

На правах рукописи

Кривоконь Дмитрий Сергеевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
СИСТЕМ ОЦЕНКИ ПОЛОЖЕНИЯ  
ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
РАНДОМИЗИРОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ  
СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

Специальность 05.13.11 —

«Математическое и программное обеспечение вычислительных  
машин, комплексов и компьютерных сетей»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2016

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете на кафедре системного программирования математико-механического факультета

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
**ГРАНИЧИН Олег Николаевич**

Официальные оппоненты: **ЩЕРБАКОВ Павел Сергеевич**,  
доктор физико-математических наук,  
федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, лаборатория № 7 Адаптивных и робастных систем им. Я.З. Цыпкина, главный научный сотрудник,

**ТАЛАГАЕВ Юрий Викторович**,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Балашовский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», доцент

Ведущая организация: Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Защита состоится “\_\_” \_\_\_\_\_ 2016 г. в \_\_ часов на заседании диссертационного совета 212.232.51 на базе Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан “\_\_” \_\_\_\_\_ 2016 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета

212.232.51, д.ф.-м.н, профессор

Демьянович Ю. К.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Задача оценки положения движущихся и статичных объектов возникает во множестве прикладных областей. Сейчас становится популярной разработка устройств и интеллектуальных систем, отслеживающих в реальном времени положения объектов окружающего мира и использующих эту информацию для разнообразных целей. Это могут быть автомобили с встроенными системами помощи водителю, разнообразные роботы, основывающие свое движения на построении карты окружения и препятствий, а также пользовательские устройства по типу очков, в которых в реальное изображение, получаемое с видеокамеры, встраивается дополнительная информация, так или иначе полезная человеку. Устройства, используемые для решения такого рода задач, становятся дешевле и компактней, что позволяет создавать системы, пригодные для широкого круга пользователей, как ценой, так и простотой использования.

**Степень разработанности темы исследования.** В настоящее время для решения задачи оценки положения объекта существует множество различных способов, отличающихся как используемым в них оборудованием, так и программными компонентами (см., например, работы Р. Клейна и Д. Маррея, Р. Ньюкомба, С. Кохльбрехера). Можно выделить некоторые популярные решения. К примеру, в системах на основе светового обнаружения и определения дальности (лидар) используется подход с активным наблюдением. Такие системы состоят из излучателя, который испускает направленный луч света на наблюдаемые объекты, и приемника, регистрирующего отраженные лучи. Вычисление расстояния в таких системах может происходить на основе известного времени отклика или же на основе разницы фаз посылаемого и принимаемого сигналов. В целом, системы, основанные на таком оборудовании, достаточно дорогостоящие и применяются в узком классе задач.

Более доступным решением задачи оценки положения являются подходы, основанные на использовании видео- и фото- камер. Популярно использование одновременно нескольких камер, за счет синхронизации и взаимной калибровки которых, можно оценивать положения объектов при помощи методов триангуляции, которые в своей сути являются методами поиска пересечений лучей в трехмерном пространстве (работы Б. Лукаса, Т. Ка-

наде). Также существуют системы использующие лишь одну камеру. Сюда в первую очередь следуют отнести приложения, в которых не требуется оценка положения движущихся объектов. В таких условиях для реконструкции наблюдаемого окружения достаточно одной камеры, которая находится в движении (работы Р. Хартли, О. Д. Фаурегаса, Ф. Лустмана, Д. Г. Арсеньева, В. М. Иванова, Н. А. Берковского). Кроме систем работающих со статичным окружением существуют системы, предназначенные для оценки положения движущихся объектов, также использующие одну камеру (работы П. Штурма, М. Хана, Т. Канаде). Для их успешной работы необходимо чтобы были выполнены некоторые существенные ограничения на возможное движения объекта (например, движение в плоскости).

Так или иначе методы, основанные на использовании одной камеры сейчас достаточно ограничены в своих приложениях к задаче оценке положения именно движущихся объектов. При этом простота таких систем избавляет их от ряда проблем, присущих другим подходам. Понятно, что методы, решающие задачу оценки положения движущегося объекта на основе изображения, получаемого с одной камеры, найдут множество приложений на практике.

**Объектом исследования** являются модели, методы, алгоритмы и программные средства, предназначенные для оценки положения движущихся объектов на основе визуальной информации. **Предметом исследования** является разработка, реализация и обоснование алгоритмов решения задачи оценки положения движущихся объектов при помощи одной камеры.

