САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Афанасьева Софья Сергеевна

Вычисление норменных рядов в формальных модулях Хонды и спаривания Гильберта в формальных модулях Любина-Тейта над многомерным локальным кольцом

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена на кафедре высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Востоков Сергей Владимирович
Официальные оппоненты:	Лурье Борис Бениаминович, доктор физико-математических наук, Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова РАН, старший научный сотрудник;
	Винник Петр Михайлович, кандидат физико-математических наук, Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д.Ф. Устинова, доцент
Ведущая организация:	Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена.

Защита состоится «____» ____________ 2013 г. в ____ часов на заседании диссертационного совета *Д 212.232.29* при Санкт-Петербургском государственном университете , расположенном по адресу: 199178, Санкт-Петербург, В.О., 10-я линия, д. 33-35, ауд. 74

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан «____» ____________ 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук, профессор Нежинский В.М.

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Диссертационная работа содержит два раздела. Первый посвящен изучению норменных рядов, возникших в связи с необходимостью обобщения соотношения Стейнберга на спаривания с формальными модулями. Впервые такие ряды были определены В. А. Колывагиным в 1979 г., тогда же был указан способ построения таких рядов для мультипликативного аргумента. Пусть k_0 - одномерное локальное поле нулевой характеристики (конечное расширение поля p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$), содержащее группу μ_N корней степени N из 1. Хорошо известно, что символ норменного вычета Гильберта $(\cdot,\cdot)_N^{k_0} : k_0^* \times k_0^* \to \mu_N$ удовлетворяет соотношению Стейнберга

$$(\alpha, 1-\alpha)_N^{k_0} = 1, \quad \alpha \neq 0, 1. \tag{1}$$

При обобщении спаривания на формальные модули данное соотношение принимает вид:

$$(\alpha, -\alpha)_{F,N}^{k_0} = 0 \tag{2}$$

для любого элемента α из формального модуля. Наиболее близкими по структуре к мультипликативной группе являются формальные группы Любина–Тейта. В 1978 г. С. Ленгом была сделана попытка обобщить свойство (1) на формальные группы Любина-Тейта. Но в 1988 г. И. Б. Фесенко и С. В. Востоковым было показано, что любое спаривание, которое удовлетворяет соотношению (2) для любой формальной группы Любина-Тейта, является вырожденным, т.е. соотношениее Стейнберга в виде (2) верно не для всех формальных групп. Таким образом возникает вопрос для каких рядов $\varphi(X)$ верно $(\alpha, \varphi(\alpha))_{F,N} = 0$ при всех α из формального модуля. В данной работе такие ряды будем называть норменными степени N. Абсолютно норменными будем называть ряды, которые являются норменными степени N при всех $N \geqslant 1$.

Используя явные формулы символа норменного вычета (символа Гильберта), полученые раннее, С. В. Востоковым и Р. Перлисом в 2001 г. были получены необходимые и достаточные условия норменности ряда в случае спаривания с формальным модулем Любина-Тейта для одномерного локального поля, далее в 2003 г. С. В. Востоковым и Г. К. Паком норменные ряды были изучены для спаривания с мультипликативной группой многомерного локального поля. В настоящей работе получены условия норменности ряда для спаривания с формальным модулем Хонды, как для одномерного так и для многомерного локального поля.

Второй раздел диссертационной работы посвящен построению явных формул спаривания Гильберта с формальным модулем Любина–Тейта над многомерным локальным полем. Проблема нахождения явных формул для спаривания Гильберта имеет длинную историю, начавшуюся с работы Артина и Хассе 1928 года, в которой были получены явные формулы для символа Гильберта в круговом поле $\mathbb{Q}_p(\zeta_n), \zeta_n^{p^n} = 1$, для пар (α, ζ_n) и $(\alpha, \zeta_n - 1)$, где α - главная единица. Еще одной фундаментальной работой, связанной с получением явной формулы спаривания Гильберта, стала работа И. Р. Шафаревича 1950 г., послужившая толчком к появлению серии работ, посвященных явным формулам различных спариваний. Явные формулы для произвольного(одномерного) локального поля были независимо получены С. В. Востоковым в 1978 г и Х. Брюкнером в 1979 г. при $p > 2$. Чуть позднее явные формулы были получены и для $p = 2$. Далее выработанные методы стали применять и для получения явных формул обобщения спаривания Гильберта для группы точек формального модуля. Так, в частности, С. В. Востоковым и И. Б. Фесенко были получены явные формулы для обобщенного спаривания Гильберта с формальным модулем Любина-Тейта для случая произвольного одномерного локального поля (в том числе и для четной характеристики поля вычетов).

