

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Антипов Кирилл Андреевич

**ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ
ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2013

Работа выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Тихонов Алексей Александрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Мельников Геннадий Иванович
(Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, профессор)

кандидат физико-математических наук,
доцент Диевский Виктор Алексеевич
(Военный институт (инженерно-технический)
Военной академии материально-технического обеспечения, доцент)

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Защита состоится «___» _____ 2013 г. в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.30 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9.

Автореферат разослан « ___ » _____ 2013 года.

Отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба направлять по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.232.30.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.30
доктор физико-математических наук,
профессор



Кустова Е.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие космодинамики обуславливает неослабевающий интерес к задаче управления вращательным движением искусственного спутника Земли (ИСЗ) относительно его центра масс. В зависимости от природы управляющих моментов, воздействующих на угловое движение ИСЗ, способов их реализации, а также от того, какие требуются при этом устройства, различают активные, пассивные и комбинированные системы управления угловым движением ИСЗ. Активные системы управления обеспечивают высокую точность ориентации ИСЗ при высоком быстродействии. В этом заключается их основное достоинство. Известными недостатками активных систем являются: ограниченное время работы, сложность, высокая цена и относительно низкая надежность, обусловленная наличием большого количества сложных элементов. Пассивные системы управления, использующие взаимодействие с геофизическими полями, не потребляют рабочее тело и энергию, запасенные на борту ИСЗ, и в этом плане выгодно отличаются от активных систем. При разработке пассивных систем управления приходится решать две основные проблемы: как создать восстанавливающий и демпфирующий моменты. В настоящее время известны различные способы решения этих проблем. Однако все они обладают общими ограничениями, связанными с относительно малыми величинами восстанавливающих и демпфирующих моментов и невозможностью изменить какие-либо параметры системы управления в процессе полета ИСЗ. Комбинированные системы управления (называемые также полупассивными или полуактивными) включают в себя как активные, так и пассивные элементы. При этом используют такие элементы, которые не требуют большого расхода энергии и сложной системы управления, включающей датчики ориентации. В остальном принципы функционирования пассивных и комбинированных систем управления совпадают. В настоящее время существует определенный класс ИСЗ, для которых достоинства пассивных систем управления являются определяющими, а недостатки – несущественными. В этом случае используются пассивные или комбинированные системы управления. Наиболее распространенными типами пассивных систем управления являются гравитационные и магнитные системы, использующие соответственно гравитационное и магнитное поля Земли для создания управляющих моментов. Магнитные системы управления (МСУ), наиболее близкие по своей сути к методу, разработанному в данной диссертации, основаны на формировании управляющего момента путем использования сил взаимодействия магнитного поля Земли (МПЗ) с собственным магнитным полем ИСЗ. В отличие от гравитационных и других пассивных систем управления МСУ способны легко изменять управляющие мо-

менты и реализовывать необходимые законы управления, что позволяет обеспечить точную ориентацию ИСЗ. Масса и энергопотребление МСУ незначительны. МСУ просты в конструктивном отношении и имеют высокую надежность. Вследствие этого они особенно полезны на долгофункционирующих ИСЗ. К недостаткам МСУ относятся малые эффективность и помехоустойчивость. Кроме упомянутых недостатков, МСУ обладает специфической особенностью, заключающейся в том, что хотя магнитное управление возможно на орбитах с любым наклоном, МСУ используются преимущественно на орбитах с большим наклоном.

Из вышеизложенного видно, что в настоящее время проблема угловой ориентации ИСЗ является важной и актуальной проблемой космодинамики, а известные подходы к ее решению нуждаются в совершенствовании.

Объект исследования. Объектом исследования в настоящей работе является ИСЗ, снабженный управляемым собственным магнитным моментом и электростатическим зарядом с управляемым вектором центра заряда. Работа посвящена дальнейшему развитию пассивных и комбинированных систем управления ИСЗ, основанных на использовании электродинамического взаимодействия заряженного ИСЗ с геомагнитным полем.

Целью работы является разработка метода стабилизации ИСЗ с помощью одновременного использования момента магнитного взаимодействия и момента сил Лоренца.

Задачи исследования. Для достижения указанной цели поставлены и решены следующие основные задачи:

- выявление недостатков известных систем управления ориентацией ИСЗ. Построение концепции электродинамической системы управления ИСЗ, лишенной этих недостатков;
- разработка методики выбора модели МПЗ для корректного учета магнитной индукции Земли в задачах динамики ИСЗ, взаимодействующих с МПЗ;
- построение математической модели вращательного движения ИСЗ с электродинамической системой управления (ЭДСУ) ориентацией ИСЗ;
- вывод закона управления ориентацией ИСЗ с ЭДСУ и его математическое обоснование;
- разработка методики создания демпфирующих моментов в рамках ЭДСУ;
- разработка методики электродинамической компенсации постоянно действующего возмущающего момента;
- оптимизация ЭДСУ для экономии энергетических ресурсов на борту ИСЗ.

Методы исследования. Используются классические методы теоретической механики, теории нелинейных колебаний и устойчивости движения, а

также тензорный анализ и элементы дифференциальной геометрии. Кроме того, для аналитических преобразований используются алгоритмы методов компьютерной алгебры, а для численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений применяются алгоритмы компьютерного моделирования.

Научная новизна. Данная диссертационная работа направлена на повышение эффективности управления процессами ориентации и стабилизации ИСЗ путем разработки нового – электродинамического метода управления вращательным движением ИСЗ. Метод основан на управляемом взаимодействии ИСЗ с геомагнитным полем посредством лоренцевых сил и сил магнитного взаимодействия. При этом исследование динамики вращательного движения ИСЗ впервые проводится с использованием уточненной математической модели геомагнитного поля, а именно октупольной аппроксимации МПЗ.

Достоверность результатов. Достоверность и обоснованность научных положений, выводов, рекомендаций и заключений, полученных в диссертации, подтверждается корректным использованием перечисленных выше методов исследования. Достоверность полученных результатов подтверждается также результатами компьютерных экспериментов, апробацией основных результатов на конференциях, в опубликованных работах и патенте на изобретение.