Задача оценки положения с использованием видеокамеры является типичной задачей наблюдения. В ней наблюдающим объектом является камера, с которой с некоторой фиксированной частотой получают кадры, содержащие изображения объектов окружающего мира. На основе этих изображений требуется оценка реального положения наблюдаемых объектов. Наблюдения чаще всего зашумлены, при этом часто про характер этих помех практически ничего не известно. Математически такого рода задачи можно представить в виде задач оптимизации, где в качестве оптимизируемой функции выступает значение невязки зашумленных измерений и текущего предсказания наблюдений на основе оценки параметров модели. В области оптимизации для такого рода задач были разработаны методы стохастической аппроксимации, пред-

ставленные в работах Робинса–Монро и Кифера–Вольфовица. Позднее в работах О. Н. Граничина, А. Б. Цыбакова, Б. Т. Поляка, Дж. Спалла был представлен класс рандомизированных (поисковых) алгоритмов стохастической аппроксимации (РАСА), позволяющих решать задачи оценивания и идентификации при “почти произвольных помехах” (например, при неизвестных, но ограниченных детерминированных помехах). В современных исследованиях Н. О. Амелиной, В. С. Боркара, А. Т. Вахитова, О. Н. Граничина, Л. С. Гуревича, Х. Д. Кушнера, А. Л. Фрадкова, М. Хуанга представлены подходы к отслеживанию минимума нестационарного функционала, которые естественным образом вписываются в задачу наблюдения за движущимся объектом.

Как уже упоминалось ранее использование лишь одной камеры сильно упрощает систему наблюдения, тем самым облегчая ее поддержку и распространение. Недостаток методов, позволяющих в таких условиях оценивать положения движущихся объектов без наложения на их движение существенных ограничений, заметно ограничивает область применимости такого рода подходов. Все это актуализирует разработку новых методов оценивания положения движущегося объекта с использованием одной камеры.

**Целью** данной работы является разработка математического и программного обеспечения для решения задачи оценки положения движущегося объекта без существенных ограничений на характер его движения на основе изображений, получаемых с одной видеокамеры.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследование возможности применения рандомизированных методов оптимизации и идентификации в задаче оценки положения движущегося объекта.
2. Разработка и обоснование алгоритмов, позволяющих оценивать положение движущегося объекта без существенных ограничений на характер его движения.
3. Разработка программного комплекса, оценивающего положение движущегося объекта на основе изображений, получаемого с одной видеокамеры.

**Методология и методы исследования.** Методология работы основана на методах индукции и дедукции, обобщения, математического моде-

лирования, анализа и синтеза теоретического и практического материала. В диссертации применяются методы теории оценивания и оптимизации, теории вероятностей и математической статистики, имитационного моделирования, системного программирования и компьютерного зрения.

**Степень достоверности.** Достоверность результатов базируется на доказанной состоятельности оценок, производимых предлагаемыми в диссертации алгоритмами, которая также подтверждается результатами имитационного моделирования и полевого эксперимента.

**Научная новизна** диссертации заключается в том, что разработанные алгоритмы оценки положения объекта на основе изображений, получаемых с одной камеры, предложены впервые. Использование рандомизации положения камеры позволяет построить алгоритмы оценивания положения объекта, которые успешно работают в условиях практически произвольного его движения, в то время как существующие методы сильно ограничены в своей применимости и могут работать лишь в узких случаях, например, таких, как движение объекта в плоскости или с постоянной скоростью. Кроме того предлагаемые алгоритмы способны производить состоятельные оценки при почти произвольных помехах в координатах проекций наблюдаемого объекта, что также отличает их от существующих решений, рассматривающих по большей части лишь случай случайных центрированных помех. В диссертации сформулированы два теоретических утверждения, демонстрирующих состоятельность разработанных алгоритмов.

**Теоретическая и практическая значимость** работы заключается в исследовании и обосновании свойств оценок предложенных рандомизированных алгоритмов, определяющих положение движущегося объекта на основе изображений, получаемых с одной камеры, разработке общего подхода к использованию рандомизации положения камеры для целей трехмерной реконструкции наблюдаемой сцены и разработке архитектуры программного комплекса, осуществляющего отслеживание и определение положения объектов.

