САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ПЧЕЛКИНА Ирина Владимировна

УПРАВЛЕНИЕ ИНВАРИАНТАМИ В СЕТЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2013

Работа выполнена на кафедре теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
ФРАДКОВ Александр Львович

Официальные оппоненты: СМИРНОВА Вера Борисовна,
доктор физико-математических наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, профессор

АМЕЛИН Константин Сергеевич,
кандидат физико-математических наук,
ООО «Смыслолет», генеральный директор

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ)

Защита состоится «25» декабря 2013 года в 16 часов 00 минут на заседании совета Д.212.232.29 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199178, Санкт-Петербург, 10 линия В.О., д. 33/35, ауд.74.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9.

Автореферат разослан « »   201 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.29,
доктор физико-математических наук, профессор В. М. Нежинский

Общая характеристика работы

Актуальность темы. На современном этапе развития систем автоматического управления все более остро встает проблема управления в реальном времени сложными объектами, взаимодействующими между собой в процессе достижения общей цели. Важным классом таких систем являются сетевые динамические системы, понимаемые как совокупность однотипных динамических подсистем (узлов), соединенных физическими или информационными связями. Примерами таких систем являются многопроцессорные системы обработки и передачи информации, различные производственные сети, системы управления движением подвижных роботов, транспортные сети, электроэнергетические сети с распределенными системами управления.

Задачам управления сетевыми динамическими системами посвящены многочисленные работы (например, работы А.А. Воронова, И.А. Каляева, Б.М. Миркина, Р.М. Мюррея, Е.А. Паршевой, А.Л. Фрадкова, А.М. Цыкунова, Г. Чена, Д.Д. Шильяка и других), однако проблема построения систем управления сетевыми системами остается востребованной, поскольку решение предложено только для ограниченного класса таких задач.

Как правило, сетевые динамические системы характеризуются пространственной распределенностью узлов (объектов сетей) и ограниченностью связей между узлами, поэтому решение задач управления сетевыми системами требует построения мощных вычислительных средств для реализации централизованного управления, или разработки специальных распределенных алгоритмов управления. Хотя в настоящее время в основном уже определены принципы, на которых могут быть построены такие системы управления, и есть действующие прототипы, в целом проблема разработки эффективных, и в то же время простых в исполнении, управляющих алгоритмов остается актуальной.

Задачи управления сетевыми динамическими системами могут быть значительно упрощены, если в системе имеется функция-инвариант, являющаяся аналогом энергии механических систем. Задачи управления инвариантами динамических систем ранее рассматривались (работы А.Л. Фрадкова, А.С. Ширяева, А.А. Колесникова и др.), однако задачи управления инвариантами сетевых динамических систем систематически рассмотрены не были.

Целью диссертационной работы является исследование и разработка алгоритмов управления инвариантами в сетевых динамических системах (на примере модели электроэнергетической сети и квази-полиномиальных сетевых систем), обеспечивающих сходимость процессов к желаемым режимам.

Задачи дисертационной работы:

1. Развить метод скоростного градиента применительно к задачам управления инвариантами в сетевых динамических системах.

2. Разработать алгоритм управления раскачкой робота-акробота. Установить условия достижения цели управления.

3. Разработать алгоритм управления синхронизацией многомашинной электроэнергетической системы. Установить условия достижения цели управления.

4. Разработать алгоритмы управления инвариантами квази-полиномиальных технических систем. Установить условия достижения цели управления.

Методы исследований: Для решения перечисленных задач в работе использованы методы теории автоматического управления (метод скоростного градиента), метод функций Ляпунова, компьютерное моделирование.

Достоверность результатов работы подтверждается корректным применением математических методов и репрезентативным компьютерным моделированием.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. Предложена новая постановка задачи синхронизации многомашинной электроэнергетической сети.

2. Впервые предложен алгоритм управления синхронизацией электроэнергетической сети на основе управления вспомогательным инвариантным функционалом.

3. Разработаны новые алгоритмы управления инвариантами квази-полиномиальных систем на основе метода скоростного градиента.

