

На правах рукописи

Летнер Оксана Никитична

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ АСТЕРОИДОВ,  
СБЛИЖАЮЩИХСЯ С ЗЕМЛЕЙ

01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2015

Работа выполнена в ОСП НИИ прикладной математики и механики  
Томского государственного университета

**Научный руководитель:**

кандидат физико-математических наук, доцент  
Быкова Лариса Евгеньевна

**Официальные оппоненты:**

Емельяненко Вячеслав Васильевич  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник Института астрономии РАН

Железнов Николай Борисович  
кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник Института прикладной астрономии РАН

**Ведущая организация:**

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Защита состоится 22 марта 2016 г. в 15.30 на заседании совета Д 212.232.15 на базе Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 2143.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9 и на сайте <http://spbu.ru/science/disser/soiskatelyu-uchjonoj-stepeni/dis-list/details/14/711.html>

Автореферат разослан  
Ученый секретарь диссертационного совета

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2015 г.  
Миланова Ю.В.

## Общая характеристика работы

### Актуальность проблемы

В настоящее время пристальное внимание специалистов привлекает исследование эволюции орбит астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). По данным NASA (<http://www.nasa.gov>) на 1 сентября 2014 года известно 655843 астероидов, в том числе 11418 астероидов, сближающихся с Землей. Такой интерес к исследованию динамики АСЗ связан с весьма актуальной проблемой астероидной опасности. Отметим, что падение даже небольшого небесного тела в наше время может вызвать катастрофу регионального или даже глобального масштаба, что связано с появлением на Земле большого числа опасных технических объектов. Поэтому очень важно вовремя выявлять потенциально опасные для Земли астероиды и исследовать эволюцию их орбит.

Основные проблемы в исследовании динамики АСЗ связаны с особенностями моделирования их движения на больших интервалах времени. Движение таких объектов практически невозможно изучать аналитическими методами из-за больших эксцентриситетов и тесных сближений с планетами. Поэтому при исследовании долговременной орбитальной эволюции обычно применяются численные методы интегрирования уравнений движения АСЗ, что в свою очередь может вызывать трудности из-за быстрого роста ошибок округления при тесных или многократных сближениях астероидов с планетами.

Тесные или многократные сближения АСЗ с большими планетами играют большую роль в движении астероидов и оказывают влияние на прогнозирование их динамики, так как сближения могут значительным образом изменить параметры орбит АСЗ и увеличить риск тесных сближений или столкновений с другими планетами, в том числе с Землей. Кроме того, очень важно вовремя выявлять АСЗ, имеющие тесные сближения с Землей, так как эти объекты могут представлять реальную угрозу для Земли в ближайшем будущем.

Важную роль в движении АСЗ, играют орбитальные резонансы с большими планетами: устойчивые резонансы могут служить защитным механизмом от тесных сближений с планетами, а попадание АСЗ в окрестность резонанса с неустойчивой геометрической конфигурацией «астероид – планета» повышает риск тесных сближений или столкновений астероида с другими планетами, в том числе с Землей. Кроме того, значительные изменения параметров орбиты астероида создают трудности в дальнейшем численном исследовании его динамики.

Хаотичность в движении АСЗ связана с появлением высокой чувствительности решения к малым изменениям начальных данных. Если чувствительность такова, что первоначально близкие орбиты расходятся со временем экспоненциально, то мы имеем дело с детерминированным хаосом. В этом случае движение астероида становится непрогнозируемым.

Из всего выше сказанного можно сделать вывод, что задачи исследования как резонансной, так и хаотической динамики АСЗ, и определения времени прогнозируемости их движения являются весьма актуальными. Открытие новых АСЗ и появлением новых наблюдений уже известных астероидов только повышает актуальность проблемы.

### **Степень разработанности**

В связи с актуальностью проблемы в настоящее время опубликовано много работ, связанных с исследованием динамики АСЗ (Milani et al., 2000a; Morbidelli et al., 2003; Michel et al., 2005; Giorgini et al.; Заботин, Медведев, 2009, Jenniskens et al, 2009; Aleshkina et al, 2011 и др.). Особенно много работ посвящено некоторым потенциально опасным астероидам, например, АСЗ 99942 Арофис (Chesley, 2006; Соколов и др., 2008; Виноградова и др., 2008; Giorgini et al., 2008; Prado et al., 2012; Кочетова и др., 2013 и др.). Исследованию динамики некоторых групп астероидов, входящих в класс АСЗ и имеющих тесные сближения с Землей, посвящены работы (Галушина, 2011a; Раздымахина, Галушина, 2012). Проблема астероидной опасности и обзор соответствующих работ подробно представлены в книге «Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра» под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой (2010). Данные о наблюдениях и постоянно обновляемых параметрах орбит АСЗ можно найти на сайте MPC (Minor Planet Center) ([http://www.minorplanetcenter.net/db\\_search](http://www.minorplanetcenter.net/db_search)).

Исследованию долговременной вероятностной орбитальной эволюции АСЗ посвящено не так много работ. Представление о методах статистического моделирования областей возможных начальных значений орбитальных параметров и их отображения во времени в задачах динамики астероидов можно получить в работах (Sitarski, 1998; Черницов и др., 1998; Sitarski, 1999; Milani et al, 2000b; Sitarski, 2006; Черницов и др., 2007; Заботин, Медведев, 2008 и др.).

Работ, посвященных исследованию резонансов АСЗ с большими планетами в настоящее время также немного. В качестве примера можно привести работы (Wiegert et al, 1998; Вykova, Galushina, 2001; Morais, Morbidelli, 2002; Morais, Morbidelli, 2005; Christou, Asher, 2011). Среди статей, содержащих более или менее полный перечень резонансных АСЗ, можно выделить работы (Алтынбаев, 2004; Быкова, Галушина, 2006; Галушина, 2011).

Исследованию детерминированного хаоса в орбитальном движении небесных тел и астероидов, в частности, посвящено большое количество работ. Для изучения детерминированного хаоса в орбитальном движении астероидов широко используются различные количественные характеристики и быстрые индикаторы. Для астероидов главного пояса вычисление ляпуновского времени выполнялось многими авторами, такие же оценки для АСЗ можно найти лишь в нескольких работах (Tancredi et al, 2001; Whipple, 1995; Wlodarczyk, 2001). Обзор работ можно найти во введении к диссертации.

Проведенный аналитический обзор позволяет сделать вывод об актуальности задачи выявления и исследования особенностей динамики АСЗ, способных значительным образом повлиять на динамику астероидов в будущем. Кроме того, в связи с постоянным пополнением класса АСЗ новыми астероидами и решение проблемы астероидной опасности всегда будет требовать проведения новых исследований и обновления результатов уже выполненных.

### **Цель и задачи работы**

Целью данной работы является исследование некоторых особенностей динамики астероидов, сближающихся с Землей, а именно, сближений АСЗ с большими планетами, в том числе с Землей и Юпитером, резонансных взаимодействий астероидов с планетами, проявлений хаотичности в движении астероидов.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были решены следующие задачи:

1. Разработаны алгоритм и программа для определения параметра хаотичности MEGNO в задачах динамики АСЗ для кластера ТГУ «СКИФ Cyberia». Проведен сравнительный анализ различных численных алгоритмов оценки времени предсказуемости движения АСЗ.

2. Проведен MEGNO–анализ динамики АСЗ, известных на апрель 2013 г.

3. Исследована долговременная орбитальная эволюция АСЗ, движущихся в окрестности резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей. Получены оценки хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO. Построены и исследованы вероятностные области их движений.

4. Исследована орбитальная эволюция АСЗ, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности резонансов низких порядков с ним. Получены оценки хаотичности орбит этих АСЗ с помощью параметра MEGNO.

5. Исследована динамика АСЗ, проходящих через сферу Хилла Земли, и получены оценки хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO.