Практическая ценность. Полученные результаты могут быть использованы при решении задач, связанных с проблемой ориентации ИСЗ в пространстве, в практике разработки и конструирования систем активной радиационной защиты, при моделировании потенциальных силовых полей планет. Некоторые из полученных результатов защищены патентом РФ.

Апробация. Результаты работы обсуждались на семинарах кафедры теоретической и прикладной механики Санкт-Петербургского государственного университета, а также на конференциях (тезисы опубликованы):

- Международная научная конференция по механике “Четвертые Поляховские чтения”, 7 – 10 февраля 2006 г., Санкт-Петербург.
- IX Междунар. семинар им. Е.С. Пятницкого “Устойчивость и колебания нелин. систем управления”, ИПУ РАН, 31 мая – 2 июня 2006 г., Москва.
- Международная конференция “Пятое Окуневские чтения” 26 – 30 июня 2006 г., Балт. гос. техн. ун-т., Санкт-Петербург.
- IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, ННГУ им. Н.И. Лобачевского 22 – 28 августа 2006 г., Нижний Новгород.
- Международный конгресс “Нелинейный динамический анализ – 2007”, СПбГУ, 2007 г., Санкт-Петербург.
- X Междунар. семинар им. Е.С. Пятницкого “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления”, ИПУ РАН, 3 – 6 июня 2008 г., Москва.

- XI Междунар. семинар им. Е.С. Пятницкого “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления”, ИПУ РАН, 1 – 4 июня 2010 г., Москва.
- Conference “Advanced problems in Mechanics” APM'2010, 1–5 July, 2010, Repino, Saint-Petersburg, Russia.
- Международная конференция “Седьмые Окуневские чтения” 20 – 24 июня 2011 г., Балт. гос. техн. ун-т., Санкт-Петербург.
- The 3-rd International Congress of Serbian Society of Mechanics, 5 – 8 July 2011, Vlasina Lake, Serbia.
- X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теор. и прикл. мех., ННГУ им. Н.И. Лобачевского 24 – 30 августа 2011 г., Н. Новгород.
- The 2-nd International conf. “Contemporary problems of mathematics, mechanics and informatics” (CPMMI 2012), 17 – 19 June, 2012, Novi Pazar, Serbia.

Основные положения, выносимые на защиту.

- Аналитически и алгоритмически обоснована возможность мультипольного представления геомагнитного потенциала, а также магнитной индукции и ее градиента, с произвольной степенью точности. Составлена программа, позволяющая аналитически строить вектор \vec{B} магнитной индукции МПЗ в любом конечном приближении. Произведено разбиение околоземного пространства на области, в которых корректен учет конечного числа мультипольных составляющих вектора \vec{B} в зависимости от выбранных критериев точности. Это позволяет установить то необходимое и достаточное количество слагаемых в мультипольном разложении вектора \vec{B} , которое обеспечивает заданную точность нахождения вектора \vec{B} в любой точке орбиты ИСЗ с заданными параметрами радиуса и наклона.
- Построена электродинамическая система управления ориентацией ИСЗ на базе совместного использования лоренцева и магнитного моментов (\vec{M}_L и \vec{M}_M) с управляемыми электродинамическими параметрами – статическим моментом заряда первого порядка \vec{P} и собственным магнитным моментом \vec{I} . Выведены законы изменения управляемых векторов \vec{P} и \vec{I} , обеспечивающие реализацию не только восстанавливающих, но и дополнительных управляющих моментов, эквивалентных введению диссипации в систему управления. Доказано, что такая ЭДСУ позволяет обеспечить механизм демпфирования собственных колебаний ИСЗ не выходя за рамки тех функциональных возможностей, которые содержатся в самой ЭДСУ.
- Решены задачи стабилизации ИСЗ в орбитальной системе координат как для произвольного, так и для осесимметричного эллипсоида инерции. Доказана устойчивость стабилизируемых положений равновесия ИСЗ при постоянно

действующих возмущениях. Численный анализ подтверждает работоспособность разработанной ЭДСУ.

- Разработана и доказана возможность оптимизации законов управления электродинамическими параметрами ИСЗ с целью уменьшения энергетических затрат на борту ИСЗ на создание управляющих моментов \vec{M}_L и \vec{M}_M .

- Разработана методика электродинамической компенсации постоянно действующего возмущающего момента. Показано применение этой методики для стабилизации ИСЗ на регрессирующей вследствие сжатия Земли орбите.

- Для численного анализа и трехмерного моделирования управляемого движения ИСЗ создан комплекс программ, который позволяет: получать аналитические выражения для мультипольных тензоров МПЗ; проводить численное интегрирование дифференциальных уравнений; моделировать трехмерную визуализацию движения; численно оценивать величины управляющих и возмущающих моментов; проводить построение областей устойчивости; проводить вычисления на базе произвольной аппроксимации МПЗ.

Структура диссертации. Диссертация, состоящая из введения, шести глав, заключения, библиографического списка и пяти приложений, содержит 219 страниц основного текста. Приложения имеют объем 30 страниц. Диссертация содержит 77 рисунков, 1 таблицу. Библиографический список использованных источников содержит 115 наименований.

Публикации. Результаты исследований отражены в работах [1]–[11], из них 6 работ опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК, и 1 патент РФ на изобретение. В работе [1] соавторам принадлежат постановка задачи и выбор закона управления. Работа [2] написана автором единолично. В работе [3] соавтору принадлежат постановка задачи и выбор закона управления. В работе [4] соавтору принадлежит раздел: “Цели и задачи комплекса”. В работе [5] соавторам принадлежат постановка задачи, идея оптимизации демпфирующих моментов, выбор параметров, характеризующих экономию энергозатрат. В работах [6] и [9] соавтору принадлежат постановка задачи, подход к написанию алгоритма для вывода элементов мультипольных тензоров произвольного ранга. В работе [7] соавторам принадлежат постановка задачи и выбор структуры восстанавливающего момента. В работе [8] соавтору принадлежит идея реализации управляющего момента с помощью двойного электростатического слоя. В работе [10] соавтору принадлежат разделы 1 и 2. В работе [11] соавтору принадлежат постановка задачи, разделы 3 и 4.