Предложенные методы и разработанное программное обеспечение будут полезны при решении множества практических задач, в которых необходимо в реальном времени определять положение объектов окружающего мира. Они позволяют решать данную задачу, используя лишь одну камеру

и не накладывают значительных ограничений на возможный характер движения наблюдаемых объектов. Такие свойства позволяют использовать их в более широком спектре прикладных задач по сравнению с существующими решениями, которые зачастую используют дополнительные дорогостоящие сенсоры или же предназначены лишь для узкого класса случаев (например, движение в плоскости или с постоянной скоростью).

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Разработан подход к решению задачи оценки положения движущегося объекта на основе изображений, получаемых с одной видеокамеры, использующий рандомизацию положения камеры и позволяющий решать поставленную задачу без существенных ограничений на характер движения объекта.
2. Разработаны алгоритмы оценивания положения движущегося объекта на основе случайных движений видеокамеры. Установлена теоретическая сходимость оценок, доставляемых разработанными алгоритмами, к некоторому ограниченному множеству, которое при “малом” дрейфе объекта может быть достаточно малым за счет подбора параметров алгоритма. Продемонстрирована их работа при помощи моделирования и тестирования в реальных условиях.
3. Разработан программный комплекс, использующий методы компьютерного зрения и полученные алгоритмы оценивания, позволяющий осуществлять отслеживание движущегося объекта на основе случайных движений видеокамеры.

**Апробация результатов.** Материалы диссертации докладывались на семинарах кафедры системного программирования СПбГУ, на российских и международных конференциях по программированию, информатике и теории управления: международной конференции 14th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad) (Россия, Санкт-Петербург, 2011), научной конференции по проблемам информатики СПИСОК-2013 (Россия, Санкт-Петербург, 2013), международной конференции 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC) (USA, Los Angeles, 2014).

**Личный вклад автора.** Результаты, представленные в диссертационной работе, получены соискателем либо самостоятельно, либо при его непосредственном участии.

## Содержание работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 93 страницы с 22 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 88 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы и кратко представлены ее результаты.

В **первой главе** “Оценка положения объектов при помощи камеры” рассматривается историческое развитие методов трехмерной реконструкции по фотографиям и видео изображениям, вводятся основные определения и модели, описываются используемые в указанных задачах алгоритмы компьютерного зрения.

В п. 1.1. представлена краткая история развития методов оценки положения объектов на основе использования фото- и видео- камер. Широкое распространение камер и их доступность позволила использовать методы трехмерной реконструкции в областях роботехники, портативных устройств, приложениях дополненной реальности и пр.

В п. 1.2 описывается проективная модель наблюдения камеры. В диссертации рассматривается “стеноп” камера, которая задается вектором координат оптического центра  $C = (C^{(1)}, C^{(2)}, C^{(3)})^T$ , величиной фокусного расстояния  $f$ , матрицей поворота  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , задающей ориентацию плоскости камеры. Матрица поворота и координаты оптического центра задают преобразование из некоторой фиксированной глобальной системы координат в локальную систему координат камеры. В качестве объекта наблюдения в диссертации рассматривается точка с координатами  $P = (P^{(1)}, P^{(2)}, P^{(3)})^T$ . Координаты ее проекции на плоскость камеры получаются, исходя из уравнений:  $p^{(1)} = f \frac{R_{11}P^{(1)} + R_{12}P^{(2)} + R_{13}P^{(3)} + t^{(1)}}{R_{31}P^{(1)} + R_{32}P^{(2)} + R_{33}P^{(3)} + t^{(3)}}$ ,  $p^{(2)} = f \frac{R_{21}P^{(1)} + R_{22}P^{(2)} + R_{23}P^{(3)} + t^{(2)}}{R_{31}P^{(1)} + R_{32}P^{(2)} + R_{33}P^{(3)} + t^{(3)}}$ , где вектор  $(t^{(1)}, t^{(2)}, t^{(3)})^T = -R^{-1}(C^{(1)}, C^{(2)}, C^{(3)})^T$ .