### **Научная новизна работы**

1. Разработаны алгоритм и программа определения параметра хаотичности MEGNO в задачах динамики АСЗ как для персонального компьютера, так и для кластера ТГУ «СКИФ Cyberia». Проведен MEGNO–анализ динамики 9280 АСЗ, известных на апрель 2013 года.

2. Выполнен сравнительный анализ различных численных алгоритмов оценки времени предсказуемости движения АСЗ. Рассмотрено три алгоритма определения времени предсказуемости движения АСЗ: два алгоритма вычисления ляпуновского времени (метод теневой траектории и метод вариации параметра) и MEGNO–анализ.

3. Исследована орбитальная эволюция АСЗ, движущихся в окрестности резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей. Построены и исследованы вероятностные области их движений. Получены оценки хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO.

4. Исследована орбитальная эволюция АСЗ, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности резонансов низких порядков с ним. Получена оценка хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO.

5. Исследована динамика АСЗ, проходящих через сферу Хилла Земли. Получены оценки хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO.

Самостоятельно автором работы была разработана программа для определения параметра MEGNO и его усредненной величины в задачах динамики астероидов (Раздымахина, 2011). Проведен MEGNO–анализ динамики АСЗ, известных на апрель 2013 года (Летнер, 2013а; Летнер, 2013b).

Совместно с Быковой Л.Е. и Галушиной Т.Ю. выполнен сравнительный анализ различных алгоритмов оценки времени предсказуемости движения АСЗ, и выявлены преимущества исследования хаотической динамики астероидов с помощью параметра MEGNO (Быкова и др., 2011). Исследована динамика астероидов, сближающихся с Землей и Юпитером (Быкова и др., 2007а). Под руководством Быковой Л.Е. построены и исследованы в среде параллельных вычислений вероятностные области движений АСЗ, находящихся в окрестности резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей (Быкова, Раздымахина, 2011).

Совместно с Галушиной Т.Ю. исследована динамика АСЗ, проходящих через сферу Хилла Земли. Получены оценки хаотичности орбит АСЗ с помощью параметра MEGNO (Раздымахина, Галушина, 2012).

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Представленный в работе алгоритм определения параметра MEGNO и построенное на его основе программное обеспечение могут быть использованы для проведения MEGNO–анализа динамики не только АСЗ, но и астероидов Главного пояса. Исследована орбитальная эволюция АСЗ с различными особенностями в движении. Полученные результаты могут быть использованы для решения актуальных задач астероидной опасности.

### **Методология и методы исследования**

Основной методологией исследования являются законы динамики небесных тел. Исследование орбитальной эволюции АСЗ выполняется путем математического моделирования движения АСЗ по данным измерений, в основе которого лежит численное интегрирование дифференциальных уравнений движения АСЗ с помощью разработанного коллективом НИИ ПММ ТГУ программно-алгоритмического комплекса «ИДА», реализующего численную модель движения. Комплекс «ИДА» позволяет

прогнозировать движение астероида на заданный момент времени, строить вероятностную орбитальную эволюцию, проводить MEGNO–анализ динамики астероида, исследовать некоторые особенности его движения, такие как тесные сближения и орбитальные резонансы с планетами, Плутоном и Луной.

Численная методика исследования вероятностной орбитальной эволюции астероида включает следующие разделы:

- анализ имеющихся наблюдений каждого из исследуемых АСЗ и получение начальных параметров орбиты астероида и их вероятностных ошибок методом наименьших квадратов;
- построение доверительной области в виде эллипсоида в шестимерном пространстве начальных параметров орбиты астероида;
- построение эволюции ансамбля траекторий некоторого множества тестовых частиц, выбираемых в рамках начальной вероятностной области.

Методика исследования резонансных движений АСЗ включает в себя анализ поведения таких резонансных характеристик, как критический (резонансный) аргумент  $\beta$  (Murray, Dermott, 1999; Nesvorny et al., 2002), определяющий долготу соединения астероида и планеты, и его производная по времени  $\alpha$ , называемая резонансной «щелью» (Гребеников, Рябов, 1978).

Для исследования регулярности или хаотичности движения в окрестности границ резонансных областей нами используется параметр MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit) (Cinkotta et al, 2003).

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Программно-алгоритмическое обеспечение определения индикатора хаотичности MEGNO в задачах динамики астероидов удовлетворяет требованиям решаемой задачи.

2. Результаты сравнительного анализа различных алгоритмов оценивания хаотичности движения АСЗ (два алгоритма вычисления ляпуновского времени и MEGNO-анализ) показывают, что индикатор хаотичности MEGNO позволяет уверенно разделять регулярный и хаотический режимы движения астероидов на относительно небольших интервалах времени, в отличие от алгоритмов вычисления ляпуновского времени, которые дают тот же результат только на большом интервале времени, что трудно реализуемо для АСЗ.

3. Результаты MEGNO-анализа динамики всех АСЗ, известных на апрель 2013 года, проведенного на интервале времени около тысячи лет, показывают, что времена прогнозируемости движения этих астероидов очень коротки, что хорошо согласуется с результатами других авторов.

4. В окрестности орбитальных резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей обнаружено 16 АСЗ, движущихся в окрестности резонанса  $1/2$  с Землей, и 2 АСЗ, движущихся в окрестности резонанса  $1/3$  с Землей. Показано, что в окрестности границ резонансных

зон в движении астероидов проявляется хаотичность. Установлено, что только пять из выявленных астероидов захвачены в резонанс и движутся в устойчивой резонансной геометрической конфигурации «астероид – Земля», что защищает эти астероиды от тесных сближений с Землей.

5. Результаты исследования орбитальной эволюции АСЗ, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности орбитальных резонансов низких порядков с ним на интервале времени около тысячи лет показывают, что большая часть этих АСЗ (83 из 92) находится в окрестности резонансов, соответствующих люкам Кирквуда. Выявленные 92 АСЗ либо имеют большие амплитуды либраций, либо не захвачены в резонанс, либо ушли из области резонанса, а неустойчивая геометрическая конфигурация «астероид – Юпитер» для этих АСЗ приводит к сближениям с планетой. Хаотичность в движении этих астероидов появляется в окрестности границ, разделяющих резонансное и нерезонансное движения, а также при сближении астероидов с Юпитером

6. Исследование динамики АСЗ, проходящие через сферу Хилла Земли на интервале времени около двухсот лет показывает, что для большинства астероидов (310 из 490 АСЗ) хаотичность начинает проявляться после прохождения через сферу Хилла Земли. Результаты построения вероятностных областей движений астероидов 153201 2000 WO107 и 101955 1999RQ36 показывают, что тесные сближения этих АСЗ с Землей приводят к проявлению хаотичности в их движении и к значительному увеличению их вероятностных областей.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность полученных результатов подтверждается данными наблюдений АСЗ, представленных на сайте Центра Малых Планет MPC (Minor Planet Center) (<http://www.minorplanetcenter.net>). Все результаты получены путем высокоточного интегрирования уравнений движения астероидов с использованием суперкомпьютера «СКИФ Cyberia» Томского государственного университета (ТГУ) (<http://skif.tsu.ru/info/cyberia.htm>). Используемое в процессе исследований программное обеспечение протестировано на объектах с заведомо известными особенностями и характером движения. Кроме того, достоверность полученных результатов подтверждается сравнением некоторых из них с результатами других авторов (Tancredi et al, 2001; Whipple, 1995; Wlodarczyk, 2001).