4. Предложен новый алгоритм управления раскачкой робота-акробота на основе сведения задачи к управлению раскачкой маятника переменной длины.

Теоретическая и практическая ценность. На основе метода скоростного градиента предложен новый более простой алгоритм управления синхронизацией многомашинной электроэнергетической сети. Для сетевых динамических систем на примере квази-полиномиальных сетей с помощью метода скоростного градиента разработаны новые алгоритмы управления инвариантами квази-полиномиальных систем. Для различных случаев получены условия достижения цели управления в замкнутых системах, отличающиеся от известных. Полученные результаты могут быть использованы на практике: для анализа и построения систем управления энергетическими, экономическими и биологическими системами.

Результаты работы использованы в НИР «Создание адаптивных мультиагентных систем управления сетями динамических объектов при коммуникационных ограничениях», выполненной в ИПМаш РАН в рамках ФЦП «Кадры» по Государственному контракту №16.740.11.0042 (№Госрегистрации 01201062033), и также в НИР «Геометрические методы планирования и управления движениями механических систем в условиях неопределенности и дефицита управляющих воздействий», выполненной в ИПМаш РАН в рамках ФЦП «Кадры» по Государственному контракту №02.740.11.5056 (№Госрегистрации 01200964833).

Автор имеет свидетельства о регистрации программ для ЭВМ «Синхронизация сети электрических генераторов (Synchronization of multimachine power system)» и «Управление двухзвенным маятником (Control of Acrobot)» в отделе регистрации программ для ЭВМ, баз данных и топологий ИМС Федерального института промышленной собственности РОСПАТЕНТа.

Алгоритм управления раскачкой робота-акробота был реализован на роботе, собранном на кафедре теоретической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета и используемом в учебных целях.

Апробация. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на семинарах кафедры теоретической кибернетики СПбГУ, а также на российских и международных конференциях: XII конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, 2010 г. (лучший доклад аспиранта на секции «Электронные и электромеханические устройства систем навигации и управления»), Балтийской олимпиаде по автоматическому управлению, Санкт-Петербург, 2010 г., Workshop Periodic Control Systems – PSYCO 2010, Antalya, 2010 г., 4-й Мультиконференции по проблемам управления, Дивноморское, 2011 г., X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, 2011г., 5th Intern. Conf. «Physics and Control», Leon, Spain, 2011 г., HYCON2 Workshop on Energy, Bruxelles, 2012 г., 5-й Мультиконференции по проблемам управления, Санкт-Петербург, 2012 г, Workshop on Periodic Control Systems – PSYCO 2013, Caen, 2013 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано одиннадцать печатных работ, из них восемь в соавторстве, три в изданиях из перечня ВАК. Автор имеет два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Работы [1, 2, 5-11] написаны в соавторстве. В работах [1, 7, 10, 11] диссертанту принадлежит формулировка и доказательство теорем про управление инвариантом и достижение синхронизации в многомашинной энергосистеме, численное моделирование, А.Л. Фрадкову – общая постановка задач и идея доказательства теорем. В работах [2, 5, 8] диссертанту принадлежит формулировка и доказательство теорем про управление инвариантом в многомерных вольтерровских моделях, численное моделирование, А.Л. Фрадкову – общая постановка задач. В [6] диссертанту принадлежит разработка алгоритма управления двухзвенным плоским маятником, соавторам – общая постановка задачи и разработка алгоритмов управления маятниковыми системами. В [9] диссертанту принадлежит разработка алгоритма управления синхронизацией энергосистемы на основе метода скоростного градиента, соавторам – общая постановка задачи, детализация алгоритмов управления.

Основные результаты, представленные в диссертационной работе, получены лично соискателем.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации – 105 страниц. Список литературы включает 74 наименования. Работа содержит 36 рисунков и шесть таблиц.

