

Введение

В Санкт-Петербургском университете курс лекций по вычислительной математике на отделениях математики и прикладной математики математико-механического факультете делится на две части. Первая часть читается студентам второго или третьего курса и включает в себя первый круг вопросов, таких как интерполяция, приближенное вычисление интегралов (перечень разделов курса излагается в конце этого введения). Вторая часть посвящена приближенным методам решения функциональных уравнений и читается на четвертом курсе. Автор в течение многих лет читал лекции по обеим этим частям. Данная книга основана на лекциях первой части.

В настоящее время иногда приходится слышать такое мнение: зачем изучать численные методы, если существуют такие универсальные программы, как МатЛаб и Maple, которые решают любую задачу, требующую вычислений, за считанные секунды. В таких случаях мне вспоминаются слова бессмертной госпожи Простаковой о том, что география — не дворянская наука — а извозчики на что существуют. Конечно, извозчики (в наше время давно уже такси) вещь прекрасная. Можно не знать, в каком конце города находится нужная тебе улица, достаточно вызвать такси, и тебя туда доставят (хотя иногда выражается мнение, что не всегда можно доверять водителю такси в выборе маршрута). Но вот если ты отправляешься на открытие новых земель или просто в туристский поход в малонаселенную местность, то никакие извозчики или такси тебе не помогут. Нужны знания и опыт. Конечно, в большинстве, скажем, инженерных расчетов вполне достаточно обходиться универсальными программами, о которых говорилось выше. Но вот при научных исследованиях (например, в области физики) или при создании уникальных сооружений или приборов возникают задачи, при решении которых упомянутые универсальные программы либо непригодны, либо требуют слишком много времени. Вряд ли можно использовать универсальные программы и в том случае, когда речь идет о решении чрезвычайно ответственных задач. Располагая лишь постановкой задачи и ответом и даже не зная, каким способом был получен этот ответ, нельзя полностью на него полагаться. Для решения таких задач нужно либо использовать наиболее подходящие для этого конкретного случая известные методы, либо создавать новые. Да и сами универсальные программы с течением времени должны совершенствоваться как в отношении включения новых задач в число решаемых, так и в совершенствовании применяемых методов. И такие работы могут выполнять лишь широко образованные математики, в частности, и в области вычислительной математики. Между тем специалистов, готовых к такого рода работам, никакие вузы, кроме университетов*, не готовят. Этим и определяется содержание читаемого в СПбГУ курса вычислительной математики. Основное внимание уделяется не подробностям применения тех или других численных методов, а их теоретическим основам и свойствам, таким как условия и быстрота сходимости. Возможность такого изложения обеспечивается широкой математической подготовкой студентов университета.

Математика едина, и в ее разделе "вычислительная математика" используются,

*Слово "университет" здесь следует понимать в старом смысле: сейчас университетами называю и вузы, имеющие достаточно узкий профиль.

естественно, результаты, имеющиеся в других разделах. В частности, и излагаемое в данной книге в значительной мере опирается на математический анализ, алгебру, теорию дифференциальных уравнений. А также на функциональный анализ — подробнее об этом будет сказано ниже.

Название книги отчасти определяется тем, что в 2006 году издательством БХВ-Петербург была опубликована книга “Теория приближенных методов. Линейные уравнения”, в которой излагаются читаемые автором лекции по второй части курса, так что эти две книги, только что названная и предлагаемая, вместе составят полное изложение курса лекций по вычислительной математике. Но главное — название подчеркивает идейную направленность книги, о которой говорилось выше. Содержание книги видно из перечисления глав, на которые она делится:

1. Приближение функций и интерполяция.
2. Приближенное вычисление интегралов.
3. Решение задач линейной алгебры.
4. Приближенное решение нелинейных уравнений и систем.
5. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

При написании книги возникла та трудность, что при чтении лекций студентам второго или третьего курса слушатели обладают различной математической подготовкой. Так, при изложении некоторых вопросов (например, аппарата векторных норм или принципа сжатых отображений) естественно использовать терминологию и некоторые простейшие утверждения из функционального анализа, что студентам второго курса еще не знакомо. Автор избрал такой путь. Весь основной текст книги вполне доступен студентам второго курса. Для более подготовленных читателей даются дополнения, которые могут пропускаться без ущерба для понимания всего остального и содержат либо замечания о более широком взгляде на излагаемый материал, либо дополнительные сведения по рассматриваемым вопросам. Такие дополнения выделяются символами $[*$ и $*)$. В частности, этими скобками выделены заключительные параграфы первой, второй и четвертой глав.

Освоение любой математической дисциплины немыслимо без самостоятельного размышления над ее вопросами. Помощь читателям в этом отношении призваны оказать задачи, помещенные в конце большинства параграфов. Задачи эти носят теоретический характер, а не требуют проведения вычислений по изложенным методам, что тоже, конечно, важно, но этому посвящены практические занятия (вычислительный практикум), сопровождающие лекции. Среди задач имеются и достаточно трудные, хотя многие из них совершенно элементарны и служат лишь для того, чтобы читатель еще раз на несколько минут вернулся к прочитанному в параграфе тексту. Некоторые задачи существенно дополняют основной текст книги. В конце книги приводятся ответы и некоторые указания к тем задачам, решение которых представляется не вполне очевидным.

В книге довольно часто встречаются выражения “очевидно, что...”, “легко доказывается, что...” и тому подобные. Автор не счел нужным перегружать текст подробными разъяснениями того, что для большинства читателей действительно окажется очевидным. Вместе с тем, если читателю очевидное другим окажется неочевидным, то можно настоятельно рекомендовать ему разобраться в сказанном. Это окажется

еще одним поспорьем для более глубокого освоения предмета, а иногда и для восстановления в памяти того, что известно ему из предшествующих курсов, например, математического анализа или алгебры.

В конце книги помещен список литературы, в котором указываются некоторые учебники, рекомендуемые в качестве дополнительного материала, а также некоторые оригинальные работы. Оригинальные статьи называются в списке литературы, если, насколько известно автору, их результаты ранее не излагались в учебной литературе. При ссылке в тексте книги на список литературы указывается лишь автор (авторы) и номер лишь в случае, если в списке литературы несколько публикаций этого автора. Имеется большое число учебников по вычислительной математике. В качестве дополнительной литературы назовем лишь некоторые из них, наиболее близкие к излагаемому курсу. В качестве основной дополнительной литературы ко всему курсу можно назвать *И.П.Мысовский* и *В.И.Крылов*, *В.В.Бобков*, *П.И.Монастырный* [1]. К отдельным главам можно рекомендовать также: к первой главе *И.П.Натансон*, а также *И.К.Даугавет* [1], *А.Х.Турецкий*, ко второй - *В.И.Крылов*, к третьей - *Д.К.Фаддеев*, *В.Н.Фаддеева*, к четвертой - *Дж.Ортега*, *В.Рейнболдт*, к пятой главе - *В.И.Крылов*, *В.В.Бобков*, *П.И.Монастырный* [2].