По результатам исследований опубликовано 14 работ (Быкова и др., 2007а; Раздымахина, 2008; Быкова и др., 2010; Раздымахина, 2010; Быкова и др., 2011; Быкова, Раздымахина, 2011; Раздымахина, 2011; Галушина, Раздымахина, 2011а; Галушина, Раздымахина, 2011б; Раздымахина и др., 2011; Раздымахина, Галушина, 2012; Галушина, Раздымахина, 2013; Летнер, 2013а; Летнер, 2013б), 7 из них – в рецензируемых изданиях. Результаты исследований докладывались на 7 научных конференциях:

1. XXXVII Международная студенческая научная конференция «Физика Космоса», г. Екатеринбург, 28 января – 1 февраля, 2008 г.;
2. Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых «Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф», г. Томск, 18–20 октября 2010 г.;
3. XXXIX Международная студенческая научная конференция «Физика Космоса», г. Екатеринбург, 1 – 5 февраля, 2010 г.;
4. Околосемная астрономия. г. Красноярск, 5 – 10 сентября 2011 г.;
5. II Всероссийская Молодёжная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», г. Томск, 11–13 апреля 2012 г.;
6. XXXXII Международная студенческая научная конференция Екатеринбург, 28 января – 1 февраля 2013 г.;
7. Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2013, Санкт-Петербург, 23–27 сентября 2013 г.

Результаты, представленные в диссертации, включены в отчеты по проекту № 2.1.1/2629 «Развитие и применение основанных на параллельных вычислениях математических моделей сложных космических систем естественного и искусственного происхождения», выполняемого в рамках АБЦП «Развитие потенциала высшей школы»; в отчет по гос. контрактам № П1247 и № П882 в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»; в отчетах по грантам РФФИ 05-02-17043 и № 12-02-31255-мол\_а.

### **Основное содержание диссертационной работы**

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованных источников (124 наименования) и четырех приложений, содержит 45 рисунков и 17 таблиц. Общий объем работы составляет 127 страниц.

*Во введении* дано обоснование актуальности проблемы, сформулированы цель, новизна и практическая значимость исследований, представлены степень разработанности темы диссертации и методология исследования, приведены результаты, выносимые на защиту, список публикаций и апробация работы, описана структура диссертации.

*В первой главе* представлено описание методики исследования особенностей движения астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ). В главе рассматривается численная модель движения астероидов с учетом возмущающих факторов, оказывающих влияние на их движение.

Исследование орбитальной эволюции АСЗ выполнялось путем численного интегрирования дифференциальных уравнений их движения, записанных в прямоугольной гелиоцентрической системе координат, отнесенной к экватору или эклиптике стандартной эпохи J2000.0. В модель сил было включено влияние всех больших пла-

нет, Плутона и Луны, а также трех наиболее крупных астероидов (Цереры, Паллады и Весты). В зависимости от исследуемого объекта в модели сил учитывалось влияние сжатия Земли и/или светового давления. Координаты больших планет, Плутона и Луны на заданный момент времени определялись из фондов координат больших планет DE405, DE406 или DE408 (<http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.html>). Выбор фонда зависит от интервала интегрирования. Координаты Цереры, Паллады и Весты на начальный момент времени определяются численным интегрированием уравнений их движения с параметрами, взятыми из каталога Е. Боуэлла на эпоху 10.04.2007. В качестве численного метода интегрирования уравнений движения астероидов использовался метод Эверхарта (Everhart, 1985; Авдюшев, 2006).

Далее в первой главе дано описание интегратора Эверхарта (Everhart, 1985; Авдюшев, 2006), используемого для численного интегрирования дифференциальных уравнений движения АСЗ. Представлены: алгоритм определения вероятностной области движения астероида, методика исследования резонансных движений астероидов, а также алгоритмы определения таких характеристик хаотичности, как ляпуновское время и параметр MEGNO.

В качестве характеристики резонансного движения рассматривался резонансный (критический) аргумент (Murray, Dermott, 1999; Nesvorny et al, 2002)

$$\sigma_{k,k,l,l,m,m} = \sum_{j=1}^N k_j \lambda_j + k \lambda + \sum_{j=1}^N l_j \varpi_j + l \varpi + \sum_{j=1}^N m_j \Omega_j + m \Omega, \quad (1)$$

где  $k, l, m$  и  $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_N)$ ,  $\mathbf{l} = (l_1, \dots, l_N)$ ,  $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_N)$  – целые числа, для которых выполняются условия:  $k + l + m + \sum(k_j + l_j + m_j) = 0$ ,  $k \neq 0$  и  $\|\mathbf{k}\| \neq 0$  (т.е. резонансы имеют отношение к быстрым орбитальным частотам). Здесь  $\lambda, \lambda_j$  – средние долготы астероида и  $j$ -й планеты;  $\varpi, \varpi_j$  и  $\Omega, \Omega_j$  – долготы перицентра и долготы восходящего узла астероида и  $j$ -й планеты соответственно ( $j=1, \dots, N$ ).

Резонанс возникает, когда  $\dot{\sigma}_{k,k,l,l,m,m} = 0$ . Здесь  $\dot{\sigma}_{k,k,l,l,m,m}$  – производная по времени от  $\sigma_{k,k,l,l,m,m}$ , заданного уравнением (1). В случае астероидного движения вековые частоты  $\dot{\varpi}, \dot{\varpi}_j$ ,  $\dot{\Omega}, \dot{\Omega}_j$  малы по сравнению с орбитальными частотами  $\dot{\lambda}, \dot{\lambda}_j$ , поэтому выражение для  $\dot{\sigma}_{k,k,l,l,m,m}$  можно записать следующим образом:

$$\dot{\sigma} \approx \sum_{j=1}^N k_j \dot{\lambda}_j + k \dot{\lambda} = 0, \quad (2)$$

где  $\dot{\lambda}$  и  $\dot{\lambda}_j$  – средние движения астероида и планеты соответственно,  $k$  и  $k_j$  – целые числа.

В задачах динамики астероидов резонансный аргумент (1) и его производную по времени (2) обычно обозначают, как  $\beta$  и  $\alpha$  соответственно.

В представленной диссертационной работе анализ резонансных движений АСЗ выполнялся с помощью исследования поведения резонансного аргумента  $\beta$  и его производной по времени  $\alpha$  (Гребеников, Рябов, 1978).

Для оценки хаотичности орбит АСЗ, исследуемых в данной диссертационной работе, использовался параметр MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit – среднее экспоненциальное расхождение близких орбит), который представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа (LCN) и позволяет выявлять наличие хаотичности в движении исследуемых объектов.

Запишем уравнения движения объекта в виде

$$\frac{d}{dt} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{q}(t), \alpha), \quad (3)$$

где  $\mathbf{q} = \{\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}\}$ ;  $\alpha$  – вектор параметров модели сил.

Обозначим начальное малое отклонение вектора состояния  $\mathbf{q}$  через  $\delta(t_0) = \delta_0$ . Эволюция этого начального бесконечно малого отклонения между решением  $\mathbf{q}$  и очень близкой орбитой с точностью до бесконечно малых первого порядка можно описать вариационным уравнением следующего вида

$$\dot{\delta} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\delta(t), \quad \mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}(\mathbf{q}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  — матрица Якоби системы дифференциальных уравнений (3), вектор  $\delta$  содержит в себе вариации шести параметров решения  $\mathbf{q} = \{\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}\}$  уравнений (3),  $\delta = \{\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3, \delta \dot{x}_1, \delta \dot{x}_2, \delta \dot{x}_3\}$ . Тогда ляпуновское характеристическое число (LCN) в интегральной форме определится как

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{\dot{\delta}(s)}{\delta(s)} ds, \quad (5)$$

причем  $\delta = \|\delta\|$ ,  $\dot{\delta} = \dot{\delta} \times \delta / \delta$ .