Краткое содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, ставятся задачи исследования и приводится краткое содержание работы по главам. В диссертационной работе рассматриваются сетевые системы, понимаемые как совокупность подсистем (узлов), соединенных физическими или информационными связями, и описываемые уравнениями

$$\dot{x}_i = F\left(x_i, u_i\right) + \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\varrho_{ij}\left(x_i, x_j\right),\ i = 1, \ldots, N, \tag{1}$$

где $x_i \in R^n$ – векторы состояния подсистем (узлов), $u_i \in R^m$ – векторы управлений, постоянные a_{ij} определяют граф связей в сети, функции $F_i\left(\cdot\right)$ определяют локальную динамику i-го узла сети, функции $\varrho_{ij}\left(\cdot\right)$ определяют взаимодействия между i-ой и j-ой подсистемами сети.

Пусть у системы (1) есть функция-инвариант $V_0(t) = V_0\left(x_1(t), \ldots, x_N(t)\right)$, сохраняющая свои значения вдоль траекторий свободной системы (1) ($u_i\left(t\right) = 0,\ i = 1, \ldots, N$). Задача управления ставится следующим образом: найти такие законы управления $u_i\left(t\right),\ i = 1, \ldots, N$, при которых в системе достигается желаемое значение инварианта V_d:

$$V_0(t) \to V_d \text{ при } t \to \infty. \tag{2}$$

В **первой главе** представлены вспомогательные результаты: метод скоростного градиента, предложенный Фрадковым А.Л. (Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента в задачах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика, 1979. №9. С. 90-101), сведения о квази-полиномиальных системах. Пусть задана математическая модель объекта управления

$$\dot{x} = F\left(x, u, t\right), \tag{3}$$

где $t \geq 0,$, $x \in R^n$, $u \in R^m$, $F(.),$: $R^{n+m+1} \to R^n$, и целевой функционал $Q\left(x\right)$.Выписывается скорость изменения $Q\left(x\right)$ вдоль траекторий системы (3):

$$\varpi\left(x, u, t\right) = \left(\bigtriangledown_x Q\right)^T F\left(x, u, t\right) + \frac{\partial Q}{\partial t}, \tag{4}$$

где $\bigtriangledown_x Q$ – символ градиента по x. Алгоритм скоростного градиента изменяет управление в направлении, противоположном градиенту функции (4) по управлению. В общем случае алгоритм скоростного градиента имеет вид

$$\frac{d}{dt}[u + \psi\left(x, u, t\right)] = -\Gamma \nabla_u \varpi\left(x, u, t\right), \tag{5}$$

где функция $\psi(\cdot)$ удовлетворяет условию псевдоградиентности: $\psi^T \bigtriangledown_u \varpi \geq 0$, симметричная матрица $\Gamma = \Gamma^T \geq 0$ – матрица коэффициентов усиления. Частными случаями алгоритма (5) являются алгоритм скоростного градиента в дифференциальной $\frac{d}{dt}u = -\Gamma\nabla_u \varpi\left(x, u, t\right)$ и конечной $u = -\psi\left(x, u, t\right)$ формах.

Во **второй главе** рассматривается типичная задача управления инвариантом: задача управления раскачкой робота-акробота до заданной амплитуды колебаний. В разделе 2.1 дается математическая постановка задачи. Динамика робота-акробота приближенно описывается уравнениями маятника переменной длины, масса которого равна общей массе робота $M = m_1 + m_2$, а положение определяется как положение центра масс акробота с длиной плеча l и углом θ:

$$l = \frac{1}{M}\sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos\left(q_2\right)},\ \theta = \beta + \pi/2, \tag{6}$$

где $\cos\left(\beta\right) = x_{CM}/l = (p_1 \cos\left(q_1\right) + p_2 \cos\left(q_1 + q_2\right))/Ml$. При $q_2 = 0 \pm 2\pi k$, $q_2 = \pi \pm 2\pi k, k \in N$ длина плеча l принимает максимальное $l_{max} = \frac{p_1+p_2}{M}$ и минимальное $l_{min} = \frac{|p_1-p_2|}{M}$ значения. Задача раскачки робота-акробота до заданной амплитуды колебаний сводится к задаче раскачки маятника переменной длины из начального положения $\theta(0), l(0)$ в заданное положение θ_* с длиной плеча l_*, которые определяются из (6) при заданных q_{1*}, q_{2*}.