В 70-х годах А. Н. Паршин и К. Като начали изучение многомерных локальных полей и связали многомерную локальную теорию полей классов с алгебраической K-теорией. С этого началось изучение спариваний в многомерных локальных полях. В 1985 г. С. В. Востоковым была получена явная формула для символа Гильберта в многомерном локальном поле нулевой характеристики с полем вычетов характеристики $p > 2$ для мультипликативной группы. В 2001 г. в работе А. И. Мадунц хорошо известные результаты теории Любина–Тейта были обобщены на кольца целых многомерных локальных полей, что позволило рассматривать спаривание K-группы Милнора локального поля с многомерным формальным модулем Любина–Тейта.

Цель диссертационной работы состоит в получении необходимых и достаточных условий норменности заданного ряда для спаривания с формальным модулем Хонды над кольцом целых локального поля (как одномерного так и многомерного), а также в получении явных формул спаривания Гильберта с формальным модулем Любина-Тейта для многомерного локального поля.

Общая методика работы. В работе используются подходы к получению явных формул для символа норменного вычета Гильберта, его обобщению на формальные группы, разработанные С. В. Востоковым и его учениками.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

- Получены необходимые и достаточные условия норменности ряда для спаривания с формальным модулем Хонды для одномерного локального поля.

- Получены необходимые и достаточные условия норменности ряда для спаривания с формальным модулем Хонды для многомерного локального поля.

- Получена явная формула символа Гильберта $(\cdot,\cdot)_F : K_N L^{\mathrm{top}} \times F(\mathfrak{M}) \to W_F^N$ для многомерного локального поля L с конечным последним полем вычетов.

Научная новизна. Все результаты, представленные в диссертации, являются новыми.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Методы третьей главы диссертации могут быть использованы для получения явных формул спаривания Гильберта с формальным модулем для относительных групп Любина-Тейта для многомерного локального поля.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на заседании Санкт-Петербургского алгебраического семинара имени Д.К. Фаддеева.

Публикация результатов. Материалы диссертации опубликованы в трех печатных работах, из них все три статьи в журналах, входящих в Перечень рецензируемых научных журналов и изданий ([1],[2],[3]).

В работе [1] диссертантке принадлежат результаты параграфа 4: доказательство предложения 1 и теоремы 2 об условиях норменности ряда. В статье [3] диссертантке принадлежат предложения 5 и 6(параграф 4), а также результаты параграфа 6, в котором доказывается теорема о независимости и инвариантности спаривания.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на разделы и подразделы, и библиографии. Общий объем диссертации 75 страниц. Библиография включает 30 наименований на 4-х страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований.

В первой главе вводятся определения основных понятий, используемых в диссертации, а также приводятся известные ранее результаты.

Во всей работе $\mathbb{Q}_p$ – обозначает поле p-адических чисел, k обозначает одномерное локальное поле(конечное расширение $\mathbb{Q}_p$) с полем вычетов $\bar{k}$, состоящего из $q = p^f$ элементов, π –простой элемент поля k. Пусть K обозначает n-мерное локальное поле нулевой характеристики, т. е. последовательность полных дискретно нормированных полей $K = K_n, K_{n-1}, \ldots, K_0$, где каждое последующее поле является полем вычетов предыдущего, причем K_0-конечное поле из q элементов. Все формальные группы, рассматриваемые в работе,- одномерные. Первая глава разбита на три параграфа. В первом перечислены основные обозначения, используемые в диссертации, определяется понятие многомерного локального поля, σ - поля и модуля кривых Картье мультипликативной группы локального поля. Напомним, что σ - полем называется полное дискретно нормированное поле T с эндоморфизмом σ таким, что $\sigma(\alpha) \equiv \alpha^p \mod p$ для любого α из кольца целых поля T. Второй параграф содержит две части. В первой из них приведены известные результаты теории формальных групп Любина-Тейта над кольцом целых многомерного локального поля, которые будут использоваться в третьей главе. Во второй части мы напоминаем, используемые во второй главе диссертации, результаты теории Хонды для формальных групп над кольцом целых одномерного локально поля и их обобщение для σ - полей. В третьей части первой главы определяется спаривание Гильберта и его обобщение на формальные группы.

