигнала замкнутой системой и, как следствие, пропусканию высокочастотных составляющих сигнала (шумов) [22]. Таким образом, при проектировании САУ требуются подавление усиления с ростом частоты без изменения фазы, либо увеличение фазового опережения без изменения амплитуды, либо ослабление усиления одновременно с ростом фазы. Замена линейного КУ нелинейным позволяет преодолеть эти проблемы. Так, переходный процесс значительно сокращается с нелинейным КУ, если устройство содержит нелинейность такого же типа, как в системе. Если включить последовательно нелинейное КУ в систему управления, то ее ФЧХ повышается в районе частоты среза, при этом АЧХ остается без изменений. Такая коррекция уменьшает влияние шумов на контур управления. В целом, нелинейные КУ имеют более разнообразные по форме частотные характеристики и дают возможность изменять их при различных входных сигналах. Обычно их включают в прямой канал системы управления, либо в канал обратной связи. Частотные характеристики нелинейных КУ зависят от частоты и амплитуды входного сигнала.

Для коррекции свойств САУ выделяют класс нелинейных КУ, называемых псевдолинейные КУ. Их эквивалентная АФЧХ не зависят от входно-

го сигнала. Псевдолинейные КУ обычно состоят из линейных фильтров, создающих фазовое опережение или запаздывание, и модулей, выполняющих математические операции. Реализация псевдолинейных КУ возможна в виде двух- и трехканальных нелинейных фильтров с независимыми каналами формирования амплитуды и фазы, а также на многоканальных четырехполюсниках.

Для создания необходимых запасов устойчивости системы требуется не только избежать охвата точки $(-1, j0)$ годографом АФЧХ, но и обеспечить его необходимое удаление от этой точки. Рассмотрим схему нелинейного фильтра, позволяющую относительно независимо формировать его амплитудную и фазовую характеристику [15]. Эти характеристики не будут зависеть от амплитуды входного сигнала. Меняя параметры линейных фильтров, получают желаемые частотные характеристики.

НКУ-1, представленное в [15], работает следующим образом. В первой ветви сигнал проходит последовательно через фильтр низких частот, в котором с помощью заданного коэффициента усиления формируется величина амплитуды. Затем сигнал проходит через устройство взятия модуля, который сохраняет информацию об величине амплитуды и не сохраняет информацию о величине сдвига фазы. Во второй ветви сигнал, попадая на устройство фильтра, получает положительный запас по фазе, требуемый для компенсации отставания. Далее, проходя через блок взятия сигнатуры, сигнал теряет информацию о величине амплитуды сигнала и сохраняет информацию о фазовом сдвиге. На выходе двух этих ветвей стоит блок перемножения, в котором формируется сигнал с желаемой величиной амплитуды и фазы, который далее поступает на привод органа управления.

Уравнения НКУ-1 имеют следующий вид [15–18, 23–25]

$$\begin{aligned} y &= k|u| \operatorname{sign}(x), \\ A(p)x &= B(p)u, \end{aligned} \quad (1)$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования по времени, $A(p)$, $B(p)$ – операторные многочлены такие, что $W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$, где $s \in \mathbb{C}$, – передаточная функция линейного упреждающего фильтра. Обычно в качестве $W(s)$ берется следующее звено первого порядка

$$W(s) = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_2s + 1}{T_1s + 1}, \quad (2)$$

где $0 < T_1 < T_2$ – выбранные при проектировании постоянные времени. Фа-

зовый сдвиг, вносимый фильтром (2), равен

$$\varphi(\omega) = \arctan \omega T_2 - \arctan \omega T_1 > 0 \text{ при } \omega \geq 0. \quad (3)$$

Вычисление коэффициентов гармонической линейризации для (1) – (4) приводит к следующим выражениям [15]:

$$a = \frac{k}{\pi}(\pi - 2\varphi + \sin 2\varphi), \quad (4)$$

$$b = \frac{k}{\pi}(1 - \cos 2\varphi). \quad (5)$$

Рассмотрим следующее НКУ-2, структура которого получена путем добавления к НКУ-1 дополнительных фильтров нижних частот $W_2(s)$, $W_3(s)$ и параллельного канала, проводящего входной сигнал (рис. 1). Вход ветви сигнала δ , через дифференцирующее звено с замедлением, получается как отклонение привода управляющей поверхности ЛА (либо – в качестве варианта – оценивается по управляющему сигналу и нелинейной модели привода). Таким образом, НКУ-2 имеет свойство адаптивности, заключающееся в зависимости выходного сигнала от усредненного значения скорости отклонения рулевой поверхности $\dot{\delta}(t)$. В зависимости от этого меняются коэффициенты линейной комбинации входного сигнала $u(t)$ и результата его пропускания через НКУ-1. Тем самым, при малых скоростях отклонения рулей, НКУ-2 работает как линейное устройство, передавая входной сигнал непосредственно на выход, а при скоростях отклонения близких к максимальным $\dot{\delta}$ – как НКУ-1 что привносит в НКУ-2 свойство адаптивности.

НКУ-2 описывается следующими уравнениями

$$W_1(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_1 s + 1}, \quad W_2(s) = \frac{s}{T_2 s + 1}, \quad W_3(s) = \frac{1}{T_3 s + 1}, \quad (6)$$

$$u_1 = k_1 |u|, \quad u_2 = \text{sign}(W_1(s)u), \quad u_3 = W_2(s)u_2, \quad u_4 = u_1 \cdot u_3, \quad (7)$$

$$u_5 = k_2 W_3(s)\delta, \quad u_6 = |u_5|, \quad y = (1 - u_6) \cdot u_4, \quad (8)$$

где $k_2 = 1/\bar{\delta}$; имеет смысл полагать $k_1 = 1$.

АФЧХ НКУ-2 для различных величин усредненной скорости отклонения рулей (в град/с) при $W_1(s) = \frac{2.50s + 1}{0.35s + 1}$, $W_2(s) = \frac{1}{0.04s + 1}$, $W_3(s) = \frac{s}{0.50s + 1}$, $\bar{\delta} = 6$ град/с приведены на рис. 2.