Управлением является скорость изменения длины подвеса маятника l. Уравнения движения маятника переменной длины имеют вид (Лавровский Э.К., Формальский А.М. Оптимальное управление раскачиванием и торможением качелей // Прикладная математика и механика, Т. 57. Вып. 2, 1993. – С. 92–101):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\frac{2x_2 u}{x_3} - \frac{g\sin(x_1)}{x_3}, \\ \dot{x}_3 = u. \end{cases} \quad (7)$$

где $x = \left(\theta, \dot{\theta}, l\right)$.

В разделе 2.2 для раскачивания акробота предлагается использовать метод скоростного градиента, а целевую функцию $V_a\left(x\right)$ выбирать на основе инварианта:

$$V_a(x) = \left(E\left(x\right) - E_*\right)^2 + \left(x_3 - l_*\right)^2. \quad (8)$$

где $E(x) = \frac{1}{2}Mx_2^2x_3^2 + Mg\left(l_{max} - x_3\right)\cos\left(x_1\right)$ – энергия системы, ее желаемое значение $E_* = Mg\left(l_{max} - l_*\cos\left(\theta_*\right)\right)$. При $u = 0$ функция $V_a\left(x\right)$ является инвариантом системы (7). Цель управления записывается в виде

$$Q\left(x(t)\right) \longrightarrow 0, \text{ при } t \to \infty. \quad (9)$$

где $Q\left(x\right) = V_a\left(x\right)$. Согласно алгоритму скоростного градиента, управление будет следующим:

$$u = -\gamma\left(E\left(x\right) - E_*\right)\left(-M\dot{\theta}^2 l - Mg\cos\left(\theta\right)\right) - \gamma\left(l - l_*\right), \ \gamma > 0. \quad (10)$$

Условия достижения цели управления в системе (6), (7), (10) формулируются следующим образом:

Теорема 2.1. *Пусть начальное состояние* $x(0) = \left(\theta(0), \dot{\theta}, l(0)\right)^T$ *системы* (6), (7), (10) *удовлетворяет соотношению* $Q(x(0)) < l_*^2$, *где* $l_{min} < l < l_{max}$. *Тогда для любой ограниченной траектории системы либо цель управления* (9) *достигается, либо траектория стремится к одному из положений равновесия свободной системы и* $l(t) \to l_*$.

Кроме того, если в множестве $\Gamma_0 = \{x | Q(x) \leq Q_0\}$ *нет положений равновесия свободной системы, то цель управления* (9) *достигается при любых* $x(0) \in \Gamma_0$.

В разделе 2.3 проводится исследование динамики замкнутой системы (6), (7), (10). Результаты моделирования иллюстрируют достижение цели управления. Алгоритм управления раскачкой робота-акробота был реализован на роботе, собранном на кафедре теоретической кибернетики СПбГУ и используемом в учебных целях.

В **третьей главе** рассматривается задача управления синхронизацией многомашинной энергетической системы.

В разделе 3.1 дается постановка задачи управления синхронизацией энергосистемы. Рассматривается сеть, состоящая из N взаимосвязанных синхронных генераторов, каждый из которых описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка (R. Ortega et al., IEEE Transactions on automatic control, vol. 50, no. 1, January 2005):

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i, \\ \dot{\omega}_i = -D_i\omega_i + P_{mi} - G_i E_i^2 - E_i \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{N} E_j Y_{ij} \sin\left(\delta_i - \delta_j + \alpha_{ij}\right), \\ \dot{E}_i = u_i,\ i = \overline{1, N}. \end{cases} \tag{11}$$

где $i = 1, \ldots, N$, N – число генераторов, δ_i, ω_i, E_i – относительные угол, скорость и переходная ЭДС i-го генератора, D_i – демпфирование ротора i-го генератора, G_{ii} – проводимость короткого замыкания, P_{mi} – входная механическая мощность, G_{ij}, B_{ij} – активная и реактивная проводимости между i-м и j-м генераторами, $Y_{ij}^2 = G_{ij}^2 + B_{ij}^2$, $\mathrm{tg}\alpha_{ij} = \frac{G_{ij}}{B_{ij}}$ – параметры i-го генератора, u_i – это сигнал возбуждения поля ротора.