Параметр MEGNO  $Y(t)$  имеет следующий вид

$$Y(t) = \frac{2}{t} \int_0^t \frac{\dot{\delta}(s)}{\delta(s)} s ds, \quad (6)$$

а его усредненная величина  $\bar{Y}(t)$  вычисляется как

$$\bar{Y}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t Y(s) ds. \quad (7)$$

Далее в работе приведены особенности реализации алгоритма определения параметра MEGNO и его усредненной величины в задачах численного моделирования (Valk et al, 2009).

*Вторая глава* диссертации посвящена описанию программного комплекса «ИДА», разработанного коллективом НИИ ПММ ТГУ для исследования динамики и вероятностной орбитальной эволюции астероидов (Быкова и др., 2012; Раздымахина, 2011). Программный комплекс «ИДА» включает в себя ряд программ, позволяющих решать задачи динамики астероидов различного рода, такие как улучшение орбиты астероида по данным позиционных наблюдений, построение и исследование вероятностных областей движения объектов и исследование различных особенностей в движении астероидов. Комплекс «ИДА» также включает в себя разработанную автором диссертации программу для определения параметра MEGNO и его усредненной величины в задачах динамики астероидов (Раздымахина, 2011). В основе программ, входящих в комплекс, лежат алгоритмы, описанные в первой главе диссертационной работы.

Далее во второй главе описаны особенности реализации в среде параллельного программирования алгоритмов исследования динамики астероидов. Используя кластер ТГУ «СКИФ Cyberia» для исследования больших совокупностей астероидов и построения вероятностных областей их движения, можно значительно сократить время расчетов и повысить точность проводимых исследований. Проведенное тестирование подтвердило корректность работы программного обеспечения.

*Третья глава* посвящена MEGNO-анализу динамики АСЗ.

В данной главе представлены результаты сравнительного анализа некоторых алгоритмов определения времени предсказуемости движения АСЗ, а также даны оценки этих временен, полученные с помощью индикатора хаотичности MEGNO.

Нами было проведено сравнение различных численных алгоритмов оценивания хаотичности орбит АСЗ с целью выявления наиболее точного метода определения характеристик хаотического движения. В качестве параметра, на основе которого проводилась оценка, использовалось ляпуновское характеристическое число (LCN), определяющее среднюю скорость расхождения первоначально близких траекторий.

Было рассмотрено три алгоритма определения времени предсказуемости движения АСЗ: два алгоритма вычисления ляпуновского времени (метод теневой траектории и метод вариации параметра) и MEGNO-анализ. Представленные алгоритмы были применены для оценки времени предсказуемости движения АСЗ с различным характером движения. Рассмотрена орбитальная эволюция АСЗ 4179 Toutatis, 2608 Seneca и 887 Alinda, движущихся в окрестности резонанса 3/1 с Юпитером, 3753 Cruithne, движущегося в окрестности резонанса 1/1 с Землей, астероидов 99942 Aopphis и 153814 2001 WN5, проходящих через сферу тяготения Земли, а также астероида 10 Hygiea, принадлежащего Главному поясу астероидов.

Показано, что индикатор хаотичности MEGNO позволяет уверенно разделять регулярный и хаотический режимы движения астероидов на относительно небольших интервалах времени.

Далее в третьей главе приведены результаты MEGNO-анализа движения всех АСЗ, известных на апрель 2013 года (9280 АСЗ). Исследования выполнялись на интервале времени около тысячи лет (таблица 1).

Оказалось, что движение лишь 29% от общего числа АСЗ регулярно на рассматриваемом интервале времени, движение 55% АСЗ регулярно на интервале времени, не превышающем 500 лет, для 15.8% АСЗ хаотичность начинает проявляться на интервале времени (2500; 3000) гг., а в движении 18 АСЗ (0.2%) признаки хаотичности проявляются уже на интервале порядка 10 лет.

Таблица 1 — Интервалы предсказуемости  $\Delta T_{пр}$  движения всех АСЗ, известных на 08.04.2013

Число АСЗ	Интервал предсказуемости $\Delta T_{пр}$ в годах
2723 (29,3%)	$\Delta T_{пр} > 1000$
18 (0,2%)	$\Delta T_{пр} < 10$
2274 (24,5%)	$10 < \Delta T_{пр} \leq 150$
2795 (30,2%)	$150 < \Delta T_{пр} \leq 500$
1470 (15,8%)	$500 < \Delta T_{пр} \leq 990$

Далее в третьей главе представлены результаты сравнения полученных оценок времени предсказуемости движения АСЗ с результатами таких авторов, как Tancredi G, Whipple A., Wlodarczyk I. (Tancredi et al, 2001; Whipple, 1995; Wlodarczyk, 2001). В работах этих авторов показано, что времена предсказуемости очень короткие, и их нижняя граница составляет около 10 лет, что хорошо согласуется с полученными нами результатами. Оценки верхних границ у разных авторов заметно отличаются. Расхождение верхних границ этих оценок объясняется многими факторами, например, использованием различных моделей сил, фондов координат больших планет, интервалом времени проводимого исследования, использованием методов интегрирования разных порядков, количеством и видом орбит исследуемых объектов.

В четвертой главе представлены результаты анализа орбитальной эволюции АСЗ, движущихся в окрестности резонансов 1/2 и 1/3 с Землей.

Выявлены все АСЗ, движущиеся в окрестности этих резонансов с Землей. Анализ полученных результатов показал, что в окрестности резонанса 1/2 с Землей движутся 16 астероидов, а в окрестности резонанса 1/3 с Землей — всего два объекта (таблица 2). Далее было проведено исследование номинальных орбит АСЗ. Длина интервала прогнозирования определялась сохранением приемлемой точности интегрирования и границами интервала, охваченного фондом координат больших планет DE406. Максимальный интервал времени интегрирования составил 6000 лет.

Исследование номинальных орбит АСЗ показало, что среди выявленных АСЗ 8 объектов не имеют сближений с Землей на интервале времени 6000 лет (162038 1996 DH, 2004 DD, 330659 2008 GG2, 2008 BS2, 2012 GG1, 256004 2006 UP, 2011 JZ10, 2012 EU14), причем 2 из них движутся в окрестности резонанса 1/3 с Зем-

лей (2011 JZ10 и 2012 EU14). В будущем сближений с Землей не имеют 10 АСЗ, в том числе астероиды 2011 JZ10 и 2012 EU14.

Далее были получены оценки хаотичности орбит астероидов с помощью параметра MEGNO. Оказалось, что на интервале времени около 1000 лет движение десяти из 18 АСЗ регулярно.

Таблица 2 — АСЗ, движущиеся в окрестности резонансов 1/2 и 1/3 с Землей

Название АСЗ	$k_2/k_1$	$\alpha$ , "/сут	Название АСЗ	$k_2/k_1$	$\alpha$ , "/сут
162038 1996 DH	1/2	(-11, 11)	2008 CB6	1/2	(-50,35)
87311 2000 QJ1	1/2	(-20, 21)	2008 FH	1/2	(-24, 27)
2003 YT70	1/2	(-33, 36)	330659 2008 GG2	1/2	(-21,21)
2004 DD	1/2	(-13, 13)	2009 WN6	1/2	(-56, 27)
2005 US6	1/2	(-35, 39)	2010 RV11	1/2	(-33, 33)
2006 TD	1/2	(-27, 27)	2010 RQ30	1/2	(-21, 21)
256004 2006 UP	1/2	(-29,27)	2012 GG1	1/2	(-25, 25)
2007 FS3	1/2	(-35,46)	2011 JZ10	1/3	(-16, 24)
2008 BS2	1/2	(-17, 17)	2012 EU14	1/3	(-21, 18)

Интересная картина наблюдается для астероида 2008 BS2. Он движется в устойчивом резонансе 1/2 с Землей и не имеет сближений, как с Землей, так и с другими большими планетами. В то же время в движении этого астероида проявляется хаотичность, о чем свидетельствует рост параметра MEGNO. Этот астероид движется не только в резонансе 1/2 с Землей, но и в окрестности резонансной зоны 4/13 с Венерой, что приводит к проявлению хаотичности в его движении (рисунок 1).