Как видно из рисунка, свойства НКУ-2 меняются в зависимости от сглаженной величины $|\dot{\delta}(t)|$ – чем ближе она к предельному значению $\bar{\delta}$, тем

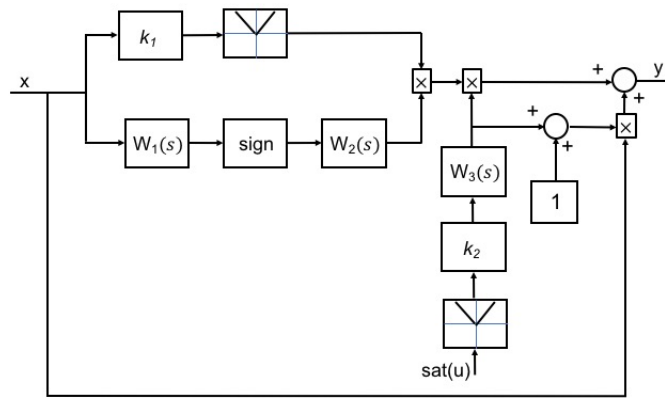


Рис. 1: Структурная схема НКУ-2

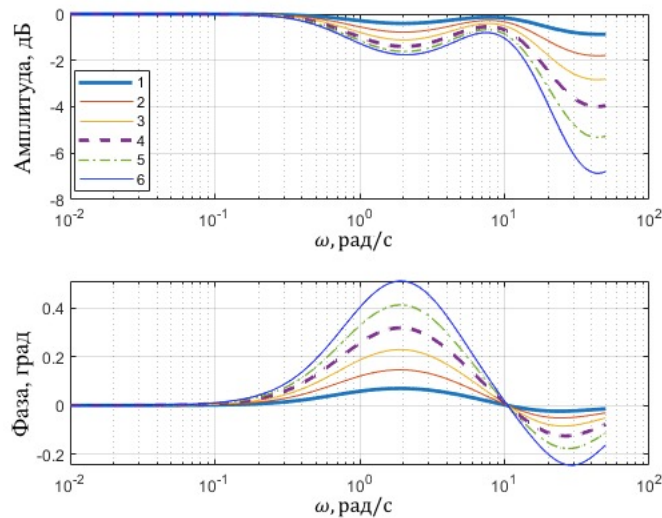


Рис. 2: АФЧХ НКУ-2 для $\delta = 1, \dots, 6$ град/с

сильнее проявляется влияние НКУ, а при малых по модулю значениях $\dot{\delta}(t)$, НКУ «пропускает» сигнал летчика практически без искажений.

3 Структура системы самолет-летчик

Продольное движение ЛА описывается нелинейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Для анализа эти уравнения представляют в упрощенном линеаризованном виде. Передаточная функция ЛА от отклонения рычага управления к углу тангажа будет иметь вид [26]:

$$W_{\delta_b}^{\vartheta_z}(s) = -\frac{k_c(T_1 s + 1)}{s(T^2 s^2 + 2T\xi s + 1)}, \quad (9)$$

где $s \in \mathbb{C}$ – оператор Лапласа, k_c – коэффициент передачи ЛА, T_1 – раекторная постоянная, ξ – оказатель затухания.

В компенсаторных задачах управления пилот реагирует на сигнал рассогласования ε между входным сигналом ϑ^* и реакцией ЛА ϑ . Известно, что уровень пилотажных характеристик для большинства задач пилотирования зависит от характеристик управляемости самолета при стабилизации угла тангажа, поэтому в таком случае необходимо анализировать замкнутую систему пилот-ЛА [26–28].

На основе экспериментальных данных введена гипотеза о свойстве адаптации пилота к переменным задачам управления, благодаря чему характеристики системы пилот-ЛА считают относительно постоянными [26–28]. При исследовании объекта управления с постоянными параметрами используют приближенную линейную модель в диапазоне частоты среза, описывающую отклонение стабилизатора δ_e в зависимости от ошибки стабилизации ε : [26, 27, 29]:

$$W_p(s) = K_p \frac{(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)} e^{-\tau_p s}, \quad (10)$$

где K_p – коэффициент усиления пилота, T_L, T_I – постоянные времени опережения и сглаживания, вводимые пилотом для сглаживания процессов пилотирования, τ_p – постоянная времени запаздывания, отражающая задержку восприятия и формирования действий в центральной нервной системе пилота и нейромускулярное напряжение. τ_p возрастает по мере усложнения задачи пилотирования, требующей от пилота введения опережающих действий. Постоянная времени запаздывания не зависит от входного сигнала и динамики ЛА, а ее изменение приводит к ухудшению оценок самолета летчиком, поэтому оптимальное значение принимают равным в диапазоне 0.1– 0.2 с. При увеличении полосы пропускания частот входного сигнала летчик пытается задемпфировать сигнал и уменьшить фазовое запаздывание путем ввода опережения T_L . Когда он вынужден пилотировать аккуратно, то вводится запаздывание T_L, T_I . Таким образом, пилот способен производить усиление, дифференцирование и сглаживание воспринимаемого сигнала. Также пилот в результате своей адаптации может быть описан как звено запаздывания и опережения, только запаздывания или опережения, как коэффициент усиления. В целом пилот адаптируется так, чтобы система была устойчива в широком диапазоне K_p , АЧХ в достаточном диапазоне около частоты среза имела наклон -20 дБ, на низких частотах обеспечивалась хорошая реакция на команды пилота и подавление возмущений [27].

Управление углом тангажа происходит с помощью отклонения руля высоты, поэтому рассмотрим нелинейный привод стабилизатора с запаздыванием,

описанный уравнениями первого порядка [9]:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e(t) = \text{sat}_{\bar{\delta}} \frac{1}{T_a} e_\delta(t), \\ e_\delta(t) = u_c(t - \tau_a) - \delta_e(t), \end{cases} \quad (11)$$

где T_a – постоянная времени привода, τ_a – время запаздывания, $\delta_e(t)$ – отклонение ручки управления, $\bar{\delta}$ – величина ограничения скорости привода, u_c – управляющий сигнал привода, e_δ – ошибка между входным и выходным сигналом привода.