В п. 1.3 описываются существующие методы трехмерной реконструкции. Для их формулировки рассматриваются однородные координаты, которые вводятся для точки  $p \in \mathbb{R}^2$  как класс эквивалентности в  $\mathbb{R}^3$ . Задав для камеры матрицу  $T \in \mathbb{R}^{3 \times 4} = (K * R | t)$ , где  $K$  это матрица внутренних параметров камеры, уравнения проектирования можно привести к виду:  $\bar{p} = T * \bar{P}$ , где  $\bar{p}$  - это однородные координаты проекции  $p$ , а  $\bar{P}$  - это однород-

ные координаты точки  $P$ . Теперь при наличии двух камер с матрицами  $T_0$  и  $T_1$  и известных проекций точки  $P$  на их плоскости  $p_0$  и  $p_1$  можно рассмотреть систему уравнений  $\bar{p}_0 \times T_0 * \bar{P} = 0$ ,  $\bar{p}_1 \times T_1 * \bar{P} = 0$ , для решения которой можно приравнять  $\bar{P}_4 = 1$  или же найти решение при помощи сингулярного разложения матрицы системы.

В п. 1.4 коротко представлены существующие алгоритмы компьютерного зрения, использующиеся в задаче оценки положения объекта. Для локализации объектов на кадрах широко распространено применение методов поиска “уголков”, основанных на выделении локальных минимум и максимумов градиента изображения. В задачах реконструкции по фотографиям применяются более сложные методы такие как SIFT и SURF, которые кроме выделения особых точек, также вычисляют дескрипторы для каждой из них. В задачах реконструкции по видео для сопоставления используются более простые алгоритмы, учитывающие лишь координаты проекций.

Во **второй главе** “Рандомизированные алгоритмы оценки координат движущегося объекта” представлены алгоритмы оценки положения движущегося объекта с использованием рандомизации, даются их формулировки и доказывается сходимостью оценок к некоторому множеству, которое может быть достаточно малым при соответствующем выборе параметров алгоритма.

В п. 2.1.1 рассматриваются проблемы, возникающие при решении задачи оценки положения движущегося объекта при помощи одной камеры. В диссертации приводятся примеры, когда камера и объект движутся сонаправленно, а также с одной скоростью, в которых невозможно решить задачу оценки положения традиционными методами.

В п. 2.1.2 демонстрируется на простом примере, каким образом рандомизация положения камеры может быть использована для построения алгоритма оценивания положения движущегося объекта. Пусть  $n = 1, 2, \dots$  — дискретное время. В качестве наблюдаемого объекта в момент времени  $n$  рассматривается точка с вектором координат  $P_n = (P_n^{(1)}, P_n^{(2)}, P_n^{(3)})^T$ . Координаты ее “зашумленной” проекции на плоскость камеры  $p_n = (p_n^{(1)}, p_n^{(2)})^T$  при этом удовлетворяют уравнениям:  $p_n^{(1)} = \frac{P_n^{(1)} - C_n^{(1)}}{P_n^{(3)} - C_n^{(3)}} + v_n^{(1)}$ ,  $p_n^{(2)} = \frac{P_n^{(2)} - C_n^{(2)}}{P_n^{(3)} - C_n^{(3)}} + v_n^{(2)}$ , где  $v_n = (v_n^{(1)}, v_n^{(2)})^T$  — вектор неизвестных помех. Рассматривается случай, когда положение камеры задано как  $C_n = (\Delta_n^{(1)}, 0, 0)^T$ , где  $\Delta_n^{(1)}$  — известное случайное (рандомизированное) пробное возмущение по оси  $x$  с нулевым математи-

ческим ожиданием и дисперсией  $\sigma_1^2 = E\Delta_n^{(1)2}$ , независимое от положения точки  $P_n$  и вектора помех  $v_n$ . Уравнения для проекций в таком случае принимают вид  $p_n^{(1)} = \frac{P_n^{(1)} - \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(1)}$ ,  $p_n^{(2)} = \frac{P_n^{(2)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(2)}$ . Домножив первое выражение для  $p_n^{(1)}$  на величину  $\Delta_n^{(1)}$ , получаем  $p_n^{(1)} \Delta_n^{(1)} = \frac{P_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} - \frac{\Delta_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}$ . Учитывая центрированность  $\Delta_n^{(1)}$  и независимость от положения точки  $P_n$  и помехи  $v_n^{(1)}$ , для математического ожидания последовательно выводим  $E[p_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}] = E\left[\frac{P_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} - \frac{\Delta_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}\right] = -\sigma_1^2 E\frac{1}{P_n^{(3)}}$ , так как  $E\frac{P_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} = E\frac{P_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} \cdot E\Delta_n^{(1)} = 0$  и  $E v_n^{(1)} \Delta_n^{(1)} = E v_n^{(1)} \cdot E\Delta_n^{(1)} = 0$ . Из этого уравнения видно, что, усредняя  $p_n^{(1)} \Delta_n^{(1)}$  с течением времени, можно получить величину, равную усредненной обратной глубине наблюдаемой точки  $\Gamma_n = \frac{1}{P_n^{(3)}}$ , домноженной на некоторую известную константу. По обратной глубине искомые координаты объекта получаются по простым формулам на основе уравнений проектирования.