Поддержка. Исследования автора были поддержаны грантом РФФИ №05-01-01073-а.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** определяется место и практическое значение рассматриваемых в работе задач, обосновывается актуальность исследуемой проблемы, дается краткий анализ литературы по теме диссертации, формулируются цели диссертации, отмечаются основные моменты, определяющие новизну постановки задач, приводится краткое изложение содержания работы, а также перечисляются основные результаты, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена проблеме математического моделирования МПЗ. Для построения математических моделей вращательного относительно центра масс движения ИСЗ, находящихся под воздействием разнообразных моментов сил, вызванных взаимодействием с МПЗ, например, магнитных, лоренцевых и др., прежде всего, требуется знать индукцию МПЗ (а иногда и градиент индукции) в функции радиус-вектора точки околоземного пространства. Ввиду сложного строения МПЗ и отсутствия указанной функциональной зависимости в аналитическом виде возникает проблема математического моделирования МПЗ как неизбежного этапа при построении наиболее подходящей математической модели динамики ИСЗ, на базе которой далее будет производиться аналитическое и/или численное исследование той или иной задачи.

Анализ литературы свидетельствует о том, что использование простейших моделей МПЗ не всегда приводит к качественно верным результатам. Показано, что построение математических моделей вращательного движения ИСЗ, корректно учитывающих все слагаемые одного порядка в выражении магнитной индукции МПЗ, приводит к необходимости учета квадрупольной и, возможно, мультипольных составляющих более высоких порядков (в зависимости от постановки задачи). Кроме того, актуальность учета мультипольных составляющих МПЗ обостряется еще и потому, что МПЗ претерпевает изменения, в результате которых по имеющимся данным за последние 100 лет дипольная составляющая МПЗ убывает, а квадрупольная возрастает.

Еще одной причиной исследований, выполненных в первой главе, является необходимость адаптации потенциала МПЗ

$$U^* = \sum_{n=1}^{\infty} U_n^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_3^{n+2}}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta^*) (g_n^m \cos m\lambda^* + h_n^m \sin m\lambda^*)$$

и вектора магнитной индукции МПЗ $\vec{B} = -gradU^*$ к использованию декартовых координат вместо традиционно применяемых в геофизике сферических координат (r, θ^*, λ^*) точки околоземного пространства. Здесь R_3 – средний радиус Земли, $P_n^m(x)$ – квазинормированные по Шмидту присоединенные функ-

ции Лежандра, гауссовы коэффициенты g_n^m и h_n^m определяются экспериментально-статистическими методами и утверждаются Международной Ассоциацией Геомагнетизма и Аэронаутики на несколько лет вперед.

Для достижения поставленных целей развит математический аппарат, позволивший аналитически построить потенциал и вектор магнитной индукции МПЗ в произвольном приближении и удобном для использования совместно с декартовыми координатами виде

$$U^* = \sum_{n=1}^{\infty} U_n^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_3^{n+2}}{r^{2n+1}} M^{(n)} \underset{n}{\overset{\cdot\cdot\cdot}{\cdot}} (\otimes^n \vec{r}).$$

При этом каждой из мультипольных составляющих геомагнитного потенциала поставлен в соответствие однозначно определяемый тензор $M^{(n)}$ соответствующего ранга n , названный мультипольным тензором и зависящий только от гауссовых коэффициентов, как объективная характеристика данной составляющей. Символ \otimes обозначает внешнее (тензорное) произведение двух тензоров, а операция, обозначенная символом $\otimes^n \vec{r}$, формирует тензор ранга n и определяется по индукции следующим образом: $\otimes^1 \vec{r} = \vec{r}$, $\otimes^{n+1} \vec{r} = \otimes^n \vec{r} \otimes \vec{r}$.

Операция, обозначаемая символом $\underset{n}{\overset{\cdot\cdot\cdot}{\cdot}}$ и называемая n -кратным скалярным произведением, – одна из возможных n -кратных сверток тензорного произведения тензоров \mathbf{A} и \mathbf{B} ранга не менее n , определяемая в виде

$$\mathbf{A} \underset{n}{\overset{\cdot\cdot\cdot}{\cdot}} \mathbf{B} = \sum_{i_1} \sum_{i_2} \dots \sum_{i_n} A_{i_m, i_{m-1}, \dots, i_n, i_{n-1}, \dots, i_2, i_1} \times B_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i_n, \dots, i_{p-1}, i_p}.$$

Индексы суммирования $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i_n$ принимают значения от 1 до размерности тензоров. Доказано, что все мультипольные тензоры $M^{(n)}$ обладают свойствами: 1) симметричности по любой паре индексов, 2) равенства нулю любой свертки по паре индексов.

Разработан алгоритм, который позволяет единственным образом находить компоненты мультипольных тензоров через гауссовы коэффициенты. Компьютерная реализация алгоритма позволила впервые получить неизвестные ранее компоненты мультипольных тензоров высших рангов.

Обоснована ключевая роль мультипольных тензоров в понимании мультипольной структуры геомагнитного потенциала. Полученные результаты имеют общетеоретическое значение, поскольку могут быть использованы для решения широкого круга прикладных задач, связанных с учетом взаимодействия ИСЗ с МПЗ (магнитного, кулонова, лоренцева, за счет вихревых токов и пр.).