Будем считать, что насыщение описывается нечетно-симметричной функцией и поддается разложению в ряд Фурье:

$$\text{sat}_{\bar{\delta}} = \begin{cases} \dot{\delta}_e, & \text{при } |\dot{\delta}_e| \leq \bar{\delta}, \\ \text{иначе } \bar{\delta} \text{ sign}(\dot{\delta}_e) \end{cases}$$

Для линейного привода передаточная функция согласно (11) описывается следующим соотношением:

$$W_{u_c}^{\delta_e}(s) = \frac{1}{T_a s + 1} e^{-\tau_a s} \quad (12)$$

Для компенсации негативного влияния нелинейности привода рассмотрим метод нелинейной коррекции.

4 Алгоритм синтеза нелинейного корректирующего устройства для предотвращения КВЛ в системе самолет-летчик

На основе поведения летчика во время процессов пилотирования, установленного во многих летных экспериментах, сделан вывод о том, что его поведение при стабилизации самолета близко к поведению, определяемому правилами оптимального синтеза линейных систем [30–33]. Из комментариев пилотов следует, что они стремятся захватить цель быстро, с хорошим прогнозом реакции и минимальным перерегулированием, без возбуждений колебаний самолета. Говоря инженерным языком, пилот хотел бы иметь замкнутую систему с минимальным сдвигом по фазе относительно управляющего сигнала и отсутствие резонансных пиков, что эквивалентно настройке его математической модели. Этот процесс происходит путем настройки параметров модели пилота.

Исходя из вышеперечисленных фактов, применим аппарат условной оптимизации с ограничениями-неравенствами [34]. Будем рассматривать в качестве критерия оптимизации быстродействие системы, выражающееся через частоту среза. При этом варьируемыми параметрами, в соответствии с рассматриваемой задачей, назначаются параметры модели пилота, которая принята в виде (10). Процедура оптимизации тогда будет формулироваться в общем виде следующим образом. Требуется найти экстремум функции

$$J(x) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (13)$$

в которой область допустимых значений определяется как

$$X = \{x \in E_n | \varphi_j(x) \leq 0\}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (14)$$

где E_n – n -мерное евклидово пространство, X – допустимое множество, содержащее точки x , $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ – вектор-столбец евклидова пространства, $\varphi_j(x)$ – заданные скалярные функции.

В данном случае при исследовании системы пилот-самолет целевая функция не может быть выражена аналитически, а только численно, поэтому для ее нахождения используем имитационное моделирование. Для этого разработана библиотека программа в среде MATLAB/Simulink в виде встроенных функций с использованием программного обеспечения пакета Control Systems Toolbox. После каждого шага моделирования Simulink-модели полученные выходные данные передаются в рабочее поле MATLAB, где далее обрабатываются. Структура взаимодействия программ представлена на рис. 3.

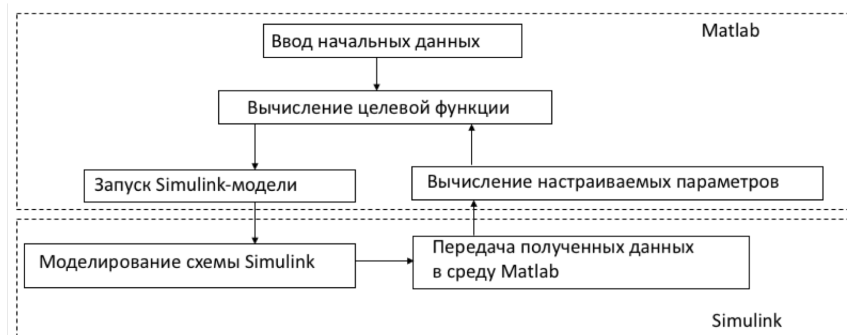


Рис. 3: Структура взаимодействия программ при решении задачи оптимизации

Оптимизация целевой функции в MATLAB выполнена с помощью стандартной функции *fminsearch*, которая возвращает вектор, являющийся локальным минимумом, подлежащей минимизации функции в векторном или

матричном виде. Эта функция реализована по алгоритму Нелдера – Мида (*Nelder – Mead*), или метода деформируемого многогранника и симплекс-метод [35]. Этот метод является одним из лучших прямых методов минимизации функций, не требующий вычисления градиента или производных функции. Метод сводится к построению многогранника в n -мерном пространстве, заданным $n + 1$ вершиной. На каждом шаге итераций выбирается новая точка решения внутри и вблизи многогранника. Затем она сравнивается с одной из вершин многогранника. Ближайшая к этой точке вершина многогранника обычно является этой точкой. Таким образом, многогранник перестраивается и обычно позволяет найти новое, более точное положение точки решения. Решение повторяется, пока размеры многогранника по всем переменным не станут меньше заданной погрешности решения.

Предложен следующий алгоритм оптимизации системы пилот-самолет [36, 37], представленный на блок-схеме 3.

Алгоритм 1. Оптимизация линейной системы пилот-ЛА.

1. Анализ объекта управления.
2. Выбор типа корректирующего устройства и его параметров.
3. Выполнение программы оптимизации.
4. Проверка работоспособности и качества СУП.

1. Анализ объекта управления.

Первоначально оценивается устойчивость ЛА на основе его модели в продольном короткопериодическом движении [26, 38]. Для этого удобно использовать метод корневых годографов [15, 39]. В зависимости от типа ЛА выбирается структура системы улучшения устойчивости и управляемости, рассчитываются их параметры. Система улучшения устойчивости представляет собой обратную связь по скорости угла тангажа и удовлетворяет требованиям к величинам собственной частоты и коэффициенту демпфирования короткопериодического движения ЛА. Это повышает устойчивость ЛА, исключая быстрые изменения угла тангажа, например, по причине порывов ветра. Система улучшения управляемости образуется введением в контур управления ЛА обратной связи по углу тангажа для слежения за задающим сигналом. Степень устойчивости задает разработчик исходя из назначения и режимов эксплуатации ЛА.

2. Выбор типа корректирующего устройства и его параметров.

НКУ выбирается разработчиком в зависимости от поставленных задач и

объекта управления. Параметры НКУ выбираются так, чтобы в диапазоне частоты среза АЧХ имела наклон -20 дБ/дек.