В п. 2.2 предлагается рандомизированный асимптотический наблюдатель для обратной глубины движущегося объекта. Рассматривается сферическая модель камеры, в которой в каждый момент времени камера, задается положением центра проектирования  $C_n$  в некоторой фиксированной системе координат и кватернионом  $q_n$ , который задает ее ориентацию. Пусть  $v_n = C_n - C_{n-1}$  — скорость движения центра камеры, а  $\omega_n$  — ее скорость поворота. Далее рассмотрим движущуюся точку, наблюдаемую камерой. Ее положение определено лучом  $\eta_n$  (пиксель) из центра камеры к точке и глубиной  $D_n$  относительно этого луча. Дискретизированное уравнение динамики глубины имеет вид  $D_n = D_{n-1} - \langle v_n, \eta_n \rangle + \epsilon_n$ , где  $\epsilon_n$  представляет собой ошибку дискретизации и возможный дрейф точки, а дискретизированное уравнение, связывающее наблюдение оптического потока с обратной глубиной выглядит как:  $w_n = \Gamma_n (\langle v_n, \eta_n \rangle \eta_n - v_n) - \omega_n \times \eta_n + \epsilon_{w_n}$ , где  $w_n$  — измерение оптического потока точки в момент времени  $n$ , а  $\epsilon_{w_n}$  — помеха оптического потока. Для получения оценок  $\hat{D}_n$  истинного значения глубины  $D_n$  в алгоритме сначала генерируется центрированное случайное возмущение  $\Delta_n$ , после чего камера сдвигается согласно этому пробному возмущению, и производится наблюдение оптического потока  $w_n$ , которое используется для обновления оценки  $D_{n-1}$  при помощи уравнения  $\hat{D}_n = \hat{D}_{n-1} - \langle v_n, \eta_n \rangle + \alpha(1 - \hat{D}_{n-1} \hat{\Gamma}_n)$ , где  $\hat{\Gamma}_n = w_n \frac{\langle \Delta_n, \eta_n \rangle \eta_n - \Delta_n}{\| \langle \Delta_n, \eta_n \rangle \eta_n - \Delta_n \|^2}$ .

Предполагая, что существует конечная граница для  $\epsilon_n$ :  $\|\epsilon_n\| \leq A < \infty$ , что существует конечная граница для дисперсии  $\hat{\Gamma}_n$  равная  $\sigma_\xi^2$ , и что глубина

точки лежит в конечном интервале  $D_n \in [D_l, D_u]$ , доказывается следующая теорема.

**Теорема 1.** Последовательность ошибок для оценок  $\hat{D}_n$ , получаемых при помощи алгоритма, имеет конечную верхнюю границу  $L$ :

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} E \|\hat{D}_n - D_n\|^2 \leq L.$$

В п. 2.3 предлагается рандомизированный алгоритм оценки координат объекта. Предполагается, что наблюдаемый объект свободно дрейфует (движется) в трехмерном пространстве. Пусть  $n = 1, 2, \dots$  — дискретное время, и координаты объекта в момент времени  $n$  относительно камеры равны  $P_n^{(1)}, P_n^{(2)}, P_n^{(3)}$ . Обозначим вектор координат объекта  $P_n = (P_n^{(1)}, P_n^{(2)}, P_n^{(3)})^T$  и рассмотрим изменение координат вектора  $P_n$  равное  $\xi_n = (\xi_n^{(1)}, \xi_n^{(2)}, \xi_n^{(3)})^T$ . Предполагается, что с той же частотой дискретизации камера в каждый момент времени  $n = 1, 2, \dots$  перемещается и это перемещение задается измеряемым вектором  $\Delta_n = (\Delta_n^{(1)}, \Delta_n^{(2)}, \Delta_n^{(3)})^T$ . При этом последовательность  $\{\Delta_n\}$  представляет собой реализацию независимых одинаково распределенных случайных векторов с симметричным относительно нуля распределением, независимых относительно положения объекта и помех в измерениях координат точек проекции на плоскости камеры.