В задачах динамики ИСЗ, взаимодействующих с МПЗ, основную роль играет не потенциал МПЗ, а магнитная индукция МПЗ. Доказано, что вектор магнитной индукции МПЗ может быть представлен в виде $\vec{B} = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{B}^{(n)}$, где

$$\vec{B}^{(n)} = \begin{pmatrix} B_{\xi}^{(n)} \\ B_{\eta}^{(n)} \\ B_{\zeta}^{(n)} \end{pmatrix} = \left(\frac{R_3}{r} \right)^{n+2} \begin{pmatrix} n \sin u & -n \cos u & 0 \\ 0 & 0 & -n \\ (n+1) \cos u & (n+1) \sin u & 0 \end{pmatrix} M_0^{(n)} \underset{n-1}{\dots} \otimes^{n-1} \begin{pmatrix} \cos u \\ \sin u \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\xi\eta\zeta$ – оси орбитальной системы координат, u – аргумент широты, а $M_0^{(n)}$ – мультипольный тензор n -го ранга, преобразованный по формуле

$$(M_0^{(n)})_{i_1, i_2, \dots, i_n} = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_n=1}^3 \gamma_{i_1, j_1} \gamma_{i_2, j_2} \dots \gamma_{i_n, j_n} M_{j_1, j_2, \dots, j_n}^{(n)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= \cos \phi, & \gamma_{12} &= -\sin \phi, & \gamma_{13} &= 0, & \gamma_{21} &= \cos i \sin \phi, & \gamma_{22} &= \cos i \cos \phi, & \gamma_{23} &= \sin i, \\ \gamma_{31} &= -\sin i \sin \phi, & \gamma_{32} &= -\sin i \cos \phi, & \gamma_{33} &= \cos i, \end{aligned}$$

i – угол наклона орбиты, ϕ – часовой угол восходящего узла орбиты.

С использованием этих формул составлена программа для пакета *Maple*, позволяющая: 1) построить вектор \vec{B} в любом конечном приближении, 2) установить то необходимое и достаточное количество слагаемых, которое обеспечивает заданную точность нахождения вектора \vec{B} в любой точке орбиты с заданными параметрами радиуса R и наклона i . Решение второй из упомянутых задач важно не столько для выполнения

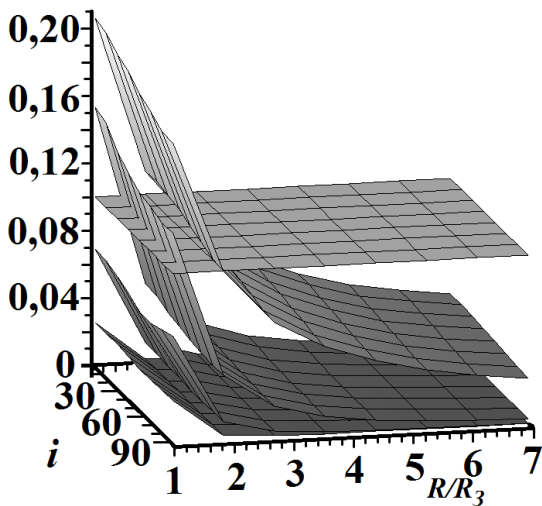


Рис. 1

численных расчетов, сколько для аналитических исследований динамики ИСЗ, взаимодействующих с МПЗ, поскольку позволяет обосновать выбор той или иной приближенной модели МПЗ, максимально простой, но вместе с тем обеспечивающей желаемую точность. Пример практического использования программы приведен на рис. 1. По горизонтальным осям отложены параметры орбиты – угол наклона в градусах и отношение радиуса орбиты к радиусу Земли, по вертикальной оси – отношения средних по орбитальному движению значений норм мультипольных составляющих магнитной индукции $\|\mathbf{B}^{(n)}\|$ (выше дипольной) к первой $\|\mathbf{B}^{(1)}\|$ (дипольной) составляющей индукции МПЗ. Горизонтальные сечения получен-

ных задач важно не столько для выполнения численных расчетов, сколько для аналитических исследований динамики ИСЗ, взаимодействующих с МПЗ, поскольку позволяет обосновать выбор той или иной приближенной модели МПЗ, максимально простой, но вместе с тем обеспечивающей желаемую точность. Пример практического использования программы приведен на рис. 1. По горизонтальным осям отложены параметры орбиты – угол наклона в градусах и отношение радиуса орбиты к радиусу Земли, по вертикальной оси – отношения средних по орбитальному движению значений норм мультипольных составляющих магнитной индукции $\|\mathbf{B}^{(n)}\|$ (выше дипольной) к первой $\|\mathbf{B}^{(1)}\|$ (дипольной) составляющей индукции МПЗ. Горизонтальные сечения получен-

ных поверхностей позволяют однозначно определить необходимое и достаточное количество слагаемых в разложении вектора \vec{B} , обеспечивающее заданную точность (для точности 10% такое сечение показано на рис. 1).

Во многих исследованиях, связанных с учетом влияния МПЗ на вращательное движение ИСЗ относительно его центра масс, требуется знать значение вектора \vec{B} не только в точке орбиты, соответствующей положению центра масс ИСЗ в данный момент времени, но и в произвольной точке ИСЗ с учетом его пространственных размеров, то есть требуется учитывать градиентность МПЗ (неоднородность МПЗ в объеме ИСЗ). Поэтому, завершающий параграф первой главы посвящен разработке тензорного представления мультипольных составляющих градиента магнитной индукции МПЗ. Результаты, полученные в первой главе, в равной мере применимы не только к МПЗ, но и к произвольным потенциальным полям.

Во **второй главе** строится математическая модель вращательного движения ИСЗ, взаимодействующего с геомагнитным полем благодаря наличию собственного магнитного момента и электростатического заряда.

Инерционные свойства ИСЗ характеризуются тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}(A, B, C)$ в системе его главных центральных осей инерции S_{xyz} с осями $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Электростатические свойства ИСЗ характеризуются плотностью σ распределения заряда по объему V и суммарным зарядом $Q = \int_V \sigma dV$, а также

понятиями центра заряда, главных осей заряда и интегральных характеристик распределения заряда. Центр заряда O определяется следующим радиус-вектором относительно центра масс ИСЗ:

$$\vec{CO} = \vec{\rho}_0 = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k} = Q^{-1} \int_V \sigma \vec{\rho} dV.$$

Здесь $\vec{\rho}$ – радиус-вектор элемента dV относительно центра масс ИСЗ, интегрирование производится по объему, в котором распределен заряд. В частности, заряд ИСЗ может быть распределен по некоторой его поверхности. Магнитные свойства ИСЗ характеризуются собственным магнитным моментом \vec{I} .

Указанные электромагнитные свойства ИСЗ обуславливают возникновение момента лоренцевых сил \vec{M}_L и момента магнитного взаимодействия \vec{M}_M , которые, как показано в работе, могут быть использованы в качестве управляющих моментов.