3. Выполнение программы оптимизации.

3.1. Ввод начальных данных.

На начальном этапе выбирается модель исследуемого ЛА, вводятся его параметры, в том числе величина ограничения скорости привода. Выбирается вид модели пилота и начальные значения ее параметров $K_{0p}, T_{0L}, T_{0I}, \tau_{0p}$. Разработчик может выбирать их в довольно широком диапазоне, ограничивающимся рамками, соответствующими реальному поведению пилота. Для более точного результата алгоритм Нелдера – Мида требует выполнения несколько раз.

На этом этапе вводятся ограничения на управляемые параметры, исходя из значений полученных из летных экспериментов: K_p, T_L, T_I, τ_p , а также ограничения на показатели качества частотных характеристик и переходного процесса, в которые входят: коэффициент усиления пилота K_p , постоянная времени опережения T_L , постоянная времени сглаживания T_I , время запаздывания τ_p , показатель колебательности M , вещественные части корней характеристического уравнения $\text{Re } s_i$, которые должны иметь отрицательные значения.

3.2. Вычисление целевой функции. Согласно поставленной задаче оптимизации целевая функция записывается в виде [36]:

$$J(x) = -\omega_c, \quad (15)$$

где ω_c – частота среза разомкнутой системы пилот-самолет.

Из-за наличия звена временного запаздывания в модели пилота или в других звеньях порядок всей системы равен бесконечности. Для описания звена чистого запаздывания больше всего подходит дробно-рациональная функция, имеющая единичные значения АЧХ на всех частотах, при этом погрешность аппроксимации возникает только в ФЧХ. В MATLAB встроена стандартная функция *rade* для вычисления аппроксимации Паде в виде отношения двух полиномов $P_l(x)$ степени l и $Q_m(x)$ степени m , коэффициенты которых определяются коэффициентами разложения функции в ряд Тейлора [40, 41, 41]:

$$\frac{P_l(x)}{Q_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + \dots + a_lx^l}{b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m},$$

где a_i, b_i – коэффициенты разложения Паде. В результате аппроксимация передаточной функции звена запаздывания при $l = m = 5$ выглядит следу-

ющим образом:

$$e^{-\tau s} \approx \frac{-\lambda^5 + 30\lambda^4 - 420\lambda^3 - 15120\lambda + 30240}{\lambda^5 + 30\lambda^4 + 420\lambda^3 + 3360\lambda^2 + 15120\lambda + 30240}, \quad (16)$$

где $\lambda = \tau s$. В результате применения этой процедуры порядок системы уменьшается до конечного.

Вычисление целевой функции выполняется следующим образом:

1. Проверка выполнения ограничений для значений K_p, T_L, T_I, τ_p с помощью условного оператора *if-else*. Если какое-либо из ограничений не выполняется, то вычисления завершаются, на выходе из подпрограммы формируется большое значение минимизируемой функции, что свидетельствует о неудачной итерации.
2. Вычисляется аппроксимация Паде (16) для степенной функции в модели пилота с запаздыванием τ_p : $e^{-\tau_p s} \approx W_{\tau_p}(s)$, и других звеньев, содержащих запаздывание (например – модели привода).
3. Вычисление передаточной функции ЛА $W_a(s)$ с помощью встроенной функции *tf* пакета CONTROL SYSTEMS TOOLBOX системы MATLAB,
4. Вычисление передаточной функции привода $W_{act}(s)$.
5. Вычисление числителя $N(s)$ и знаменателя $D(s)$ передаточной функции $W(s)$ разомкнутой системы по тангажу :

$$W(s) \equiv \frac{N(s)}{D(s)} = W_p(s) \frac{W_a(s)}{s + W_a(s)}.$$

6. Вычисление корней $r_i, i = 1, \dots, n$ характеристического многочлена $P(s) = N(s) + D(s)$ стандартной функцией *roots* пакета MATLAB,
7. вычисление передаточной функции замкнутой системы по тангажу: $\Phi(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ и соответствующего ей показателя колебательности M с помощью стандартной функции MATLAB *norm*,
8. Проверка выполнения условия ограничения $M \leq 1.25$. Если оно не выполняется, то целевой функции присваивается значение $10^3 M$ и выполняется следующий шаг вычислений.
9. Наибольшее значение частоты среза ω_c определяется из интервала $[0.1, 100]$ при котором модуль частотной передаточной функции разомкнутой системы был приближенно равен единице: $|W(i\omega)| \approx 1$,

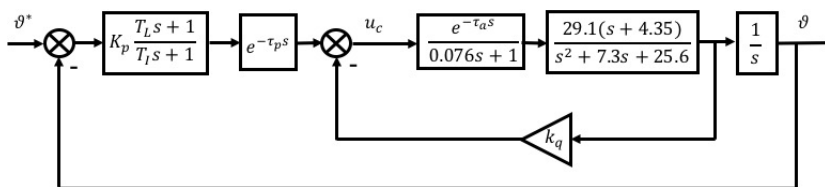


Рис. 4: Simulink-модель линейной системы пилот-ЛА

10. Вычисляется степень устойчивости $\eta = -\max(\operatorname{Re} r_i)$, $1 \leq i \leq 23$ и проверяется условие $\eta > 0$. Если это условие не выполняется, то $J = -10^5 \eta$ и выполняется переход к новой итерации. Иначе, $J = -\omega_c$ и вычисление параметров K_p , T_L , T_I , τ_p данная итерация заканчивается. Выход из процедуры оптимизации осуществляется автоматически программой *fminsearch* с используемыми по умолчанию условиями.

3.3. Запуск и выполнение Simulink-модели.

На рис. 4 представлена структурная схема модели Simulink с моделью ЛА. В контур управления введена обратная связь по угловой скорости тангажа с коэффициентом k_q .

Предлагаемый здесь алгоритм реализован в виде компьютерной программы в среде MATLAB/Simulink, представленной в [42]. Из среды MATLAB вызывается Simulink-модель, в которую передаются входные параметры и полученные параметры модели пилота из предыдущего пункта. Производится вычисление по Simulink-модели. Обмен данными реализуется с помощью встроенного Simulink-блока «To workspace».