В устойчивой энергосистеме относительные скорости роторов генераторов ω_i должны быть нулевыми, а относительные углы δ_i – некоторыми постоянными значениями. Формальное определение устойчивой энергосистемы было дано Ж.Л. Виллемсом (J.L. Willems, Int.J.Control, V. 19, 1974, pp. 1-14): **Определение устойчивости энергосистемы.** *Энергосистема называется устойчивой по Виллемсу, если ее решения при заданных начальных условиях стремятся к множеству, определяемому следующими соотношениями:*

$$\delta_i - \delta_j = c_{ij};\ \omega_1 = \omega_2 = \ldots = \omega_N = 0, \tag{12}$$

где c_{ij} некоторые постоянные значения.

Ставится **цель управления**: для заданных начальных значений обеспечить стремление траекторий $\delta\left(t, \delta_0\right)$, $\omega\left(t, \omega_0\right)$, $E\left(t, E_0\right)$ к множеству (12).

В разделе 3.2 вводится функционал V_p на множестве траекторий системы (11) следующим образом:

$$V_p = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{2}\left(E_i - E_{di}\right)^2 + \int\limits_0^t \Big(\left(E_i - E_{di} - p_i\right)^2 - p_i u_i \Big)\, d\tau \right], \tag{13}$$

где $p_i = p_i(\delta, \omega)$ – некоторые гладкие функции, $z = (\delta, \omega, E)^T \in R^{3N}$, $E_{di} = const > 0$.

Теорема 3.1. *Функционал V_p является инвариантом системы* (11), *замкнутой управлениями $u_i = u_{i*}$, где*

$$u_{i*} = -\left[E_i - E_{di} - p_i(\delta, \omega)\right], \; i = 1, \ldots, N. \tag{14}$$

Вводится функционал Q при вещественном $V_d > 0$

$$Q = |V_p - V_d|. \tag{15}$$

Используя функционал (15) в качестве целевого, строится алгоритм скоростного градиента

$$u_i = -\gamma_i sign\left(V_p - V_d\right)\left[E_i - E_{di} - p_i(\delta, \omega)\right], \; i = 1, \ldots, N. \tag{16}$$

Теорема 3.2. *Пусть $\gamma_i > 1, \; i = 1, \ldots, N$. Тогда либо $V_p(x(t)) \to V_d$, либо $p_i(\delta(t), \omega(t)) \to const$ при $t \to \propto$ в системе* (11), (16).

Следствие. *Если взять $p_i = \mu_i \omega_i + \delta_i$, где $\mu_i > 0$, то из свойств устойчивых линейных систем получаем, что $\delta_i(t) \to const$ и $\omega_i(t) \to 0$ при $t \to \propto$, что соответствует устойчивости энергосистемы по Виллемсу.*

В разделе 3.3 проводится исследование динамики замкнутой системы для энергосети из пяти синхронных генераторов. Результаты компьютерного моделирования иллюстрируют достижение цели управления.

Широкий класс возникающих на практике систем описывается квазиполиномиальными моделями (процесс ферментации, многомерные системы Лотки-Вольтерра). В **четвертой главе** изложены результаты работы по квазиполиномиальным системам.

В разделах 4.1-4.2 дается математическая постановка задачи и разрабатывается алгоритм децентрализованного управления инвариантами в квазиполиномиальных системах при отсутствии и при наличии ограниченных возмущений (или потерь). В разделе 4.1 рассматривается система

$$\dot{y}_j = y_j \left(L_j + \sum_{i=1}^{m} A_{ji} \prod_{k=1}^{n} y_k^{B_{ik}} \right), \; j = 1, \ldots, n, \tag{17}$$

при отсутствии возмущений (и потерь), где $y \in int\left(R_+^n\right)$, A_{ji} – элементы матрицы $A \in R^{n \times m}$, B_{ik} – элементы матрицы $B \in R^{m \times n}$, L_j – компоненты вектора $L \in R$, $j = 1, \ldots, n$.