Кинематическими характеристиками вращательного движения ИСЗ являются: абсолютная угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловая скорость ИСЗ относительно

орбитальной системы координат $\vec{\omega}' = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$. Эти величины связаны соотношением $\vec{\omega} = \vec{\omega}' + \vec{\omega}_0$, которое в проекциях на оси $Cxyz$ имеет вид

$$\omega_x = p + \omega_0\beta_1, \quad \omega_y = q + \omega_0\beta_2, \quad \omega_z = r + \omega_0\beta_3.$$

В качестве дифференциальных уравнений вращательного движения ИСЗ относительно его центра масс используются динамические уравнения Эйлера

$$\mathbf{J} \cdot \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) + \vec{\omega} \times (\mathbf{J}\vec{\omega}) = \vec{M},$$

где момент \vec{M} включает в себя моменты сил, оказывающих как управляющее, так и возмущающее воздействие на ориентацию ИСЗ. Среди возмущающих моментов, действующих на ИСЗ, наиболее значительным является гравитационный момент сил ньютоновского притяжения $\vec{M}_\Gamma = 3\omega_0^2 \vec{\zeta}_0 \times (\mathbf{J}\vec{\zeta}_0)$, где $\vec{\zeta}_0$ – орт местной вертикали. Для замыкания системы дифференциальных уравнений вращательного движения ИСЗ используются кинематические уравнения, записываемые в «самолетных» углах или в параметрах Родрига-Гамильтона.

В третьей главе анализируются свойства главного момента сил Лоренца, аппроксимируемого выражением $\vec{M}_\Gamma = \vec{P} \times \vec{T}$. Здесь $\vec{P} = Q\vec{\rho}_0$, $\vec{T} = \mathbf{A}^T(\vec{v}_C \times \vec{B})$, \vec{v}_C – скорость центра масс ИСЗ относительно МПЗ, \vec{B} – индукция МПЗ в центре масс ИСЗ, \mathbf{A} – матрица направляющих косинусов осей системы координат $Cxyz$ относительно осей системы координат $C\xi\eta\zeta$, задается таким образом, что $\vec{\xi}_0 = \alpha_1\vec{i} + \alpha_2\vec{j} + \alpha_3\vec{k}$, $\vec{\eta}_0 = \beta_1\vec{i} + \beta_2\vec{j} + \beta_3\vec{k}$, $\vec{\zeta}_0 = \gamma_1\vec{i} + \gamma_2\vec{j} + \gamma_3\vec{k}$.

Проведенная оценка $|\vec{M}_\Gamma|$ для реальных значений параметров ИСЗ и его орбиты свидетельствует о том, что \vec{M}_Γ может значительно превышать гравитационный и другие возмущающие моменты по величине.

Объясняется механизм возникновения восстанавливающих свойств этого момента. Рассматриваются особенности и способы технической реализации управляемого лоренцева момента. Предполагая, что желаемая ориентация ИСЗ в орбитальной системе координат задана некоторым значением матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 = \text{const}$, подставим \mathbf{A}_0 в выражение \vec{M}_Γ и найдем такие значения вектора \vec{P} , при которых \vec{M}_Γ обращается в ноль при желаемой ориентации ИСЗ. Тогда $\vec{P} = Qk_\Gamma(t)\mathbf{A}_0^T(\vec{v}_C \times \vec{B})$, где $k_\Gamma(t)$ – произвольная скалярная функция времени. Следовательно, если \vec{P} будет изменяться по указанному закону, то момент \vec{M}_Γ будет являться восстанавливающим в окрестности заданного положения и может быть использован для поддержания заданной ориентации ИСЗ. Следует отметить, что найденное программное управление вектором \vec{P} опирается на использование заранее известных законов изменения векторов \vec{v}_C и \vec{B} в зависи-

мости от времени и, поэтому, не требует измерения каких-либо физических параметров на борту ИСЗ в процессе стабилизации.

Далее рассматриваются две задачи о стабилизации ИСЗ с помощью момента \vec{M}_L в орбитальной системе координат. Первая – о стабилизации ИСЗ с произвольным эллипсоидом инерции в прямом положении равновесия $A=\text{diag}(1,1,1)$. Вторая – о трехосной стабилизации динамически симметричного ИСЗ в непрямом положении равновесия. Известно, что она представляет большой практический интерес, однако не решается с помощью метода, основанного на использовании гравитационного момента. При аналитическом решении обеих задач впервые применяется октупольное приближение для вектора \vec{B} .

Аналитически доказано, что найденный закон управления положением центра заряда позволяет при наличии демпфирования в системе ИСЗ обеспечить: асимптотическую устойчивость стабилизируемого прямого положения равновесия для ИСЗ, находящихся на орбитах малых наклонений; устойчивость при постоянно действующих возмущениях для ИСЗ, находящихся на орбитах среднего и большого наклонений. Численный анализ подтверждает работоспособность предложенного метода управления.

Обнаружено, что использование более простых моделей МПЗ (дипольной или квадрупольной) может приводить к качественно неверным результатам. Для иллюстрации этого факта построены графики зависимостей «самолетных» углов ориентации ИСЗ от аргумента широты u с использованием квадрупольной (рис. 2) и октупольной (рис. 3) аппроксимаций МПЗ при одинаковых начальных условиях, значениях параметров ИСЗ и его орбиты.