4. Проверка работоспособности и качества СУП.

Проверка результатов вычисления программы оптимизации, описанной в пункте 4, проводится с помощью построения АФЧХ, переходных процессов, и для – малых входных сигналов – с помощью показателя колебательности.

5 Пример применения работы алгоритма

Проиллюстрируем работу алгоритма 4 на примере следующей системы пилот-самолет без ограничения скорости привода. Модель пилота выбрана в виде модели на частоте среза (10). Модель объекта управления, содержащая модели привода и самолета, описывается передаточной функцией от угла отклонения рычага управления к угловой скорости тангажа [43]:

$$W_{\text{Oy}}(s) = e^{-0.17s} \frac{1}{0.076s + 1} \cdot \frac{29.11(s + 4.356)}{s^2 + 7.358s + 25.65} \quad (17)$$

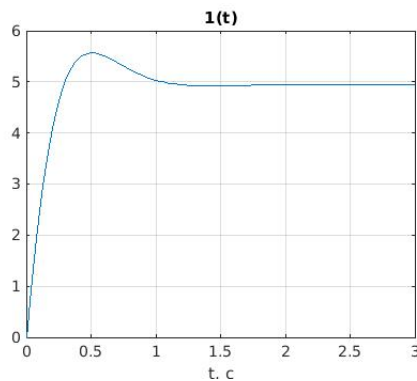


Рис. 5: Переходный процесс по угловой скорости тангажа ЛА с отрицательной обратной связью

Проанализируем устойчивость модели ЛА (17). Для этого найдем корни характеристического уравнения передаточной функции ЛА: $s_{1,2} = \{-3.66 \pm i3.59\}$, $s_3 = \{-0.038\}$.

Отрицательность вещественных частей корней характеристического многочлена указывают на то, что передаточная функция ЛА асимптотически устойчива. Корень s_3 близок к нулю, что говорит о малом запасе статической устойчивости. Для повышения устойчивости введем отрицательную обратную связь по угловой скорости тангажа с коэффициентом 0.15 с, найденным методом корневого годографа [15, 39].

В результате выполнения алгоритма получены следующие параметры модели пилота: $T_L = 0.487$ с, $T_I = 0.603$ с, $\tau = 0.182$ с, $K_p = 0.598$ при принятой скорости ограничения привода равной 6 град/с. Параметры НКУ: $T_1 = 0.008$ с, $T_2 = 2.5$ с. На рис. 6 представлены частотные характеристики оптимальной скорректированной системы.

Из рис. 6 видно, что фазовый сдвиг положительный. Корни характеристического уравнения представлены на рис. 7. Все они лежат в левой полуплоскости.

На рис. 8 показаны переходные процессы в системе с НКУ и без.

Проведем анализ в частотной области системы самолет-летчик с помощью обобщенной частотной характеристики по ошибке от задающего воздействия и индекса возбудимости.

Для нелинейных систем, характеристики которых зависят от амплитуды и частоты входного сигнала, возможно применение численного метода анализа в частотной области [44]. Для нелинейной конвергентной системы в форме

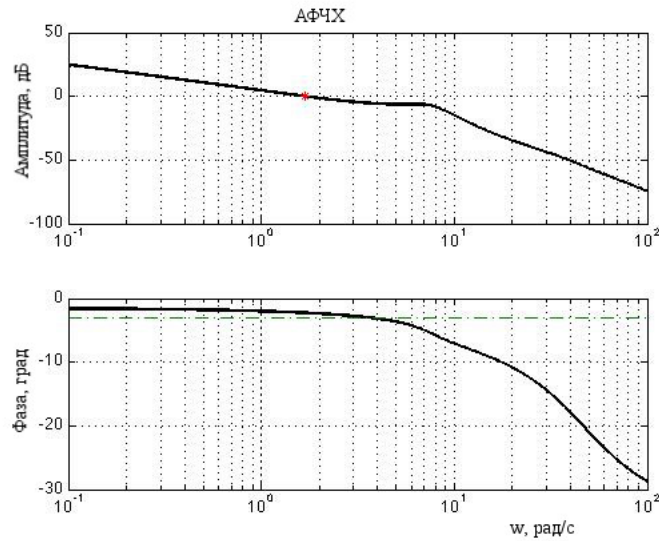


Рис. 6: АФЧХ оптимальной системы с ограничением скорости привода

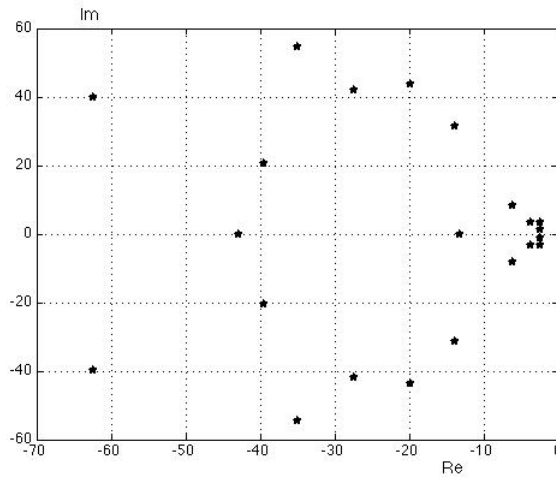


Рис. 7: Корни характеристического уравнения

Лурье

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, r), \\ y(t) &= h(x, r), \end{aligned}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^m$ – вектор пространства состояния, $y(t) \in \mathbb{R}$ – выход системы, $r(t)$ – опорный сигнал, $r(t) = a \sin(\omega t)$, $\varepsilon(t)$ – рассогласование такое, что $\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$, существует периодическое решение $\bar{x}(t)$ с соответствующим выходом $\bar{y}(t)$ и $\bar{\varepsilon}(t) = r(t) - \bar{y}(t)$.