Учитывая введенные обозначения, изменение положения объекта с течением времени удовлетворяет уравнению  $P_n = P_{n-1} + \Delta_n + \xi_n$ , при этом координаты ее “зашумленной” проекции на плоскость камеры  $p_n = (p_n^{(1)}, p_n^{(2)})^T$  удовлетворяют уравнениям  $p_n^{(1)} = \frac{P_n^{(1)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(1)}$ ,  $p_n^{(2)} = \frac{P_n^{(2)}}{P_n^{(3)}} + v_n^{(2)}$ .

Делаются следующие предположения для  $n = 1, 2, \dots$

1. Наблюдаемый объект всегда находится в поле зрения камеры, т. е. существуют такие  $H_1$  и  $H_2$ , что  $|\frac{P_n^{(i)}}{P_n^{(3)}}| < H_i$ ,  $i = 1, 2$ .
2. Обратная величина глубины точки  $\Gamma_n = \frac{1}{P_n^{(3)}}$  находится в конечном интервале:  $\Gamma_n \in M_\Gamma = (\Gamma_{\min}, \Gamma_{\max})$  и  $\Gamma_{\min}, \Gamma_{\max} > 0$ .
3. Дрейф точки ограничен:  $|\xi_n^{(1)}| < D_1$ ,  $|\xi_n^{(2)}| < D_2$ ,  $|\xi_n^{(3)}| < D_3$ .
4. Для последовательности случайных изменений положения камеры  $\{\Delta_n\}$  выполнено:  $E|\Delta_n^{(i)}| < \delta_i < \infty$ ,  $E|\Delta_n^{(i)}|^2 \leq \sigma_i^2 < \infty$  для  $i = 1, 2, 3$ ,  $E|\Delta_n^{(1)}|^4 \leq \sigma_4^4 < \infty$ . Кроме того, случайные величины  $\Delta_n^{(1)}$  имеют симметричное распределение и  $\sigma_1^2 > 0$ .

5. Аддитивные помехи ограничены  $|v_n^{(1)}| < c_1$ ,  $|v_n^{(2)}| < c_2$ ,  $|v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}| < c_d$ , или, если аддитивные помехи имеют случайную природу, то они независимы с  $\Delta_n$  и ограничены в среднеквадратическом смысле:  $E|v_n^{(1)}| < c_1$ ,  $E|v_n^{(2)}| < c_2$ ,  $E|v_n^{(1)} - v_{n-1}^{(1)}|^2 < c_d^2$ .

Предлагается следующий алгоритм оценки положения объекта: изначально выбирается  $\alpha > 0$  и  $\hat{\Gamma}_0 \in M_\Gamma$ , на каждой итерации генерируется и реализуется  $\Delta_n \in \mathbb{R}^3$ , после чего производится наблюдение  $p_n = (p_n^{(1)}, p_n^{(2)})^T$ . На основе него вычисляется “псевдоградиент”  $g_n$ :  $g_n = \hat{\Gamma}_{n-1} - \frac{\Delta_n^{(1)}}{\sigma_1^2}(p_n^{(1)} - p_{n-1}^{(1)})$ , который используется для обновления оценки:  $\hat{\Gamma}_n = Pr_{M_\Gamma}(\hat{\Gamma}_{n-1} - \alpha g_n)$ , где  $Pr_{M_\Gamma}(\cdot)$  – операция проектирования в интервал  $M_\Gamma$ . Координаты объекта вычисляются при помощи уравнений  $\hat{P}_n^{(1)} = \frac{p_n^{(1)}}{\hat{\Gamma}_n}$ ,  $\hat{P}_n^{(2)} = \frac{p_n^{(2)}}{\hat{\Gamma}_n}$ ,  $\hat{P}_n^{(3)} = \frac{1}{\hat{\Gamma}_n}$ . В диссертации приводится доказательство следующей теоремы о сходимости оценок этого алгоритма:

**Теорема 2** Пусть выполнены предположения 1–5.

Обозначим  $b = (1 + \alpha + \alpha^2)\Gamma_{\max}^2(D_3 + \delta_3)$ ,  $k = (1 + \alpha^2)\Gamma_{\max}^4(D_3^2 + \sigma_3^2) + 2\alpha^2\Gamma_{\max}^2 + \alpha^2(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^4}(2H_1 + 2c_d)^2 + \frac{\sigma_4^4}{\sigma_1^4}\Gamma_{\max}^2)$ .