2008 BS2

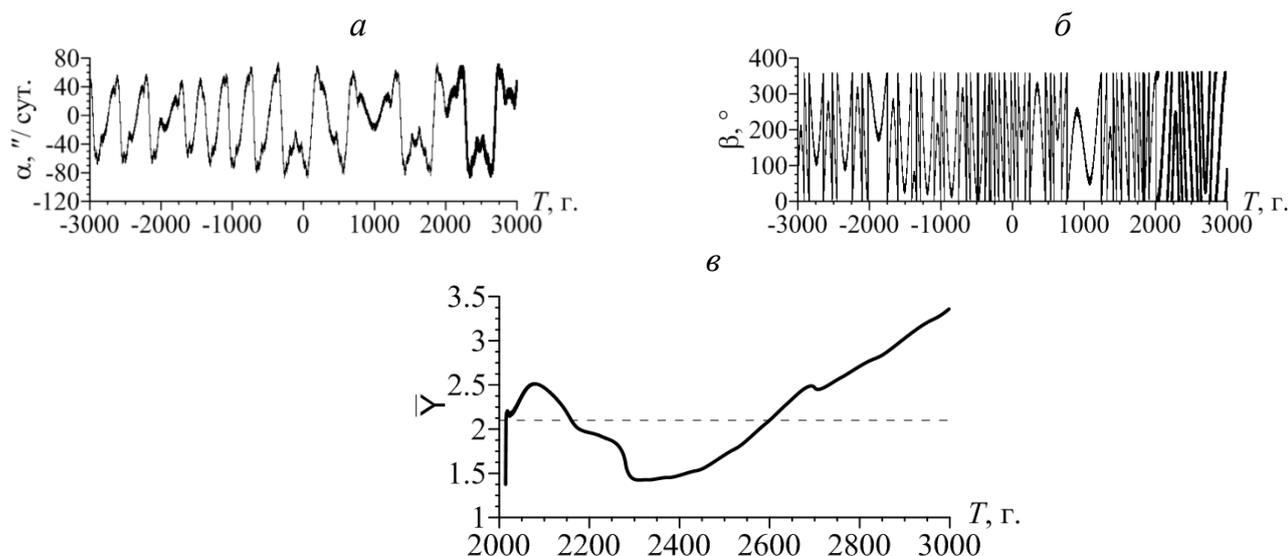


Рисунок 1 — АСЗ 2008 BS2, находящиеся в резонансе 1/2 с Землей и движущийся в окрестности резонанса 4/13 с Венерой. На графиках (а) показана эволюция резонансной щели  $\alpha$ ; (б) — эволюция критического аргумента  $\beta$ ; (в) — эволюция усредненного параметра MEGNO

Далее в четвертой главе представлены результаты построения и анализа вероятностных областей движения астероидов. При построении вероятностных областей движения исследуемых АСЗ использовалось 1000 тестовых частиц, покрывающих начальную вероятностную область объекта.

Анализ результатов построения вероятностных областей движения АСЗ показал, что все астероиды, движущиеся в окрестности резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей, можно условно разделить на три группы (таблица 3).

К группе I отнесены 5 астероидов, которые захвачены в резонанс и движутся в устойчивой резонансной геометрической конфигурации «астероид – Земля» (Murray, Dermott, 1999). Вследствие устойчивой резонансной геометрической конфигурации «астероид – Земля» эти АСЗ не имеют тесных сближений с Землей.

Таблица 3 — Классификация АСЗ, движущихся в окрестности резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей

Группы АСЗ		
I	II	III
162038 1996 DH	87311 2000 QJ1	2003 YT70
2004 DD	2006 TD	2005 US6
2008 BS2	256004 2006 UP	2007 FS3
330659 2008 GG2	2010 RQ30	2008 CB6
2012 GG1		2008 FH
		2009 WN6
		2010 RV11
		2011 JZ10
		2012 EU14

Четыре АСЗ (87311 2000 QJ1, 2006 TD, 256004 2006 UP, 2010 RQ30) движутся в окрестности резонанса  $1/2$  с Землей в неустойчивой геометрической конфигурации «астероид – Земля», что может приводить к тесным сближениям с Землей. Остальные 9 АСЗ, включая астероиды 2011 JZ10 и 2012 EU14, движущиеся в окрестности резонанса  $1/3$  с Землей, имеют плохо определенные орбиты в связи с тем, что они наблюдались на короткой дуге и (или) имеют небольшое число наблюдений. Поэтому сделать более точные выводы о захвате в резонанс этих объектов можно будет только после появления наблюдений на более длительном интервале времени.

В процессе исследования динамики АСЗ была проведена оценка эффективности прогнозирования движения больших комплексов реальных и виртуальных астероидов на кластере «СКИФ Cyberia» ТГУ. Показано, что использование кластера ТГУ для решения задачи долгосрочного прогнозирования движения астероидов позволяет улучшить точность интегрирования на несколько порядков в сравнении с ПК при увеличении быстродействия в несколько раз.

В *пятой главе* диссертационной работы представлены результаты исследования динамики АСЗ, сближающихся с Юпитером. Данное исследование включает в себя анализ динамики тех АСЗ, которые не только сближаются с Юпитером, но и движутся в окрестности резонансов низких порядков с ним (Быкова и др., 2007а).

Для 9280 АСЗ, известных на эпоху 18.04.2013, была построена орбитальная эволюция на интервале времени около тысячи лет. В результате было выявлено 92 АСЗ, сближающихся с Юпитером в пределах 1 а.е., и движущихся в окрестности орбитальных резонансов с Юпитером. Эволюция резонансных характеристик рассматриваемых АСЗ показывает, что они имеют большие или предельно большие амплитуды либраций около значения точной соизмеримости. Примеры таких астероидов для резонансов 3/1 (2007 NC5) и 5/2 (2002 CX58) приведены на рисунке 2.

Все 92 АСЗ либо имеют большие амплитуды либраций, либо не захвачены в резонанс, либо ушли из области резонанса. Вследствие этого геометрическая конфигурация «астероид – Юпитер» для АСЗ не устойчива, что приводит к сближениям с планетой.

Далее в пятой главе представлены результаты MEGNO-анализа динамики этих АСЗ. Показано, что 42 АСЗ из 92 астероидов имеют регулярное движение до 3000 года, а у орбит остальных астероидов (50 АСЗ) на рассматриваемом интервале времени начинает проявляться хаотичность, о чем свидетельствует линейный рост усредненного параметра MEGNO (рисунок 3).

Исследуемые АСЗ движутся в окрестности границ орбитальных резонансов с Юпитером, т.е. в окрестности границ, разделяющих резонансное и нерезонансное движения, что приводит к проявлению хаотичности в их движении.

В *шестой главе* диссертации представлены результаты исследования движения астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли на интервале времени порядка двухсот лет и даны оценки хаотичности их орбит (Раздымахина, Галушина, 2012). Поскольку радиус сферы Хилла Земли составляет примерно 0.01 а.е., объекты, попадающие в эту область, испытывают тесные сближения с Землей и могут представлять реальную угрозу для Земли в ближайшем будущем. Поэтому очень важно вовремя выявлять такого рода объекты и исследовать эволюцию их орбит.

Среди всех АСЗ, известных на апрель 2013 года, выявлено 490 астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли на интервале времени (2011; 2200) гг.

Среди выявленных 490 АСЗ большая часть астероидов проходят через сферу Хилла единожды (367 АСЗ), некоторые объекты проходят дважды через нее (87 АСЗ). Трижды проходят через сферу Хилла Земли 30 АСЗ. Довольно редко можно обнаружить объекты, многократно сближающиеся с планетой на сравнительно коротком интервале времени. Данное исследование проводилось на интервале времени 187 лет, и за этот промежуток времени всего 6 АСЗ прошли 4 раза на расстоянии от центра Земли, меньшем 0.01 а.е. (2002 GQ, 2007 XB23, 2009 WW7, 2012 DR32, 2012 HG2, 2008 KT).