Тогда по определению [44] обобщенной частотной характеристики по ошибке от задающего воздействия в терминах среднеквадратических значе-

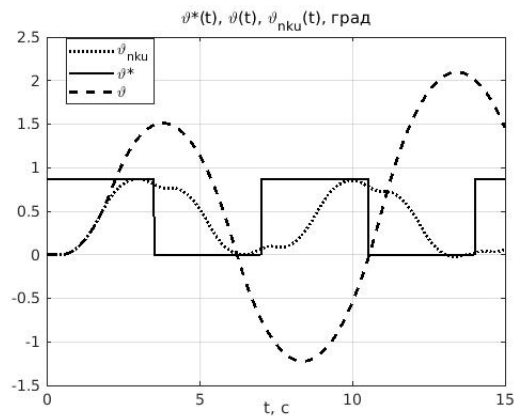


Рис. 8: Переходные процессы в оптимальной скорректированной системе и нескорректированной системе с ограничением скорости привода

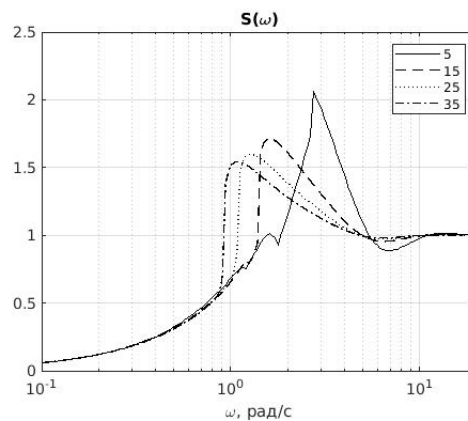


Рис. 9: Функция чувствительности оптимальной скорректированной системы с ограничением скорости привода

ний записывается как:

$$S(A, \omega) = \frac{\|e^*\|_2}{\|u\|_2}, \quad (18)$$

где $\|z\|_2 = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} z(\tau)^2 d\tau}$.

На рис. 9 представлена обобщенная частотная характеристика по ошибке от задающего воздействия оптимальной системы с ограничением скорости привода для амплитуд входного гармонического сигнала равных 5, 15, 25, 35 град.

Другим способом исследовать зависимость поведения систем от входных воздействий является вычисление индекса возбудимости [45, 46]. С помощью этой меры анализируют возможности изменения характеристик системы и определяют меру возбудимости колебаний. При этом индекс возбудимости зависит от выбора входа и выхода системы, допустимой величины управля-

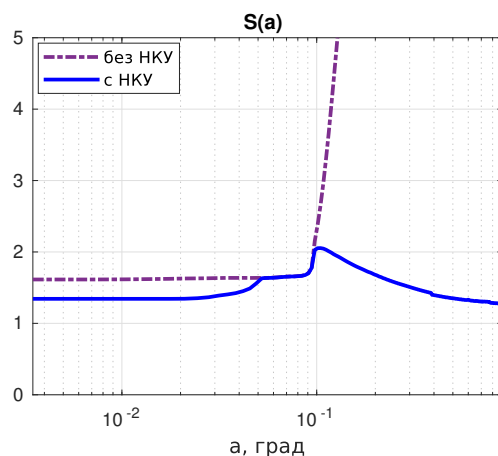


Рис. 10: Индекс возбудимости оптимальной системы с ограничением скорости привода и без него

ющего воздействия. Выберем в качестве выхода фактический сигнал по углу тангажа, в качестве входа – максимальная по времени величина входного значения системы летчик-ЛА. Для нахождения величины индекса возбудимости необходимо вычислять максимальное значение выхода, достижимое при ограниченном входе в асимптотике. Для малой амплитуды входного сигнала индекс возбудимости допустимо вычислять как (18) при заданной частоте.

На рис. 10 представлен индекс возбудимости оптимальной системы с ограничением скорости привода. Для сравнения на рис. 10 показан индекс возбудимости для нескорректированной системы, из которого видно, что около амплитуды 5 град начинается резкий рост индекса возбудимости.

Рассмотрим результаты выполнения алгоритма на примере нескольких ЛА, параметры которых представлены в таблице 5. Проведем оценку пилотажных характеристик ЛА по полученным параметрам модели пилота. Из летных экспериментов было получено, что для хорошей оценки пилотажных характеристик ЛА, параметры модели пилота должны лежать в следующих пределах: $T_L \leq 1$, $\tau_p \approx 0.2$, $T_I \leq 1$. По шкале Купера-Харпера оценку «хорошо» получают Convair и Cessna. Однако у Cessna введение пилотом $T_I \approx 1$ говорит о том, что на средних и высоких частотах для обеспечения устойчивости оценки ЛА могут существенно ухудшиться. Введение у Convair $T_L = 1$ говорит о том, что пилот вынужден «форсировать» движение ЛА [32].

Таблица 1: Параметры передаточной функции ЛА

Название ЛА	k_c	T_1	T	$2T\xi$
Phastball	4.93	0.23	0.039	0.286
Boeing 747	0.39	1.89	1.32	3.1
Convair 880M	0.37	1.4	0.57	0.9
Cessna 172	2.6	0.36	0.025	0.19

Таблица 2: Параметры модели пилота

Название ЛА	K_p, c	τ_p, c	T_L, c	T_I, c
Phastball	0.6	0.18	0.487	0.6
Boeing 747	5	0.1712	0.758	0.0002
Convair 880M	1.2	0.163	1	0.0003
Cessna 172	0.934	0.1469	0.0001	0.96

6 Заключение

В данной работе представлена методика синтеза НКУ для предотвращения нелинейных колебаний на примере системы управления летательным аппаратом в режиме дистанционного управления человеком-оператором. Оптимизация параметров модели пилота проведена на частоте среза при продольном движении ЛА. Предложена нелинейная коррекция пилотируемого контура управления с помощью НКУ с отдельными каналами формирования амплитуды и фазы сигнала.

Дано пошаговое описание предложенной методики синтеза НКУ для замкнутой системы пилот-ЛА. Изложен алгоритм вычисления целевой функции и представлена блок-схема методики синтеза, реализуемая программными средствами Matlab/Simulink. В результате вычисления программы получены параметры пилота, при которых возникают колебания ЛА. Результаты оптимизации подтверждены иллюстрациями АФЧХ и переходных процессов для гармонического и прямоугольного входного сигнала. С помощью методов частотного анализа, в том числе обобщенной функции чувствительности для нелинейных систем, дана оценка диапазона параметров возможных входных сигналов исследуемой системы при насыщении скорости привода управляющих поверхностей ЛА.