Во второй главе найдены необходимые и достаточные условия норменности заданного ряда для спаривания с формальным модулем Хонды.

В первом разделе рассматривается случай одномерного локального поля, во втором - многомерного.

Пусть k' - конечное неразветвленное расширение поля k, $\mathcal{O}'$ - кольцо целых поля k', а Δ - оператор Фробениуса, действующий на кольце $\mathcal{O}'((X))$. Пусть $F(X,Y)$– формальная группа Хонды над кольцом $\mathcal{O}'$, канонического типа $u = \pi - a_1\triangle - \dots - a_h\triangle^h$ с логарифмом λ. W_N^F будет обозначать группу корней изогении $[\pi^N]$. Пусть $l_F(\psi) = (u\pi^{-1})(\lambda \circ \psi)$, где $\psi \in \mathcal{O}'[[X]]_0$ – логарифм Артина–Хассе для формальных групп Хонды.

Определение 1. *Ряд $\varphi_N(X) = X + \ldots \in \mathcal{O}'[[X]]$ назовем норменным степени N для формальной группы F, если для любого поля $\mathcal{K}$, содержащего W_F^N, выполнено равенство:*

$$(\alpha, \varphi_N(\alpha))_{F,N} = 0$$

при всех $\alpha \in F(\mathfrak{M}_\mathcal{K}) \cap \mathcal{K}^*$.

Определение 2. *Ряд $\varphi(X) = X + \ldots \in \mathcal{O}'[[X]]$ назовем абсолютно норменным для формальной группы F, если он является норменным степени N при любом $N \geqslant 1$.*

Основными результатами первого параграфа второй главы являются следующие утверждения:

Предложение 1. *Пусть для ряда $\varphi_N(X)$ ряд*

$$l_F(\varphi_N) = \sum_{m \geqslant 1} d_m X^m$$

удовлетворяет условию

$$v(d_m) \geqslant min(N, v_{q^h}(m)) \tag{3}$$

при всех $m \geqslant 1$. Тогда ряд $\varphi_N(X)$ является норменным степени N для F.

Теорема 1. *Ряд $\varphi(X) = X + \cdots \in \mathcal{O}'[[X]]$ является абсолютно норменным для F тогда и только тогда, когда ряд*

$$l_F(\varphi) = \sum_{m \geqslant 1} d_m X^m$$

удовлетворяет условию

$$v(d_m) \geqslant v_{q^h}(m) \tag{4}$$

при всех $m \geqslant 1$.

Хорошо известно, что любая одномерная формальная группа над неразветвленным расширением $\mathbb{Q}_p$ является группой Хонды. Т.е. если в обозначениях выше $k = \mathbb{Q}_p$, $k'/\mathbb{Q}_p$- конечное неразветвленное расширение, а $F(X, Y)$ - произвольная формальная группа над кольцом целых поля k', то F - формальная группа Хонды. При этом, если F имеет единичную высоту, то теорема 1 приобретает следующий вид:

Предложение 2. *Ряд $\varphi(X) = X + \cdots \in \mathcal{O}'[[X]]$ является абсолютно норменным для F тогда и только тогда, когда*

$$\int X^{-1}(l_F \circ \varphi)(X)dX \in \mathcal{O}'[[X]].$$

Во втором параграфе результаты предыдущего параграфа обобщены на случай многомерного локального поля K с полем вычетов конечной характеристики. Обозначим $k_1 = \operatorname{Quot} W(K_0)$. А также введем следующие обозначения:

- $T = k_1\{\{t_1\}\} \ldots \{\{t_{n-1}\}\}$ - n-мерное абсолютно неразветвленное подполе в K.
- σ - эндоморфизм поля T, который действует на поле k_1 как автоморфизм Фробениуса и, кроме того $\sigma(t_i) = t_i^p, \quad 1 \leqslant i < n$,

- F - формальная группа высоты h над $\mathcal{O}_T$.

- $u(\Delta) = p - \sum_{i=1}^{h} a_i \Delta^i$ - канонический специальный элемент группы F.

- $W_F^N := \mathrm{Ker}[p^N]_F \subset K$.

- E_F, l_F – функции Артина-Хассе.

Предполагаем, что $W(\mathbb{F}_{q'}) \subset K$. Обобщим определения 1 и 2 на n-мерный случай.