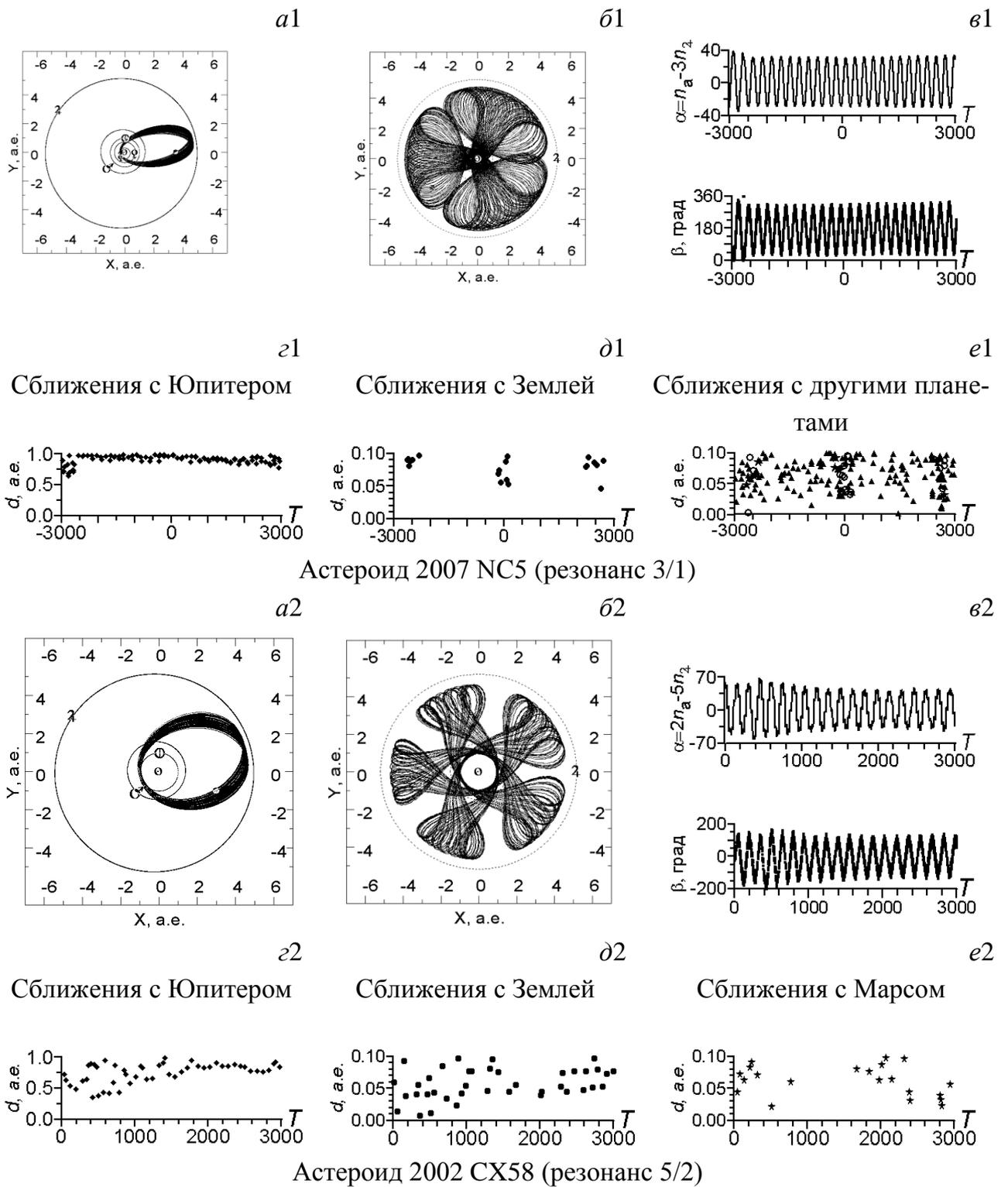


Рисунок 2 — Примеры АСЗ, захваченных в резонанс, но имеющих большую амплитуду либраций и сближения с Юпитером. На графиках (*a1*, *a2*, *b1*, *b2*) показаны проекции орбит астероидов на плоскость эклиптики в гелиоцентрической системе координат: неподвижной (*a1*, *a2*) и вращающейся с орбитальной угловой скоростью Юпитера (*b1*, *b2*); на графиках (*e1*, *e2*) – эволюция резонансной щели  $\alpha$  и критического аргумента  $\beta$ ; на графиках (*z1*, *z2*) показаны сближения с Юпитером ( $\blacklozenge$ ), (*d1*, *d2*) – сближения с Землей ( $\bullet$ ), (*e1*, *e2*) – сближения с планетами земной группы: Марсом ( $*$ ), Венерой ( $\circ$ ), Меркурием ( $\blacktriangle$ ). Здесь  $T$  – время в годах,  $\alpha$  – в ( $''/\text{сут}$ ),  $d$  – расстояние от астероида до соответствующей планеты

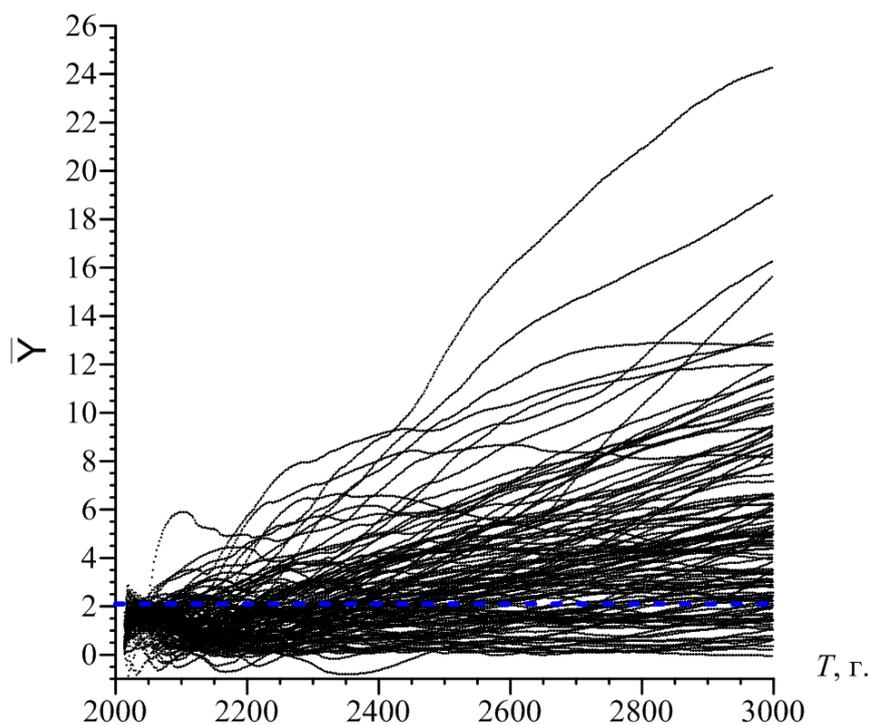


Рисунок 3 — Эволюция усредненного параметра MEGNO на интервале времени около 1000 лет для АСЗ, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности орбитальных резонансов низких порядков с ним. Синей пунктирной линией отмечено пороговое значение усредненного параметра MEGNO, равное двум

Далее в шестой главе представлены результаты MEGNO-анализа динамики АСЗ (рисунок 4).