Программа для ЭВМ, реализующая представленную методику, может быть использована для компьютерного моделирования и имитации процесса пилотирования, что, например, при проектировании новых систем позволяет

выявить свойства ЛА до начала летных испытаний. Также возможно применение программы на авиатренажерах для обучения пилотированию. Другим применением программы может быть оценка техники пилотирования действующих пилотов для контроля качества пилотирования или расследования авиационных инцидентов. В целом, реализация НКУ на электронных компонентах не требует сложных технологий, хорошо отработана и имеет низкую стоимость.

Дальнейшие исследования могут быть направлены в сторону создания программы ЭВМ для вычисления параметров НКУ, применения более сложных методов нелинейной коррекции, например, адаптивного управления неявной эталонной моделью [47]. С точки зрения развития программы моделирования, возможно добавление базы данных, содержащей параметры системы и вычисление балла пилотажных характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке ведущих научных школ РФ 2020-2021 (НШ-2624.2020.1).

Список литературы

- [1] Tran A. T., Sakamoto N., Kikuchi Y., Mori K. Pilot induced oscillation suppression controller design via nonlinear optimal output regulation method. *Aerospace Science and Technology*, 2017, vol. 68, pp. 278–286.
- [2] Zaitceva I., Chechurin L. The estimation of aircraft control system stability boundaries by the describing function method. *Cybernetics and Physics*, 2020, vol. 9, no. 2, pp. 117–122. Available at: <http://lib.physcon.ru/doc?id=2eab6a5dddc2>
- [3] Зайцева Ю.С., Чечурин Л.С. Устойчивость вынужденных колебаний в пилотируемых системах летательных аппаратов. *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2019, vol. 4, pp. 159–176.
- [4] Andrievsky B., Kravchuk K., Kuznetsov N. et al. Hidden oscillations in the closed-loop aircraft-pilot system and their prevention. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, pp. 30–35.
- [5] Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Методы подавления нелинейных колебаний в астатических системах автопилотирования летатель-

- ных аппаратов. *Изв. РАН. Теория и Системы Управления*, 2017, № 3, с. 118–134.
- [6] Зайцева, Ю.С., Андриевский Б.Р., Кудряшова Е.В., Кузнецов Н.В., Кузнецова О.А. Обзор методов предотвращения раскачки самолета летчиком. *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2020, №. 2, с. 131–172.
- [7] Andrievsky B., Arseniev D., Kuznetsov N., Zaitceva I. Pilot-Induced Oscillations and Their Prevention. *Proc. of Cyber-Physical Systems and Control*, Springer International Publishing, Cham, 2020, pp. 108–123.
- [8] Queinnec I., Tarbouriech S., Biannic J.-M., Prieur C. Anti-Windup algorithms for pilot-induced-oscillation alleviation. *AerospaceLab*, 2017, 35 p.
- [9] Gatley S., Postlethwaite I., Turner M., Kumar A. A comparison of rate-limit compensation schemes for PIO avoidance. *Aerospace Science and Technology*, 2006, vol. 10, no. 1, pp. 37–47.
- [10] Леонов Г.А., Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Погромский А.Ю. Управление летательными аппаратами с АW-коррекцией. *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2012, № 3, с. 36.
- [11] Зельченко В.Я., Шаров С.Н. *Нелинейная коррекция автоматических систем*. Л.: Судостроение, 1981, 167 с.
- [12] Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Кузнецова О.А., Леонов Г.А., Мокаев Т.Н. Локализация скрытых колебаний в системах управления полетом. *Труды СПИИРАН*, 2016, № 49, с. 5–31.
- [13] Скороспешкин М.В., Скороспешкин В.Н., Аврамчук В.С. Адаптивное корректирующее устройство для систем автоматического управления. *Проблемы информатики*, 2011, т. 2, №. 10, с. 68–75.
- [14] Хлыпало Е.И. Учет динамической нелинейности магнитных усилителей при проектировании автоматических систем. *Автоматика и Телемеханика*, 1963, т. 24, № 11, с. 1394–1401.
- [15] *Нелинейные корректирующие устройства в системах автоматического управления / под ред. Попова Е.П.* М.: Машиностроение, 1971, 466 с.

- [16] Шаров А.Н., Шаров С.Н. Исследование параметров частотных свойств некоторых нелинейных динамических корректирующих устройств. *Автоматика и Телемеханика*, 1974, т. 35, № 8, с. 1219–1225.
- [17] Филатов И.В., Шаров С.Н. Исследование параметрической чувствительности нелинейных динамических корректирующих устройств. *Инженерная кибернетика*, 1977, т. 15, № 2, с. 166–169.
- [18] Зельченко В.Я., Шаров С.Н. *Расчет и проектирование автоматических систем с нелинейными динамическими звеньями*. Машиностроение, 1986, 174 с.
- [19] Берзин Б.П., Матюхина Л.И., Михалев А.С. Нелинейное корректирующее устройство. Авторское свидетельство, SU 411430 A1, СССР, 1974. Номер заявки: 1680846/18-24, дата регистрации: 08.07.1971, дата публикации: 15.01.1974. Заявитель: Рязанский радиотехнический институт.
- [20] Скороспешкин М.В., Скороспешкин В.Н., Аврамчук В.С. Псевдолинейный ПИД-регулятор для системы второго порядка. *Сб. трудов 13-ой международной научн.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых*, (г. Томск, 2015 г.) Томск: НИТПУ, 2016, с. 181–182.
- [21] Skorospeshkin M. V., Sukhodoev M. S., Timoshenko E. A., Lenskiy F. V. Adaptive pseudolinear compensators of dynamic characteristics of automatic control systems. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2016, vol. 124, pp. 012028.
- [22] Крыжановский Г.А., Шестаков И.Н. Способ повышения защищенности применения технологии автоматического зависимого наблюдения от наведенных целенаправленных помех. *Труды XXIII Всероссийской науч.-практ. конф. РАРАН «Актуальные проблемы защиты и безопасности»*, Москва: ФГБУ «РАРАН», 2020, с. 342–344.
- [23] Andrievsky B., Kuznetsov N., Kuznetsova O. et al. Nonlinear Phase Shift Compensator for Pilot-Induced Oscillation Prevention. *Prepr. 9th IEEE Europ. Modeling Symp. on Mathematical Modeling and Computer Simulation (EMS 2015)*, Madrid, Spain: 2015, pp. 225–231.
- [24] Zaitceva I. S. Nonlinear oscillations prevention in unmanned aerial vehicle. *Proc. of XI Majorov Int. Conf. on Software Engineering and Computer Systems*, St-Petersburg: CEUR, 2019, vol. 2590, 8 p.