Определение 3. *Ряд* $\varphi_N(X) = X\mathcal{O}_T[[X]]$ *назовем норменным степени* N *для формальной группы* F*, если для любого многомерного поля* K*, содержащего* W_F^N*, выполнено равенство:*

$$(\{\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}, \alpha\}, \varphi_N(\alpha))_{F,N} = 0$$

при всех $\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1} \in K^*, \alpha \in F(\mathfrak{m}_K)$.

Определение 4. *Ряд* $\varphi(X) \in X\mathcal{O}_T[[X]]$ *назовем абсолютно норменным для формальной группы* F*, если он является норменным степени* N *при любом* $N \geqslant 1$.

Основными результатами данного параграфа являются следующие утверждения:

Предложение 3. *Пусть для ряда* $\varphi(X) \in X\mathcal{O}_T[[X]]$ *ряд*

$$l_F(\varphi(X)) = \sum_{m \geqslant 1} d_m X^m$$

удовлетворяет условию

$$v_T(d_m) \geqslant min(N, v_{p^h}(m)) \tag{5}$$

при всех $m \geqslant 1$. *Тогда ряд* $\varphi(X)$ *является норменным степени* N *для* F.

Теорема 2. *Ряд $\varphi(X) \in X\mathcal{O}_T[[X]]$ является абсолютно норменным для F тогда и только тогда, когда ряд*

$$l_F(\varphi) = \sum_{m \geqslant 1} d_m X^m$$

удовлетворяет условию

$$v_T(d_m) \geqslant v_{p^h}(m) \tag{6}$$

при всех $m \geqslant 1$.

Результаты второй главы опубликованы в работах [1], [2].

В третьей главе получены явные формулы для символа норменного вычета Гильберта для спаривания с формальным модулем Любина-Тейта для многомерного локального поля. Третья глава разбита на четыре части. В первой части строятся необходимые для дальнейших построений объекты, далее определяется спаривание (см. ниже), во второй части разбирается случай нулевой характеристики предпоследнего поля вычетов, в третьей - случай конечной характеристики, в заключительной четвертой части доказывается, что построенное спаривание совпадает со спариванием Гильберта. Напомним некоторые определения. Пусть

- $(t = t_1, \ldots, t_n)$ - система локальных параметров поля K.
- $\mathcal{O}_K$ – кольцо целых поля K относительно n-мерного нормирования $\overline{v}$.
- $F \in \mathcal{O}_K[[X, Y]]$ - формальная группа Любина–Тейта над кольцом $\mathcal{O}_K$ с логарифмом $\lambda(X)$, причем $\lambda(X) - t^{-1}\lambda(X^q) \in \mathcal{O}_K[[X]]$.
- L - конечное расширение поля K, содержащее группу $W_F^N := \mathrm{Ker}[t^N]$ корней изогении $[t^N]$.
- $\mathcal{O}' := W(L_0)$ - кольцо векторов Витта последнего поля вычетов поля L.

- Frob - автоморфизм Фробениуса $L\cap\widetilde{K}/K$, где $\widetilde{K}$ - максимальное чисто неразветвленное расширения поля K.

- Tr - оператор следа в $L\cap\widetilde{K}/K$.

- $(T_1, T_2, \dots, T_n)$ - система локальных параметров поля L.

- $\mathfrak{M}_L$ максимальный идеал кольца $\mathcal{O}_L$ поля L. $F(\mathfrak{M}_L)$ - соответствующий формальный $\mathcal{O}_K$ - модуль.

- $\mathfrak{R}_L$ – мультипликативная система представителей поля L_0 в $W(L_0)$.

- $\mathcal{H}$ – модуль кривых Картье мультипликативной группы поля L.

- $\mathrm{res} := \mathrm{res}_{X_1\cdots X_n}$.

Пусть $\widetilde{K}$ - максимальное чисто неразветвленное расширение поля K и $\mathcal{A} := \widetilde{K}\cap\mathcal{O}_L$. Рассмотрим следующий аддитивный $\mathcal{O}_K$- модуль:

$$\mathfrak{M}_X := \{\alpha = \sum_{(i_1,\dots,i_n)>0} a_{(i_1,\dots,i_n)} X_1^{i_1}\cdots X_n^{i_n} : a_{(i_1,\dots,i_n)}\in\mathcal{A}\},$$

где $(i_1,\dots,i_n)$ пробегают допустимый набор Ω_α.