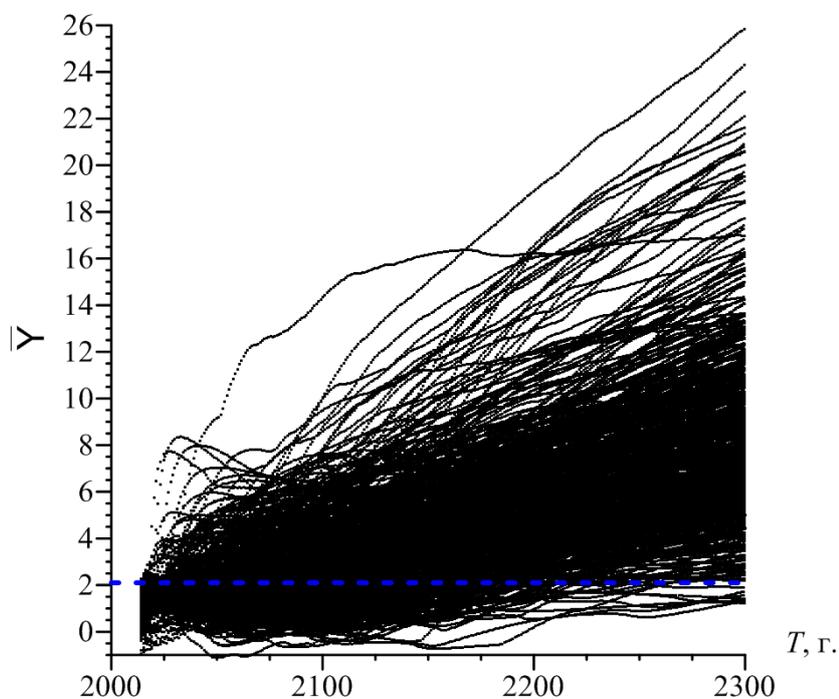


Рисунок 4 — Эволюция усредненного параметра MEGNO на интервале времени 287 лет для АСЗ, проходящих через сферу Хилла Земли до 2200 года. Синей пунктирной линией отмечено пороговое значение усредненного параметра MEGNO, равное двум

Показано, что для большинства астероидов (310 AC3) хаотичность начинает проявляться после прохождения через сферу Хилла Земли. Для 163 AC3 в момент прохождения через сферу Хилла Земли движение уже не регулярно, так как до этого момента времени астероиды уже испытали многочисленные сближения с большими планетами, в том числе с Землей.

Движение 17 AC3 регулярно на рассматриваемом интервале времени. Эти объекты проходят через сферу Хилла Земли в конце интервала интегрирования, и в их движении не успевают проявиться хаотичность.

На рисунке 5 представлены графики сближений астероидов с большими планетами и эволюция усредненного параметра MEGNO для объектов описанных выше групп. Из рисунка 5 видно, что под влиянием тесных сближений с Землей усредненный параметр MEGNO изменяет свое поведение и начинает со временем расти, причем скорость его роста зависит от того, насколько тесным было сближение. Таким образом, показано, что сближения с Землей порядка 0.01 а.е. и многократные сближения с большими планетами порядка 0.1 а.е. способны привести к проявлению хаотичности в движении AC3.

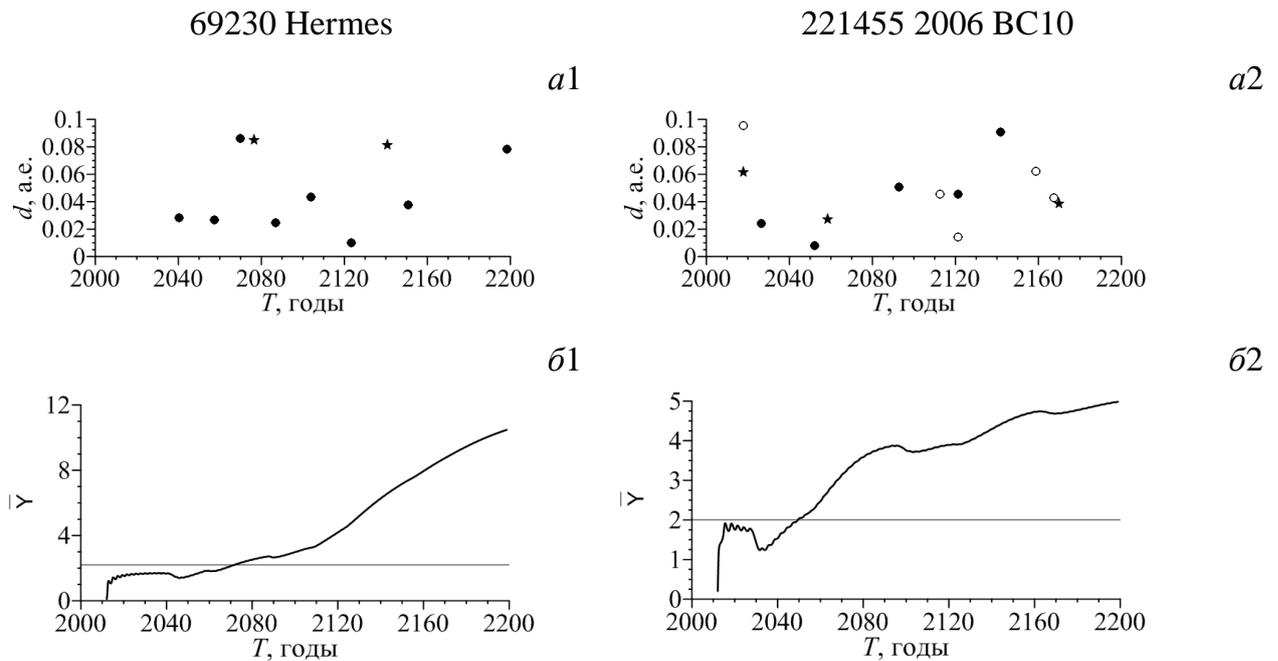


Рисунок 5 — Сближения с Венерой («○»), Землей («●») и Марсом («\*») (a1, a2), эволюция параметра MEGNO (b1, b2) для астероидов 69230 Hermes, 221455 2006 BC10;  $d$  – расстояние до центра планеты

Далее в шестой главе представлены результаты построения вероятностных областей движения астероидов 153201 2000 WO107, 101955 1999 RQ36, дважды проходящих через сферу Хилла Земли. Уравнения движения исследуемых астероидов и 100000 тестовых частиц интегрировались численно методом Эверхарта на интервале времени (2013; 2300) с использованием кластера «СКИФ Cyberia».

Показано, что тесные сближения этих AC3 с Землей приводят к значительным изменениям их орбит и орбит тестовых частиц из начальных вероятностных областей.

В то же время эволюция усредненного параметра MEGNO для номинальных орбит АСЗ указывает на проявление хаотичности в движении этих астероидов с момента тесного сближения и, соответственно, значительному увеличению их вероятностных областей.

*В заключении* перечислены основные результаты работы:

1. Разработан алгоритм определения индикатора хаотичности MEGNO для астероидов. Создано и протестировано программное обеспечение, предназначенное для проведения MEGNO-анализа динамики астероидов.

2. Проведен сравнительный анализ различных алгоритмов оценивания хаотичности движения АСЗ. Рассмотрено три алгоритма определения времени предсказуемости движения АСЗ: два алгоритма вычисления ляпуновского времени (метод теневой траектории и метод вариации параметра) и MEGNO-анализ. Показано, что индикатор хаотичности MEGNO позволяет уверенно разделять регулярный и хаотический режимы движения астероидов на относительно небольших интервалах времени и определять характер их орбит. Использование алгоритмов вычисления ляпуновского времени позволяет уверенно определить переход к хаотическому движению только на больших интервалах времени, что трудно реализуемо для АСЗ.