- [25] Зайцева Ю. С. Подавление колебаний в контуре управления «оператор-беспилотный летательный аппарат». *Труды XXI конф. молодых ученых «Навигация и управление движением»*, С-Петербург: 2019, с. 222–223.
- [26] Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н., Суханов В.Л. *Динамика полета: учебник для студентов высших учебных заведений/Под редакцией Бюшгенс Г.С.* М.: Машиностроение, 2011, 776 с.
- [27] Ефремов А. В., Оглоблин А. В., Предтеченский А. Н., Родченко В. В. *Летчик как динамическая система.* М.: Машиностроение, 1992, 331 с.
- [28] Mitchell D., Klyde D. This Is Pilot Gain. *Proceedings AIAA SciTech Forum.* American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2019, 17 p.
- [29] McRuer D., Graham D., Krendel E., Reisener W. Human pilot dynamics in compensatory systems: Theory, models, and experiments with controlled element and forcing function variations: Tech. Rep. (AFFDL-TR-65-15). Ohio: Wright-Patterson AFB, Air force flight dynamics laboratory, 1965.
- [30] McRuer D., Krendel E. Mathematical models of human pilot behaviour: Tech. Rep. (AGARD-AG-188), 1974, 67 p.
- [31] McRuer D., Jex H. A review of quasi-linear pilot models. *IEEE Transactions on Human Factors in Electronics*, 1967, vol. HFE-8, no. 3, pp. 231–249.
- [32] Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. *Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движения.* М.: Машиностроение, 1979, 352 с.
- [33] McRuer D. T. Pilot-Induced Oscillations and Human Dynamic Behavior: Tech. rep. Hawthorne, CA, USA: NASA, 1995.
- [34] Романовский И.В. *Алгоритмы решения экстремальных задач.* М.: Наука, 1977, 352 с.
- [35] Nelder J., Mead R. A simplex method for function minimization. *Computer J.*, 1965, vol. 7, pp. 308–313.
- [36] Зайцева Ю.С. Настройка параметров динамической модели поведения пилота в контуре управления летательным аппаратом. *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*, 2020, т. 20, №. 2, с. 200–205.

- [37] Зайцева Ю.С., Андриевский Б.Р. Оптимизация контура управления пилотируемого летательного аппарата по тангажу. *Материалы конф. «Математическая теория управления и ее положения». XIII мультиконференция по проблемам управления.* С-Петербург: «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2020, с. 276–280.
- [38] Боднер В.А. *Системы управления летательными аппаратами.* М.: Машиностроение, 1973, 698 с.
- [39] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория систем автоматического регулирования.* М.: Наука, 1975, 768 с.
- [40] Бейкер Дж., мл., Грейвс-Моррис П. *Аппроксимации Паде / Под ред. А. А. Гончара.* М.: «Мир», 1986.
- [41] Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB.* СПб.: «Наука», 1999, 467 с.
- [42] Зайцева Ю.С., Кузнецов Н.В., Андриевский Б.Р. Программа для моделирования поведения пилота в замкнутом контуре системы управления полетом (Imitator-Flight). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ №2020663322 от 26.10.2020, заявка №2020662371 от 14.10.2020.
- [43] Mandal T., Gu Y. Analysis of Pilot-Induced-Oscillation and Pilot Vehicle System Stability Using UAS Flight Experiments. *Aerospace*, 2016, vol. 3, no. 42, 23 p.
- [44] Pavlov A., van de Wouw N., Pogromsky A. et al. Frequency domain performance analysis of nonlinearly controlled motion systems. *Proc. of 46th IEEE Conf. Decision and Control.* New Orleans, LA, USA: IEEE, 2007, pp. 1621–1627.
- [45] Фрадков А. *Кибернетическая физика: принципы и примеры.* СПб.: Наука, 2003, 208 с.
- [46] Andrievsky B. Computation of the Excitability Index for Linear Oscillators. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control.* 2005, pp. 3537–3540.
- [47] Andrievsky B., Kudryashova E., Kuznetsov N., Kuznetsova O. Aircraft wing rock oscillations suppression by simple adaptive control. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2020, vol. 105, 10 p.

Design of nonlinear correcting device to prevent oscillations of pilot-vehicle systems

Iuliia S. Zaitceva

Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS

St-Petersburg State University

juliazaytsev@gmail.com

Abstract. It is known from engineering practice that the actuators of the aircraft control surfaces have physical limits of thrust which are manifested in the nonlinear effects of actuator rate and the level saturation. In turn, the influence of nonlinearities causes a negative phase shift between the actual and control pilot signal, which negatively affects the stability of the aircraft. As a result, nonlinear oscillations of the aircraft's angular motion may arise, which endanger flight safety. To prevent fluctuations various methods have been developed, but there is no general approach to modeling. In this paper, the nonlinear correcting device synthesis methods is proposed. It is illustrated by the example of stabilizing the pitch angle in a piloted aircraft control system. The synthesis is implemented on the base of the optimization of system parameters and uses the Matlab/Simulink dynamic modeling software package. As a result of the study, the algorithm for the synthesis of a nonlinear correcting device is presented on the example of a remotely controlled UAV. The parameters of the pilot model, at which pilot-induced oscillations occur, are obtained. The properties of the optimal system are illustrated and evaluated using frequency response, pitch transients, and flight characteristics.

Key words: nonlinear correction, phase shift, frequency method, optimization, airplane, pilot model, sensitivity function, lag, oscillation avoidance.