В работе (B. Hernandez-Bermejo, V. Fairen, Journal of Mathematical Analysis and Applications, pp.242-256, 2001) показано, что при $rank(B) = n, \; m \geq n$ система (17) может быть сведена к классической многомерной модели Лотки-Вольтерра:

$$\dot{x}_i = x_i \left(S_i + \sum_{j=1}^{N} M_{ij} x_j \right), \ i = 1, \ldots, N, \tag{18}$$

$$x_i = \prod_{k=1}^{n} y_k^{B_{ik}}, \ i = 1, \ldots, N, \tag{19}$$

где M_{ij} – элементы матрицы $M = BA$, S_i – компоненты вектора $S = BL$.

В систему (18) вводятся управления u_l, $l = l_* + 1, \ldots, N$; $l_* \geq 1$:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_i(t) \cdot \left(S_i + \sum_{j=1}^{m} M_{ij} x_j(t) \right), \ i = 1, 2, \ldots, l_* - 1, \\ \dot{x}_l = x_l(t) \cdot \left(S_l + \sum_{j=1}^{m} M_{lj} x_j(t) + u_l(t) \right), \ l = l_*, \ldots, N. \end{cases} \tag{20}$$

При выполнении условий $x_i = n_i > 0$, $M_{ii} = 0$, $M_{ij} = -M_{ji}$, $i, j = 1, \ldots, N$ функция

$$V_{qp}(x) = \sum_{i=1}^{N} n_i \left(\frac{x_i}{n_i} - \log \frac{x_i}{n_i} \right), \tag{21}$$

является инвариантом системы (20) при $u_l = 0$, $l = l_* + 1, \ldots, N$, $l_* \geq 1$. Цель управления ставится следующим образом (достижение заданного значения инварианта V_d):

$$V_{qp}\left(x(t)\right) \to V_d \text{ при } t \to \propto . \tag{22}$$

В разделе 4.1.2 синтезируется с помощью метода скоростного градиента алгоритм управления инвариантом (21):

$$u_l = -\gamma_l \left(V_{qp}(x) - V_d \right) \left(x_l(t) - n_l \right), \tag{23}$$

где $\gamma_l > 0$, $l = l_*, \ldots, N, l_* \geq 1$.

Установлен следующий результат об условиях достижения поставленной цели управления.

Теорема 4.1. *Пусть для системы Лотки-Вольтерра (20) существует равновесие $(n_1, \ldots, n_N)^T$ в положительном ортанте, и величины связей между переменными образуют кососимметрическую матрицу.*

- *Тогда либо полученный алгоритм достигает цели управления – желаемого значения инварианта V_d, либо переменные системы x_l стремятся к своим равновесным значениям n_l, $l = l_*, \ldots, N$, $l_* \geq 1$.*

- *Если целевое значение инварианта $V_d \geq V^e$, где $V^e = \sum\limits_{i=1}^{N} n_i$, и $V\left(x(0)\right) > V^e$, то цель управления достигается при любых начальных условиях и параметрах закона управления* (23).

В разделе 4.2 рассматривается система при наличии ограниченных возмущений:

$$\dot{x}_i = x_i(t) \cdot \left(N_i + \sum_{j=1}^{m} M_{ij} x_j(t) + u_i(t) \right) + \eta_i, \ i = 1, \ldots, N, \tag{24}$$

где $\eta = (\eta_1, \ldots, \eta_N)^T$. Ставится цель управления (приближение инварианта к желаемому значению с заданной точностью):

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} h^2\left(x(t)\right) \leq C_V. \tag{25}$$

где $h(x) = V_{qp}\left(x\right) - V_d$.