**Если  $0 < \alpha < 1$ , тогда**

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt{E\|\hat{\Gamma}_n - \Gamma_n\|^2} \leq L = \frac{b + \sqrt{b^2 + \alpha(1 - \alpha)k}}{\alpha(1 - \alpha)}$$

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} E|\hat{P}_n^{(i)} - P_n^{(i)}| \leq \Gamma_{\min}^{-2} H_i L + \Gamma_{\min}^{-1} c_i, \quad i = 1, 2.$$

В третьей главе “Система отслеживания и оценки положения объекта” описывается разработанный программный комплекс, позволяющий применять предложенные алгоритмы для оценки положения движущегося объекта. Также приводятся результаты имитационного моделирования и практического эксперимента.

В п. 3.1 дается описание основных компонент системы. Камера рассматривается, как основной объект системы. Он хранит в себе калибровочные параметры камеры, а также ссылки на все видео- и фото- материалы, полученные при помощи нее. Система разделяется на верхнем уровне на два модуля, первый из которых отвечает за детектирование и сопоставление точек между разными кадрами и изображениями, а второй - за методы трехмерной реконструкции.

В п. 3.2 представлены реализованные в системе алгоритмы детектирования и сопоставления особых точек на изображениях. Для поиска особых точек на фотографиях в диссертации используются методы SIFT и SURF, дескрипторы которых впоследствии применяются в алгоритме сопоставления. При обработке видео файлов система использует стандартные алгоритмы поиска “уголков” в качестве источников особых точек.

В п. 3.3 описываются подходы к реконструкции положения камеры и наблюдаемых ей объектов. Положение камеры реконструируется вместе со статичными объектами, которые присутствуют в окружении. Для оценки положения движущихся точек используются алгоритмы, представленные во второй главе. Также на каждой итерации производится глобальное уточнение всех параметров модели на основе новых наблюдений.

В п.3.4 описан стандартный подход к калибровке камеры, используемый в разработанной системе. Для калибровки производится серия снимков, содержащий некоторый калибровочный объект с известными физическими размерами.

В п.3.5 представлены детали использования разработанного комплекса, приводится описание возможностей по визуализации результатов а также описание консольных приложений, при помощи которых можно использовать систему.

В п. 3.6 представлены результаты имитационного моделирования методов, описанных во второй главе. В тестировании рассматриваются случаи статичного объекта и случай объекта, движущегося в одном направлении с камерой. Производится симулирование различных вариантов помех в проекциях объекта и в наблюдениях оптического потока. Во всех демонстрируемых примерах показана сходимост оценок методов к некоторому множеству, которое может быть достаточно малым при соответствующем выборе параметров алгоритма.

В п. 3.7 рассмотрено тестирование алгоритма в полевых условиях. В диссертации описывается эксперимент, в котором камера, производящая наблюдение, и наблюдаемый ей объект контролировались человеком. Случайные движения камеры симулировались при помощи периодических движений. Объект был представлен в виде маркера специального вида, при этом положение камеры также вычислялось с использованием маркерной систе-

мы. В результате продемонстрировано, что метод на основе рандомизации успешно справляется с оценкой положения движущегося объекта в реальных условиях.

В **заключении** диссертации подведены итоги проведенного и завершеного в рамках поставленных задач исследования.

## Заключение

**Итог выполненного исследования.** В результате диссертационного исследования были решены все поставленные задачи и достигнута цель работы. Разработанные алгоритмы позволяют оценивать положение движущегося объекта при помощи камеры без существенных ограничений на его движение. Созданный в рамках этой работы программный комплекс вследствие своей модульной структуры может быть легко переиспользован для дальнейших исследований и новых приложений. В работе содержатся **рекомендации** по использованию результатов, представленных в ней, которые в основном касаются советов по настройке параметров алгоритмов и программного комплекса. В качестве **перспектив дальнейшей разработки тематики исследования** можно выделить использование рандомизации не только в положении, но и фокусном расстоянии камеры, использование сразу нескольких точек объекта для оценки его положения, исследование возможности использования рандомизации для других средств наблюдения.

## Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1–9]. Из них три публикации [1–3] в журналах из перечня российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук. Работы [2–5, 6] написаны в соавторстве. В работе [2] соискателю принадлежат формулировка метода оценки положения движущегося объекта (с. 146), доказательство его состоятельности (с. 150-155), проведение тестирования алгоритма в полевых условиях (с. 156-160), а соавторам общие постановки задачи. В работе [3] соискателю принадлежат идея и формулировка алгоритма оценки положения движущегося объекта (II.A - III.A) фор-

мулировка и доказательство теоремы о сходимости оценок представленного алгоритма (IV), проведение имитационного моделирования и анализ результатов (V-VI), а Вахитову А.Т. общая постановка задачи. В работе [4] соискателю принадлежат формулировка алгоритма нестационарной оптимизации с шагом предсказания (III), формулировки необходимых условий сходимости алгоритма (II), формулировка и доказательство теоремы об его сходимости (III.B), а также проведение и анализ имитационного моделирования (IV), а Вахитову А.Т. общая постановка задачи. В работе [5] соискателю принадлежат формулировка рандомизированного асимптотического наблюдателя для глубины объекта и необходимых условий его работы (с.52-53), формулировка и доказательство теоремы о сходимости его оценок (с.53-55), проведение и анализ имитационного моделирования (с. 55-57), а Вахитову А.Т. общая постановка задачи. В работе [6] соискателю принадлежат формулировка и анализ алгоритма нестационарной оптимизации (с. 118-120), формулировка и доказательство теоремы сходимости его оценок (с. 121-122), а также проведение моделирования (с. 122-125), а Вахитову А. Т. общая постановка задачи. В работе [8] соискателю принадлежат формулировка и описание алгоритма оценки положения объекта при помощи рандомизации положения камеры (с. 148), проведение и анализ имитационного моделирования (с. 148-151), проведение практического эксперимента (с. 151-152), а Вахитову А.Т. общая постановка задачи.

## **Работы автора по теме диссертации**

**Статьи в журналах из перечня российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук:**

1. *Кривоконь, Д.С. Методы оценки положения объекта при помощи случайных движений камеры / Д.С. Кривоконь // Компьютерные инструменты в образовании. — 2014. — № 4. — С. 46–54.*
2. *Кривоконь, Д.С. Оценка положения движущегося объекта на основе пробного возмущения положения камеры / Д.С. Кривоконь,*

А.Т. Вахитов, О.Н. Граничин // *Автоматика и телемеханика*. — 2016. — № 2. — С. 142–161.

3. *Krivokon D.S., Vakhitov A.T.* Randomized algorithm for estimation of moving point position using single camera / Vakhitov A.T. Krivokon D.S. // Proc. of the IEEE 53rd Annual Conference on Decision and Control (CDC). — 2014. — Pp. 5189–5194.

**Другие публикации:**

4. *Krivokon D.S., Vakhitov A.T.* Non-Stationary Optimization With Prediction Step for Object Tracking With Two Cameras / Vakhitov A.T. Krivokon D.S. // Proc. of the 14th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). Saint-Petersburg. — 2011. — Pp. 112–115.
5. *Кривоконь Д.С., Вахитов А.Т.* Рандомизация в задаче оценки глубины точки при помощи одной камеры на основе идеи асимптотического наблюдателя / Вахитов А.Т. Кривоконь Д.С. // *Стохастическая оптимизация в информатике*. — 2012. — Т. 8, № 2. — С. 49–59.
6. *Кривоконь Д.С., Вахитов А.Т.* Нестационарная оптимизация с шагом предсказания в задаче отслеживания объекта при помощи двух камер / Вахитов А.Т. Кривоконь Д.С. // *Стохастическая оптимизация в информатике*. — 2011. — Т. 7. — С. 116–128.
7. *Кривоконь, Д.С.* Задача одновременной подстройки параметров камер и положений наблюдаемых ими точек / Д.С. Кривоконь // *Стохастическая оптимизация в информатике*. — 2012. — Т. 8, № 1. — С. 95–101.
8. *Кривоконь Д.С., Вахитов А.Т.* Восстановление глубины точки при наблюдении с одной камеры с помощью рандомизации ее положения / Вахитов А.Т. Кривоконь Д.С. // *Материалы научной конференции по проблемам информатики СПИСОК-2013*. — СПб: 2013. — С. 145–153.
9. *Кривоконь, Д.С.* Система оценки положений движущихся объектов с использованием рандомизации / Д.С. Кривоконь // *Стохастическая оптимизация в информатике*. — 2015. — Т. 11, № 1. — С. 3–12.