$F(\mathfrak{M}_X)$ – соответствующий формальный $\mathcal{O}_K$ - модуль. На $F(\mathfrak{M}_X)$ определим оператор Δ и функции Артина-Хассе:

$$\begin{aligned}
&\Delta(a) = \mathrm{Frob}\, a,\ \text{для } a\in\mathcal{A},\ \Delta(X_i) = X_i^q,\ 1\leqslant i\leqslant n,\\
&E_F : \mathfrak{M}_X \longrightarrow F(\mathfrak{M}_X),\\
&E_F(\varphi) = \lambda^{-1}\left(1+\frac{\Delta}{t}+\frac{\Delta^2}{t^2}+\cdots\right)(\varphi) = \lambda^{-1}\left(\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\varphi^{\Delta^r}}{t^r}\right),\\
&l_F : F(\mathfrak{M}_X)\longrightarrow\mathfrak{M}_X,\\
&l_F(\psi) = \left(1-\frac{\Delta}{t}\right)\lambda(\psi).
\end{aligned}$$

Функции E_F и l_F корректно определены и задают взаимно обратные изоморфизмы между соответствующими модулями.

Пусть ξ - первообразный корень изогении $[t^N]$, т.е. $\xi \in W_F^N \backslash W_F^{N-1}$. Пусть $z(X_1, \ldots, X_n) = \theta X_1^{\frac{e_1}{q^{N-1}(q-1)}} + \ldots$, $\theta \in \mathfrak{R}_L$(здесь многоточием обозначены члены более высокого порядка) такой ряд из $\mathfrak{M}_X$, для которого $z(T_1, \ldots, T_n) = \xi$. Тогда можно определить ряд $z_1(X) = z(X, 0, \ldots, 0)$.

Рассмотрим ряды:

$$s_m := [t^m](z_1), \quad s := s_N, \quad u := \frac{s}{s_{N-1}}.$$

Теперь построим базис Шафаревича формального модуля $F(\mathfrak{M}_L)$. Пусть $a \in \mathcal{O}'$. Как и в одномерном случае, нетрудно показать, что элемент $\omega(a) = E_F(as)|_{X_1=T_1}$ является t^N-примарным, т.е. расширение поля L, полученное делением точки $\omega(a)$ на изогению $[t^N]$, неразветвлено (чисто неразветвлено). Пусть G_ρ, $0 \leqslant \rho \leqslant f-1$ - формальные группы Любина-Тейта, построенные по изогениям $[t]_0 = tX + X^q$, $[t]_\rho = tX + tX^{p^\rho} + X^q$, $\rho \geqslant 1$, соответственно. Пусть $\mathcal{E}_\rho$, $0 \leqslant \rho \leqslant f-1$, - степенные ряды, задающие изоморфизмы групп G_ρ в группу F, соответственно (т.е. $\mathcal{E}_\rho = \lambda^{-1} \circ \lambda_\rho$, где λ_ρ - логарифм формальной группы G_ρ).

Предложение 4. *Набор элементов*

$$\{\mathcal{E}_\rho(\theta T_1^i), \omega(a)\},$$
$$\theta \in \mathfrak{R}_L,\ 0 \leqslant \rho \leqslant f-1,\ 1 \leqslant i < \frac{qe_1}{q-1},\ (i,p) = 1,\ a \in \mathcal{O}'[[t]]$$

составляет систему образующих $\mathcal{O}_K$ - модуля $F(\mathfrak{M}_L)/[t^N](F(\mathfrak{M}_L))$;

Далее определим спаривание

$$< \cdot, \cdot >: \mathcal{H}^n \times F(\mathfrak{M}_X) \longrightarrow W_F^N.$$

Во втором параграфе рассматривается случай нулевой характеристики предпоследнего поля вычетов. В этом случае поле K имеет вид $K = k((t_2))\dots((t_n))$, где $k = K_1$ -конечное расширение $\mathbb{Q}_p$. Спаривание в этом случае определим следующим образом:

$$< \alpha, \beta >= [\operatorname{Tr}\operatorname{res}\Phi(\alpha,\beta)\cdot \frac{1}{s}](\xi), \tag{7}$$