Для достижения поставленной цели применяется синтезированный с помощью метода скоростного градиента алгоритм управления инвариантом (23) при наличии ограниченного возмущения. Установлен следующий результат об условиях достижения поставленной цели управления алгоритмом (23):

Теорема 4.2. *Пусть для системы* (24) *выполняются условия:*

- $\|\eta(t)\| \leq C_\eta$, *где* C_η *– оценка уровня возмущения.*
- *Существует* ξ: $0 < \xi < (V_d)^2$: *множество* $Q_\xi = \{x \in R^n : Q(x) \leq \xi\}$ *компакт.*
- $x(0) \in Q_\xi$.
- $\forall x \in Q_\xi \ \|h(x)^T \nabla h(x)^T\| \leq C$.

Тогда алгоритм управления (23) *обеспечит выполнение цели управления* (25), *при этом* $C_V = 2CC_\eta/\epsilon$, *где*

$$\epsilon = \inf_{i;\ x \in Q_\xi} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{n_i}{x_i}\right)^2 > 0.$$

В разделе 4.2.3 приводятся вспомогательные результаты для систем вида

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u + \eta, \\ y = h(x) \end{cases} \tag{26}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния системы, $u \in R^m$ – вектор управлений, $\eta \in R^n$ – вектор величин, характеризующих неопределенность модели (26), или вектор возмущений. Ставится цель управления (приближение инварианта к желаемому значению с заданной точностью):

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} Q\left(x(t)\right) \leq C_Q,\ Q = y^2. \tag{27}$$

Для достижения цели управления предлагается алгоритм управления инвариантом, синтезированный с помощью метода скоростного градиента:

$$u = -\tilde{\gamma}\nabla_u \dot{Q} = -\gamma y^T \nabla h^T. \tag{28}$$

Установлен следующий результат об условиях достижения поставленной цели управления в условиях ограниченного возмущения (или потерь).

Теорема 4.3. *Пусть для системы* (26) *выполняются условия:*

- $f, g, h \in C^1$.
- $\|\eta(t)\| \leq C_\eta$.
- $L_f h\left(x\right) = 0$, *т.е.* $h\left(x\right)$ *– инвариант системы* (26) *без управления.*
- *Существует* $\xi > 0$*: множество* $Q_\xi = \{x \in R^n : Q(x) \leq \xi\}$ *является компактом.*
- $x(0) \in Q_\xi$.
- $\forall x \in Q_\xi\ \|h(x)^T \nabla h(x)^T\| \leq C$.
- *Минимальное собственное число матрицы* $A\left(x\right)^T A\left(x\right)$*, где* $A\left(x\right) = \nabla h\left(x\right)^T g\left(x\right)$*, равномерно положительно:*

$$\epsilon = \inf_{X\in Q_\xi} \lambda_{min}\left(A(x)^T A(x)\right) > 0.$$

Тогда алгоритм управления (28) *обеспечит выполнение цели управления* (27) *при этом* $C_Q = 2CC_\eta/\epsilon$.

В разделах 4.4-4.5 рассматриваются примеры систем, описываемых с помощью квази-полиномиальной модели (17) – модель процесса ферментации (A. Magyar, G. Szederkenyi, K.M. Hangos, Globally stabilizing feedback control of process systems in generalized Lotka-Volterra form, Journal of Process Control, 2008. – №18. – P. 80–91) и модель экосистемы (Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. М.: Наука, 1978).

Основные результаты работы

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту, заключаются в следующем:

1. Предложена постановка задачи синхронизации электроэнергетической сети как задачи стабилизации вспомогательного инвариантного функционала.

2. Разработан алгоритм управления синхронизацией электроэнергетической сети на основе управления вспомогательным инвариантным функционалом. Установлены условия достижения цели управления.

3. Разработаны новые алгоритмы управления инвариантами квазиполиномиальных систем на основе метода скоростного градиента. Установлены условия достижения цели управления при наличии возмущений.

4. Разработан новый алгоритм управления раскачкой робота-акробота. Установлены условия достижения цели управления.

5. Установлена возможность применения предложенного метода для стабилизации обобщенных моделей Лотки-Вольтерра при помощи сколь угодно малого управления при отсутствии возмущений.