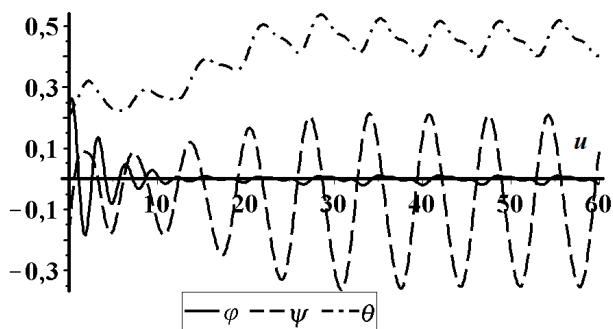


Рис. 2

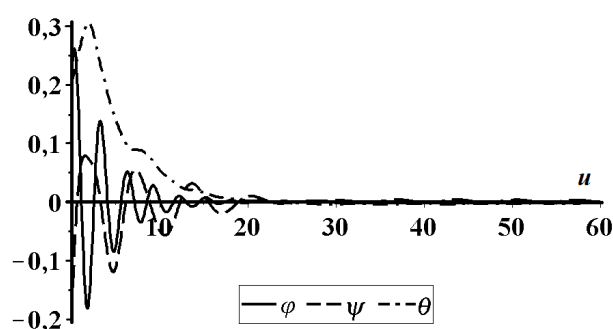


Рис. 3

В четвертой главе анализируются преимущества, недостатки и особенности систем управления ориентацией ИСЗ, основанных на использовании одного из моментов \vec{M}_L или \vec{M}_M . Из особенностей отметим следующие: 1) $\vec{M}_L \perp \vec{T}$ и, поэтому, невозможно создать управляющий момент \vec{M}_L , направленный вдоль вектора \vec{T} , аналогично $\vec{M}_M \perp \vec{B}$ и, поэтому, невозможно создать управляющий момент \vec{M}_M , направленный вдоль вектора \vec{B} (рис. 4); 2) $|\vec{M}_L|$ пропорци-

онален $|\vec{T}|$. Поэтому использование \vec{M}_L наиболее эффективно для стабилизации ИСЗ, находящихся на орбитах с малыми

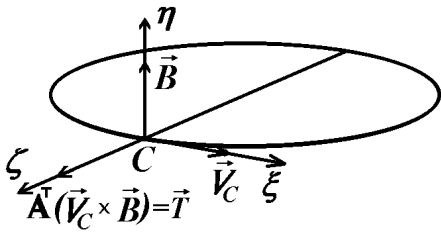


Рис. 4

наклонениями, т.к. для этих орбит средние за период обращения значения $|\vec{T}|$ больше, чем для орбит с большими наклонениями. Использование \vec{M}_M наоборот наиболее эффективно для стабилизации ИСЗ, находящихся на орбитах близких к полярным.

Сравнив отмеченные выше особенности и вытекающие из них недостатки магнитных систем управления и систем, использующих момент \vec{M}_L , легко заметить, что эти недостатки взаимно компенсируются при создании единой электродинамической системы управления ориентацией ИСЗ, использующей одновременно оба управляющих момента: \vec{M}_L и \vec{M}_M .

Момент $\vec{M}_M = \vec{T} \times \mathbf{A}^T \vec{B}$, обращается в ноль и, таким образом, является восстанавливающим в окрестности желаемой ориентации $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 = \text{const}$ при $\vec{T} = k_M(t) \mathbf{A}_0^T \vec{B}$, где $k_M(t)$ – произвольная скалярная функция времени.

Далее дается развитие и решение двух задач, сформулированных в третьей главе, путем совместного использования управляющего воздействия моментов \vec{M}_L и \vec{M}_M . В том же объеме, как и в третьей главе, проведено исследование и доказана возможность стабилизации ИСЗ при наличии демпфирования. Приведены результаты численного интегрирования дифференциальных уравнений движения ИСЗ. При совместном использовании моментов \vec{M}_L и \vec{M}_M обнаружено расширение области инерционных и электромагнитных параметров ИСЗ, позволяющих осуществить стабилизацию ИСЗ, а также выявлено уменьшение времени стабилизации ИСЗ.

В пятой главе завершено построение электродинамической системы управления. Доказано, что развиваемая в диссертации концепция построения ЭДСУ на базе совместного использования \vec{M}_L и \vec{M}_M с управляемыми электродинамическими параметрами – статическим моментом заряда первого порядка \vec{P} и собственным магнитным моментом \vec{I} – позволяет обеспечить механизм демпфирования собственных колебаний ИСЗ не выходя за рамки тех функциональных возможностей, которые содержатся в самой ЭДСУ. Для этого выведены законы изменения управляемых векторов \vec{P} и \vec{I} :

$$\vec{P} = Q(k_L \vec{T}_0 + h_L \vec{\omega}' \times \vec{T}), \quad \vec{I} = k_M \vec{B}_0 + h_M \vec{\omega}' \times \mathbf{A}^T \vec{B}, \quad \text{где } \vec{B}_0 = \mathbf{A}_0^T \vec{B}, \quad (1)$$

обеспечивающие реализацию не только восстанавливающих, но и дополнительных управляющих моментов, эквивалентных введению диссипации в систему управления. В результате управляющие моменты \vec{M}_L и \vec{M}_M примут вид

$$\vec{M}_L = Q(k_L \vec{T}_0 \times \vec{T} + h_L (\vec{\omega}' \times \vec{T}) \times \vec{T}), \quad \vec{M}_M = k_M \vec{B}_0 \times \mathbf{A}^T \vec{B} + h_M (\vec{\omega}' \times \mathbf{A}^T \vec{B}) \times \mathbf{A}^T \vec{B},$$

где $h_L = h_L(t)$ и $h_M = h_M(t)$ – произвольные скалярные функции времени.

Далее решены задачи стабилизации ИСЗ с произвольным эллипсоидом инерции в прямом положении равновесия в орбитальной системе координат и стабилизации динамически симметричного ИСЗ в непрямом положении равновесия в орбитальной системе координат. Доказана устойчивость стабилизируемых положений ИСЗ при постоянно действующих возмущениях. Для каждой задачи проведен численный анализ дифференциальных уравнений управляемого движения ИСЗ, который подтверждает работоспособность разработанной ЭДСУ, позволяющей отказаться от отдельной системы демпфирования и, следовательно, избежать известных технических трудностей при реализации такой системы на борту ИСЗ. Так, например, на рис. 5 построены графики зависимостей «самолетных» углов ориентации ИСЗ от аргумента широты при наличии управляющих моментов \vec{M}_L и \vec{M}_M , а на рис. 6 – при их отсутствии.