где для $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathcal{H}^n$ и $\beta \in F(\mathfrak{M}_X)$

$$\Phi(\alpha,\beta) = l_F(\beta)\alpha_1^{-1}d\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n^{-1}d\alpha_n -$$
$$-\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{q^{n-i}}l_m(\alpha_i)\alpha_1^{-1}d\alpha_1\wedge\dots\wedge\alpha_{i-1}^{-1}d\alpha_{i-1}\wedge\alpha_{i+1}^{-\Delta}d\alpha_{i+1}^{\Delta}\wedge\dots\wedge\alpha_n^{-\Delta}d\alpha_n^{\Delta}\wedge d(\lambda(\beta)^{\Delta}), \tag{8}$$

а функция l_m задана на $\mathcal{H}$ равенством: $l_m(\alpha) = \frac{1}{q}\log\frac{\alpha^q}{\alpha^\Delta}$.

Пусть изогения $[t]$ имеет вид $[t](X) = tX + a_2tX^2 + \sum_{i=3}^{\infty} ta_iX^i + X^q$, $a_i \in \mathcal{O}_K$. В случае конечной характеристики предпоследнего поля вычетов, рассматриваемом в третьем параграфе, определим спаривание следующим образом:

для $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathcal{H}^n$ и $\beta \in F(\mathfrak{M}_X)$ положим

$$< \alpha, \beta >= [\operatorname{Tr}\operatorname{res}\Phi_{(\alpha,\beta)}\cdot V](\xi), \tag{9}$$

где

$$V = \frac{1}{s} + \frac{a_2}{t-1},$$
$$\Phi = l_F(\beta_1)D,$$
$$\beta_1 = \beta|_{X_n = X_{n-1} = \dots = X_2 = 0},$$
$$D = \det(\alpha_i^{-1}\partial_j\alpha_i)_{1\leqslant i,j\leqslant n}.$$

Ряд $\frac{1}{s}$ можно рассматривать в кольце $\mathcal{A}\{X\} = \left\{\sum_{i\in\mathbb{Z}} d_iX^i : d_i \in \mathcal{A},\ d_i \xrightarrow[d_i\to-\infty]{} 0\right\}$. Ряд $\Phi(\alpha,\beta)(X)$ имеет целые коэффициенты.

Для $\mathcal{H}$ обычным путем (с помощью образующих и соотношений) определим К-группу Милнора $K_n(\mathcal{H})$.

Далее можно определить спаривание

$$< \cdot, \cdot >: K_n^{\text{top}} L \times F(\mathfrak{M}_L) \to W_F^N, \tag{10}$$

положив $< \alpha, \beta > := < \underline{\alpha}, \underline{\beta} >$, где $\underline{\alpha} \in K_n(\mathcal{H}), \underline{\beta} \in F(\mathfrak{M}_X)$ - разложение элементов α и β в ряды, т.е. $\underline{\alpha}(T_1, \ldots, T_n) = \alpha$, $\underline{\beta}(T_1, \ldots, T_n) = \beta$. Для того, чтобы показать, что спаривание (10) определено корректно, необходимо доказать его независимость от разложения элементов в ряды по локальным параметрам и от выбора локальных параметров. Этому посвящены второй и третий параграфы для случая нулевой и конечной характеристики предпоследнего поля вычетов соответственно.

Далее доказывается совпадение спаривания (10) со спариванием Гильберта на элементах базиса Шафаревича, что в силу линейности обоих спариваний дает нам

Теорема 3. *Символ Гильберта*

$$(\cdot, \cdot) : K_n^{\text{top}}(L) \times F(\mathfrak{M}_L) \to W_F^N$$

совпадает со спариванием $< \cdot, \cdot >$ *и тем самым выражется в явном виде.*

Результаты третьей главы опубликованы в работе[3]

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю Сергею Владимировичу Востокову за постановку задач, терпение и неоценимую помощь в работе над диссертацией.

Работы автора по теме диссертации

1. С. С. Афанасьева, Г. К. Пак, *“Норменные ряды для формальных групп Хонды”*, Зап. научн. сем. ПОМИ, 388 (2011), 5–16

2. С. С. Афанасьева *“Норменные ряды для многомерных формальных групп Хонды”*, Зап. научн. сем. ПОМИ, 400(2012),5-19

3. С. С. Афанасьева, Б.М. Беккер, С.В. Востоков, *“Символ Гильберта в многомерных локальных полях для формальной группы Любина–Тейта”*, Зап. научн. сем. ПОМИ, 400(2012),20-49