6. Компьютерным моделированием получены количественные характеристики процессов управления. В частности, установлена достаточно быстрая сходимость процессов к синхронному режиму в замкнутых системах и их робастность по отношению к начальным условиям и параметрам объекта управления.

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в изданиях из перечня ВАК:

[1] Пчелкина И.В., Фрадков А.Л. Моделирование процесса управления синхронизацией многомашинной энергосистемы. // Информатика и системы управления, №4(24). - Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Амурский государственный университет, 2012 г. С. 18-26.

[2] Pchelkina I.V., Fradkov A.L., Control of oscillatory behavior of multispecies populations. // Ecological Modelling. – Elsevier, Vol. 227, Jan. 2012. P. 1-6.

[3] Ашихмина (Пчелкина) И.В., Управление многовидовыми экологическими системами. // Информатика и системы управления, №3(29). - Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Амурский государственный университет, 2011 г. С. 133-141.

Публикации в других изданиях:

[4] Ашихмина (Пчелкина) И.В. Определение характеристик электродвигателя LEGO Mindstorms NXT. // Материалы XII конференции молодых ученых, Навигация и управление движением, Санкт-Петербург, март 2010. С.285-291.

[5] Ashikhmina (Pchelkina) I.V., Fradkov A.L., Control of oscillatory behavior of multispecies populations. // Proceedings of the 13th International Student Olympiad on Automatic Control, Saint Petersburg, 2010. P. 141-145.

[6] Filippov S.A., Fradkov A.L., Ashikhmina (Pchelkina) I.V., Seifullaev R.E. LEGO Mindstorms NXT Robots and Oscillators in Control Education. // Workshop Periodic Control Systems – PSYCO 2010, August 26-28, 2010, Antalya, Turkey. P. 1146-1152.

[7] Ашихмина (Пчелкина) И.В, Фрадков А.Л. Синхронизация сети электрических генераторов. // Материалы 4-й Мультиконференции по проблемам управления, Дивноморское, 3-7 сент. 2011. Т.1, С.340-342.

[8] Pchelkina I.V., Fradkov A.L. Speed-gradient control of an invariant for multispecies populations. // 5th Intern. Conf. Physics and Control, Leon, Spain, 5-8 Sept. 2011. P. 85-91.

[9] Fradkov A.L., Furtat I., Pchelkina I.V., Robust transient synchronization of power networks. // Proceedings of HYCON2-AD2-WKS (HYCON2 Workshop on Energy), Bruxelles, Belgium, 3-4 Sept. 2012. P. 201-204.

[10] Пчелкина И.В, Фрадков А.Л. Синхронизация многомашинной энергосистемы с помощью управления инвариантом. // Материалы 5-й Мультиконференции по проблемам управления, Санкт-Петербург, 9-11 окт. 2012. С.211-214.

[11] Pchelkina Irina V. , Fradkov A. Combined Speed-Gradient Controlled Synchronization of Multimachine Power Systems. // 5th IFAC International Workshop on Periodic Control Systems – PSYCO 2013, July 3-5, 2013, University of Caen Basse-Normandie, Caen, France. P. 59-63.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

[1] Ашихмина (Пчелкина) И.В., Фрадков А.Л. Регистрация программы для ЭВМ «Управление двухзвенным маятником (Control of Acrobot)» (И100923233902) в отделе регистрации программ для ЭВМ, баз данных и топологий ИМС Федерального института промышленной собственности РОСПАТЕНТа, Инв. н. ВНТИЦ: 50201050020, дата регистрации: 01.10.2010.

[2] Ашихмина (Пчелкина) И.В., Фрадков А.Л. Регистрация программы для ЭВМ «Синхронизация сети электрических генераторов (Synchronization of multimachine power system)» (И110617165720) в отделе регистрации программ для ЭВМ, баз данных и топологий ИМС Федерального института промышленной собственности РОСПАТЕНТа, Инв. н. ВНТИЦ: 50201150886, дата регистрации: 27.06.2011