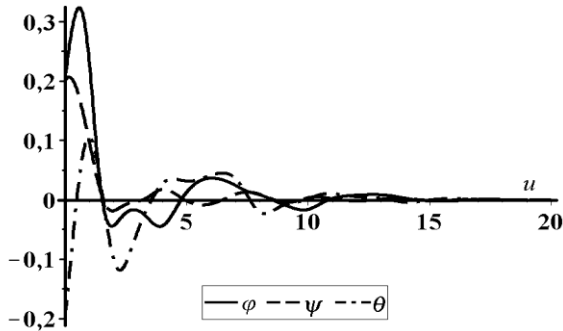


Рис. 5

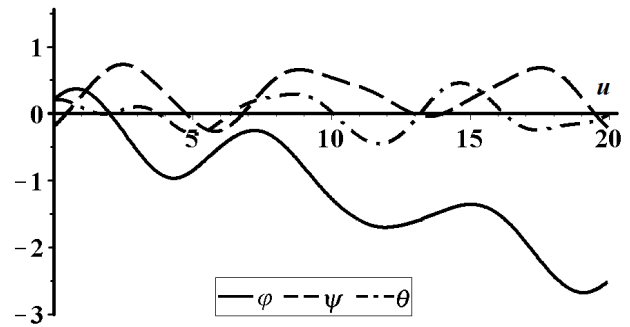


Рис. 6

Расчеты выполнены при следующих значениях параметров ИСЗ и его орбиты: $R = 7 \cdot 10^6$ м, $i = \pi/3$ рад, $A = 10^3$ кг · м², $Q = 5 \cdot 10^{-3}$ Кл, $\delta = 0.7$, $\varepsilon = 0.7$, $k_L = 10$ с/Тл, $k_M = 2 \cdot 10^6$ Н · м/Тл², $h_L = 8 \cdot 10^2$ с²/Тл, $h_M = 10^9$ Н · м · с/Тл². При таком выборе параметра δ гравитационный момент \vec{M}_r является возмущающим с точки зрения стабилизации ИСЗ в прямом положении равновесия. В качестве начальных значений выбраны $\varphi(0) = 0.2$, $\psi(0) = -0.2$, $\theta(0) = 0.2$, $\Omega_x(0) = 0.1$, $\Omega_y(0) = 1.1$, $\Omega_z(0) = 0.1$, $\vec{\Omega} = \omega_0^{-1} \vec{\omega}$ – безразмерная угловая скорость.

Шестая глава посвящена анализу некоторых дополнительных факторов, которые могут быть учтены в работе ЭДСУ.

Сформулированная в пятой главе концепция построения ЭДСУ приводит к выбору управляемых векторов \vec{P} и \vec{T} в виде (1). Анализируя структуру этих выражений, можно заметить, что законы управления векторами \vec{P} и \vec{T} могут быть оптимизированы. Действительно, составляющая \vec{T}_0^{\parallel} вектора \vec{T}_0 , направленная вдоль вектора \vec{T} , не вносит никакого вклада в управляющий момент \vec{M}_L . Поэтому, имея магнитометры на борту ИСЗ и располагая данными о ско-

рости движения центра масс ИСЗ, можно вычислять вектор \vec{T} и реализовывать более экономичный закон управления восстанавливающей составляющей вектора \vec{P} , строя ее в виде $k_{\text{л}}\vec{T}_0^{\perp} = k_{\text{л}}(\vec{T}_0 - \vec{T}_0^{\parallel}) = k_{\text{л}}\left(\vec{T}_0 - (\vec{T}_0\vec{T})\frac{\vec{T}}{|\vec{T}|^2}\right)$. В случае нецелесообразности использования магнитометров достаточно иметь на борту измерительное устройство для определения ориентации ИСЗ относительно базовой системы координат, что также позволит вычислять вектор \vec{T} в системе координат, жестко связанной с ИСЗ. Аналогичным образом можно улучшить и закон управления восстанавливающей составляющей вектора \vec{I} .

Диссипативные составляющие моментов $\vec{M}_{\text{л}}$ и $\vec{M}_{\text{м}}$ могут быть оптимизированы за счет более рационального выбора зависимости \vec{P} и \vec{I} от угловой скорости $\vec{\omega}'$. Поскольку составляющая угловой скорости $\vec{\omega}'$, направленная вдоль векторов \vec{T} и $\mathbf{A}^T\vec{B}$ в формуле (1), не участвует в создании диссипативных составляющих моментов $\vec{M}_{\text{л}}$ и $\vec{M}_{\text{м}}$, то целесообразно заменить $\vec{\omega}'$ на $\vec{\omega}'_{\perp}$, где $\vec{\omega}'_{\perp}$ – составляющая $\vec{\omega}'$, ортогональная к вектору \vec{T} . В результате получено

$$\vec{P} = Qk_{\text{л}}\left[\vec{T}_0 - \frac{(\vec{T}_0\vec{T})\vec{T}}{|\vec{T}|}\right] + Qh_{\text{л}}\left[\frac{d\vec{T}}{dt} - \left(\frac{d\vec{T}}{dt}\right)\right], \quad \vec{I} = k_{\text{м}}\left[\vec{B}_0 - \frac{(\vec{B}_0\vec{B})\vec{B}}{|\vec{B}|}\right] + h_{\text{м}}\left[\frac{d\vec{B}}{dt} - \left(\frac{d\vec{B}}{dt}\right)\right].$$

Таким образом, в 1-ом параграфе главы 6 разработана и доказана возможность оптимизации законов управления с целью уменьшения энергетических затрат на борту ИСЗ на создание управляющих моментов $\vec{M}_{\text{л}}$ и $\vec{M}_{\text{м}}$.

