

С/К “ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ”

2009 г.

А. А. Лодкин

1. Вероятностные и механические истоки ЭТ. Топологический и метрический аспекты динамики.
2. Основные примеры динамических систем с инвариантной мерой.
3. Пространства Лебега.
4. Инвариантные меры. Теорема Крылова – Боголюбова. Примеры.
5. Теорема Пуанкаре о возвращении.
6. Теорема о разложении меры на эргодические компоненты.
7. Эргодичность и связанные с ней свойства (с примерами).
8. Индивидуальная эргодическая теорема Биркгофа – Хинчина.
9. Равномерная распределенность последовательности, связанной с иррациональным сдвигом. Нормальные числа.
10. Перемешивание. Функциональные переформулировки эргодичности и перемешивания.
11. Оператор, сопряженный с авто(эндо)морфизмом. Его свойства. Понятие о спектре унитарного оператора.
12. Понятие о спектральном изоморфизме, соотношение с метрической сопряженностью.
13. Слабое перемешивание и спектр.
14. Спектры конкретных преобразований.
15. Дискретный спектр, теорема фон Неймана.
16. Измеримые разбиения, операции над ними, классификация. Теорема о канонической системе условных мер (формулировка).
17. Энтропия разбиения.
18. Средняя условная энтропия. Средняя условная энтропия на единицу времени.
19. Энтропия эндо(авто)морфизма, теорема Колмогорова – Синяя.
20. Свойства энтропии преобразования. Примеры вычисления.
22. Теорема Шеннона – Макмиллана – Брэймана (без доказательства).

На экзамене будут предлагаться задачи параграфа X.2 из задачника *Б.М.Макаров, М.Г.Голузина, А.А.Лодкин, А.Н.Поджорытов. Избранные задачи по вещественному анализу.*