3. На интервале времени (2013; 3000) гг. проведен MEGNO-анализ динамики всех АСЗ, известных на апрель 2013 года. Результаты исследований показали, что времена прогнозируемости движения этих астероидов очень короткие, что хорошо согласуется с результатами других авторов. Показано, что движение лишь 29% от общего числа АСЗ регулярно на рассматриваемом интервале времени, движение 55% АСЗ регулярно на интервале времени, не превышающем 500 лет, для 15.8% АСЗ хаотичность начинает проявляться на интервале времени (2500; 3000) гг., а в движении 18 АСЗ (0.2%) признаки хаотичности проявляются уже на интервале порядка 10 лет.

4. Исследована динамика АСЗ, движущихся в окрестности орбитальных резонансов  $1/2$  и  $1/3$  с Землей. В процессе исследования обнаружено 16 АСЗ, движущихся в окрестности резонанса  $1/2$  с Землей, и 2 АСЗ, движущихся в окрестности резонанса  $1/3$  с Землей. Построены и проанализированы вероятностные области их движения. Проведен MEGNO-анализ номинальных орбит АСЗ и показано, что в окрестности границ резонансных зон в движении астероидов проявляется хаотичность. Анализ вероятностных областей движения АСЗ показал, что только пять астероидов: 62038 1996 DH, 2004 DD, 2008 BS2, 2008 GG2 и 2012 GG1 захвачены в резонанс и движутся в устойчивой резонансной геометрической конфигурации «астероид – Земля». Эти АСЗ не имеют тесных сближений с Землей. Орбитальная эволюция астероида 2008 BS2 показала, что этот АСЗ движется не только в резонансе  $1/2$  с Землей, но и в окрестности резонансной зоны  $4/13$  с Венерой, что приводит к проявлению хаотичности в его движении.

5. Выявлены все АСЗ, сближающиеся с Юпитером и движущиеся в окрестности орбитальных резонансов низких порядков (до 10 порядка включительно)

с ним на интервале времени около тысячи лет, и исследована их орбитальная эволюция. Таких объектов оказалось 92, причем 83 из них находится в окрестности резонансов  $2/1$ ,  $3/1$ ,  $5/2$  и  $7/3$ , которые соответствуют люкам Кирквуда. Все 92 АСЗ либо имеют большие амплитуды либраций, либо не захвачены в резонанс, либо ушли из области резонанса. Неустойчивая геометрическая конфигурация «астероид – Юпитер» приводит к сближениям с планетой. Проведен MEGNO-анализ динамики этих АСЗ. Показано, что 42 АСЗ из 92 астероидов имеют регулярное движение до 3000 года, а у орбит остальных астероидов (50 АСЗ) на рассматриваемом интервале времени начинает проявляться хаотичность. Движение астероидов в окрестности границ, разделяющих резонансное и не резонансное движения, а также сближения астероидов с Юпитером приводят к проявлению хаотичности в их движении.

б. Выявлены все АСЗ, проходящие через сферу Хилла Земли на интервале времени (2013; 2200) гг. Таковых оказалось 490. Для того чтобы определить, с какого момента времени движение астероидов становится хаотичным, проведен MEGNO-анализ динамики АСЗ. Показано, что для большинства астероидов (310 АСЗ) хаотичность начинает проявляться после прохождения через сферу Хилла Земли. Для 163 АСЗ в момент прохождения через сферу Хилла Земли движение уже не регулярно, так как до этого момента времени астероиды уже испытали многочисленные сближения с большими планетами, в том числе с Землей. Движение 17 АСЗ регулярно на рассматриваемом интервале времени. Эти объекты проходят через сферу Хилла Земли в конце интервала интегрирования, и в их движении не успевают проявиться хаотичность. Для двух астероидов (153201 2000 WO107, 101955 1999RQ36) построены вероятностные области их движений. Показано, что тесные сближения этих АСЗ с Землей приводят к значительным изменениям их орбит и орбит тестовых частиц из начальных вероятностных областей. В то же время эволюция усредненного параметра MEGNO для номинальных орбит АСЗ указывает на проявление хаотичности в движении этих астероидов с момента тесного сближения и, соответственно, значительному увеличению их вероятностных областей.

### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы**

Что касается рекомендаций и перспектив дальнейшей разработки темы, то созданное методическое и программно-математическое обеспечение может быть применено при исследовании динамики любых других групп астероидов, а также при открытии новых АСЗ и при появлении новых наблюдений АСЗ. Последнее особенно актуально для АСЗ, орбиты которых на данный момент плохо определены.

### **Список опубликованных работ по теме диссертации**

1. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Раздымакина О.Н. Астероиды, сближающиеся с Землей и Юпитером // Изв. Вузов. Физика. – 2007. – Т. 50, №12/2. С. 66 – 76.

2. Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Раздымахина О.Н. Сравнительный анализ численных методов оценивания времени предсказуемости движения АСЗ // Изв. Вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 22-30.
3. Быкова Л.Е., Ниганова Е.Н. Раздымахина О.Н. Резонансы и тесные сближения астероидов с Землей // «Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф» (Материалы Всерос. конф., Томск, 18 - 20 октября 2010 г.). Томск: Изд-во Том. ГУ, 2010. С. 32.
4. Быкова Л.Е., Раздымахина О.Н. Построение в среде параллельных вычислений областей возможных движений АСЗ, находящихся в окрестности резонанса 1/2 с Землей // Изв. Вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 127-134.
5. Галушина Т.Ю., Раздымахина О.Н. К вопросу о хаотичности движения астероидов, сближающихся с Землей // Физика космоса: Труды 42-й международной студенческой научной конференции, 28 янв. – 1 февр. 2013 г. – Екатеринбург 2013: Изд-во Урал. Ун-та, 2013. С. 19-33.
6. Галушина Т.Ю., Раздымахина О.Н. О предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу тяготения Земли // Тезисы докладов на международной конференции «Околоземная астрономия-2011», СибГАУ, Красноярск, 5-10 сентября 2011а г. С. 55-56.
7. Галушина Т.Ю., Раздымахина О.Н. О предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу тяготения Земли // Вестник СибГАУ, Красноярск. 2011б. Т. 6(39).С. 9-14.
8. Летнер О.Н. Оценка времени предсказуемости движения астероидов, сближающихся с Землей // Изв. Вузов. Физика. 2013а. Т. 56. № 6/3. С. 226 – 228.
9. Летнер О.Н. MEGNO-анализ динамики астероидов, сближающихся с Землей // Тезисы докладов на Всероссийской астрономической конференции «Многоликая Вселенная» (ВАК-2013). Санкт-Петербург, 23–27 сентября 2013б г. С. 166.
10. Раздымахина О.Н. Алгоритмическое и программное обеспечение для определения параметра хаотичности MEGNO в задачах динамики астероидов // Изв. Вузов. Физика. 2011. № 6/2. С. 31-38.
11. Раздымахина О.Н. Астероиды сближающиеся с Землей и Юпитером // Физика космоса: Тр. 37 Международ. студ. научн. конф., 28 янв. - 1 февр.. - Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2008. - С. 239.
12. Раздымахина О.Н. Области возможных движений АСЗ в окрестности резонанса 1/2 с Землей // Физика космоса: Тр. 39 Междунар. студ. науч. конф., Екатеринбург, 1 - 5 февр. 2010 г. Екатеринбург: изд - во Урал. ун - та, 2010. С. 227.
13. Раздымахина О.Н., Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю. Сравнение различных способов определения времени предсказуемости движения астероидов, сближающихся с Землей // Тезисы докладов на международной конференции «Околоземная астрономия – 2011», СибГАУ, Красноярск, 5-10 сентября 2011 г. С. 94-95.
14. Раздымахина О.Н., Галушина Т.Ю. О предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу Хилла Земли // Вестник ТГУ. Математика и механика. Томск. 2012. Т. 19. №3. С. 78–86.