Во 2-ом параграфе главы 6 рассматриваются задачи, в которых наличие малого возмущающего момента приводит к исчезновению положений равновесия ИСЗ в базовой системе координат. Показано, что, не выходя за рамки концепции ЭДСУ, можно компенсировать влияние постоянно действующего возмущающего момента и обеспечить существование и устойчивость программного положения равновесия ИСЗ в базовой системе координат. Пусть \vec{g} – вектор постоянно действующего возмущающего момента, который надо скомпенсировать. Введем в рассмотрение ортонормированный базис векторов $(\vec{b}, \vec{t}, \vec{s})$ таких,

что $\vec{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$, $\vec{t} = \frac{\vec{T}}{|\vec{T}|}$, $\vec{s} = \frac{\vec{B} \times \vec{T}}{|\vec{B} \times \vec{T}|}$. Необходимо подобрать вектор статического момента заряда ИСЗ $\vec{P}_g = p_1\vec{b} + p_2\vec{t} + p_3\vec{s}$ и вектор собственного магнитного момента ИСЗ $\vec{I}_g = i_1\vec{b} + i_2\vec{t} + i_3\vec{s}$ так, чтобы вектор момента $\vec{g} = g_1\vec{b} + g_2\vec{t} + g_3\vec{s}$

(где $g_1 = \frac{\vec{g}\vec{B}}{|\vec{B}|}$, $g_2 = \frac{\vec{g}\vec{T}}{|\vec{T}|}$, $g_3 = \frac{\vec{g}(\vec{B} \times \vec{T})}{|\vec{B} \times \vec{T}|}$) лежал в плоскости управляющих моментов и выполнялось равенство $\vec{P}_g \times \vec{T} + \vec{I}_g \times \vec{B} + \vec{g} = 0$. Откуда следует, что векторы \vec{P}_g и \vec{I}_g

можно выбрать в виде $\vec{P}_g = p_1\vec{b} + p_3\vec{s}$, $\vec{I}_g = i_2\vec{t} + i_3\vec{s}$, где p_1, p_3, i_2, i_3 удовлетворяют равенству $g_1p_1i_3 + g_2p_3i_2 + g_3p_3i_3 = 0$, причем $p_3 \neq 0$ и $i_3 \neq 0$.

Таким образом, разработана методика электродинамической компенсации постоянно действующего возмущающего момента. Далее в главе 6 показано применение этой методики для решения конкретной задачи стабилизации ИСЗ, находящегося на регрессирующей вследствие сжатия Земли орбите.

В конце каждой главы диссертации сформулированы основные результаты, полученные в данной главе.

В приложении А приведен текст программы на языке пакета *Maple*. Программа позволяет аналитически находить компоненты мультипольных тензоров. Алгоритм работы программы обсуждается в первой главе, где показано, каким образом можно модифицировать программу для нахождения тензоров произвольного ранга на примере тензоров двух соседних рангов – 5-го и 6-го. В приложении А приведен пример такой модификации для тензора 7-го ранга. Результаты работы этой программы также приведены в первой главе.

В приложении В приведены найденные в диссертации компоненты мультипольных тензоров с 1-го по 7-ой рангов.

В приложении С содержится программа для пакета *Maple*, позволяющая построить вектор \vec{B} магнитной индукции МПЗ в любом конечном приближении, а также установить то необходимое и достаточное количество слагаемых в его разложении, которое обеспечивает заданную точность нахождения вектора \vec{B} в любой точке орбиты с заданными параметрами радиуса R и наклона i . Результаты работы программы использованы при постановке всех численных экспериментов, выполненных в диссертации.

В приложении D приведены полученные в диссертации явные аналитические выражения проекций вектора магнитной индукции МПЗ на оси орбитальной системы координат в октупольной аппроксимации МПЗ.

В приложении E приведены полученные в диссертации аналитические выражения для средних значений некоторых используемых в работе функций времени.

Список опубликованных статей автора по теме диссертации

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

1. *Антипов К.А., Петров К.Г., Тихонов А.А.* Электродинамический метод трехосной стабилизации динамически симметричного космического аппарата // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1, 2006, Вып. 1 (№ 1) С. 79 – 90.

2. *Антипов К.А.* О влиянии октупольных составляющих геомагнитного потенциала на процесс электродинамической стабилизации космического аппарата // Вестн. С.-Петербург. ун-та., Сер.1, 2007, Вып.2, С. 90 – 100.

3. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Параметрическое управление в задаче о стабилизации космического аппарата в магнитном поле Земли // Автоматика и телемеханика, № 8, 2007, С. 44 – 56.

4. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Комплекс аналитических и численных программ для решения некоторых задач динамики вращательного движения ИСЗ // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. № 4 Часть 2. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2011. – 594 с., С. 332-333.

5. *Антипов К.А., Саблина М.В., Спасич Д.Т., Тихонов А.А.* Оптимизация электродинамического метода стабилизации ИСЗ // Автоматика и телемеханика, № 9, 2011, С. 112 – 121.

6. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Мультипольные модели геомагнитного поля: построение N-го приближения // Геомагнетизм и аэрономия, том 53, № 2, 2013, С. 271 – 281.

Статьи в других изданиях:

7. *Антипов К.А., Петров К.Г., Тихонов А.А.* Выбор концепции построения систем электродинамической стабилизации космических аппаратов / Четвертые Поляховские чтения: Избранные труды. СПб.: Изд-во “ВВМ”, 2006. 702 с., С. 232 – 240.

8. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Патент RU – 2332334 – С1 на изобретение “Способ полупассивной трехосной стабилизации динамически симметричного искусственного спутника Земли” МПК В64G 1/38, 1/32, 1/24 по заявке 2006137979, Приоритет 24.10.06. Опубликовано 27.08.08 Бюл. № 24.

9. *Antipov K.A., Tikhonov A.A.* Tensor approach for mathematical modeling of geomagnetic field // Institute for Problems in Mechanical Engineering Russian Academy of sciences. Proceedings of XXXVIII Summer School - Conference “Advanced problems in Mechanics” APM'2010 Repino, Saint-Petersburg, Russia, 1– 5 July, 2010, p. 724 – 732.

10. *Antipov K.A., Tikhonov A.A.* On analytical investigation and computer modeling in the problem of the satellite's attitude stabilization // Scientific publications of the State University of Novi Pazar. Ser. A: Appl. math., inform. and mech., Vol. 4, № 2, 2012, p. 49 – 54.

11. *Antipov K.A., Tikhonov A.A.* On the spacecraft attitude stabilization in the orbital frame // Theoret. Appl. Mech., Vol.39, № 2, Belgrade 2012, p. 127 – 162.