

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ЮШИН РОМАН ЮРЬЕВИЧ

**УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ КРУГЛЫХ ПЛАСТИН
ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт – Петербург

2011

Работа выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный Руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент ПАВИЛАЙНЕН Галина Вольдемаровна

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор ГРЕКОВ Михаил Александрович
СПбГУ, ПМ-ПУ

кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
РЫБАКИНА Оксана Григорьевна
ЦНИИ им. А. Н. Крылова

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный университет
путей сообщения.

Защита состоится "___"_____ 2011 г. в ___ часов на заседании совета Д 212.232.30 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан "___"_____ 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Кустова Е.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одной из важных задач механики твердого деформируемого тела является определение механических условий, вызывающих появление и развитие пластических деформаций в элементах конструкций. За последние годы круг исследований в этой области значительно расширился в связи с использованием пластически анизотропных, в частности текстурованных металлов. Особый интерес представляет трансверсально-изотропный листовой прокат с повышенной сопротивляемостью пластическим деформациям в направлении толщины. Таким металлы обладают большими преимуществами по сравнению с изотропными при работе в условиях двухосного напряженного состояния, что находит применение в конструкциях, по форме близких к сфере или цилиндру, работающих под давлением. Изучению поверхности текучести таких металлов посвящены работы А. М. Жукова, А. А. Лебедева, Х. Бабела, В. Бэкофена, Д. Драккера, Ф. Ларсона, Н. Окубо, Ф. Стоктона, Р. Хилла и других исследователей. Однако, в тех случаях, когда речь идет о тонколистовом металле, лабораторные исследования его пластических свойств в условиях двухосного напряженного состояния представляет сложную техническую проблему. Одним из возможных путей её решения является проведение исследований на свободно опертой круглой пластине при её изгибе равномерным давлением. Этому исследованию должен предшествовать расчет напряженно-деформированного состояния анизотропной пластины, позволяющий описать развитие пластических областей. Решение указанной задачи представляет самостоятельный научный интерес. Исследование такого рода является необходимым шагом при разработке методов оптимального подбора материала, учитывающего вид напряженного состояния, реализуемого в изготавливаемой из него конструкции.

В диссертационной работе на примере одной задачи осесимметричного

упруго-пластического изгиба исследованы те возможности, которые открывает использование текстурированных анизотропных металлов, работающих в упруго-пластическом режиме в условиях сложного напряженного состояния.

Целью работы является построение решения задачи упруго-пластического изгиба круглой, свободно опертой пластины, равномерно нагруженной по одной из поверхностей, обладающей свойствами трансверсальной анизотропии и эффектом разносопротивляемости растяжению и сжатию (эффект SD). Также целью является рассмотрение различных вариантов анизотропии и SD, доведение всех исследований до конкретных численных результатов и оценка влияния различных параметров на развитие пластических деформаций в пластине.

Исследуются случаи упруго-пластического состояния до потери устойчивости при образовании пластического шарнира в центре пластины, которые сравниваются с решением задачи по МКЭ.

Научная новизна полученных в диссертации результатов состоит в следующем:

- Построено решение задачи упруго-пластического изгиба трансверсально-изотропной SD пластины, свободно опертой, находящейся под действием равномерного давления.
- Проанализировано влияние коэффициентов анизотропии и SD на развитие пластических областей и прочностные свойства пластины.

Достоверность результатов и методы исследования.

Работа основывается на методе, предложенном В. В. Соколовским, который позволяет произвести расчет задачи упруго-пластического изгиба изотропной пластины. В диссертационной работе данный метод модифицируется для решения аналогичной задачи, при условии, что пластина трансверсально-изотропна и обладает эффектом разно-

сопротивляемости. Используется критерий текучести, предложенный О. Г. Рыбакиной, который учитывает и анизотропию и эффект SD. При численном решении полученной системы нелинейных дифференциальных уравнений на ПК был использован разностный метод. Проведено исследование решения В. В. Соколовского и сравнение его с полученными в диссертации результатами, что позволяет судить об их достоверности.

Практическая ценность. Полученные в диссертации теоретические результаты используются при обработке экспериментальных данных, получаемых при изгибе пластин, и позволяют оценить несущую способность конструкций из современных трансверсально-изотропных SD материалов, а также определить критические нагрузки образования пластических шарниров в условиях двухосного напряженного состояния.

Результаты, выносимые на защиту:

- Построено решение упруго-пластической задачи изгиба круглой, трансверсально-изотропной SD пластины.
- Исследовано влияние коэффициентов анизотропии и SD на развитие пластических областей и прочностные свойства материала.
- Проведены численные расчеты для широкого диапазона значений параметров анизотропии и разносопротивляемости.

Апробация работы

Различные части диссертационной работы докладывались на международных конференциях: Нелинейный динамический анализ (2007), четвертые Поляховские чтения (2008), пятые Поляховские чтения (2009), а также на совместных семинарах ПГУПС и СПбГУ в 2007 и 2010 годах, на семинарах и заседаниях кафедры теоретической и прикладной механики математико-механического факультета СПбГУ.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано шесть работ, четыре из которых выполнены в соавторстве с Г.В. Павилайнен, которая осуществляла научные консультации.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа представляет собой единое исследование, каждая из последующих частей которого является развитием или обобщением предыдущей и состоит из предисловия, введения, трех глав, заключения, библиографии из 82 наименований и трех приложений. Работа изложена на 84 страницах и включает 47 рисунков и графиков и 35 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** приводится краткий обзор предшествующих результатов, обоснована актуальность выбранной задачи, ее практическое значение, обрисован круг проблем, возникающих при исследовании пластических свойств металлов. Формулируются цели исследования, излагается краткое содержание работы и полученные результаты.

Первые три параграфа **главы 1** работы посвящены детальному исследованию решения В. В. Соколовского в случае изотропного материала, так как данное решение принимается за основу при выводе решений для более сложных задач, представленных далее в диссертации.

Рассматривается круглая изотропная пластина радиуса a , постоянной толщины $2h$, причем $h \ll a$ (рис. 1). Решение задачи упруго-пластического изгиба сводится к интегрированию системы нелинейных дифференциальных уравнений (равновесия и совместности деформации):

$$\begin{cases} A_1 \frac{d\chi}{d\rho} + A_2 \frac{d\omega}{d\rho} + A_3 = 0, \\ A_4 \frac{d\chi}{d\rho} + A_5 \frac{d\omega}{d\rho} + A_6 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

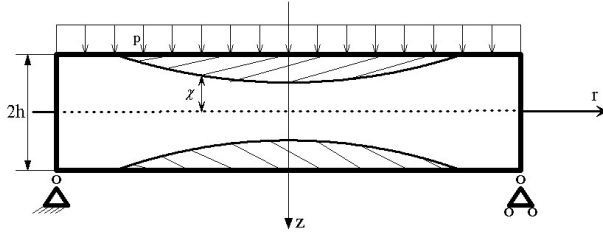


Рис. 1. Изотропная пластина в упруго-пластическом состоянии.

где $\chi(\rho)$ — относительная глубина пластической области, $\omega(\rho)$ — угол вида напряженного состояния, ρ — независимая переменная, связанная с текущим значением радиуса r и значением нагрузки p соотношением: $\rho^2 = \frac{pr^2}{4kh^2}$, где $k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$, а σ_s — предел текучести изотропного материала. Коэффициенты

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 2\rho\chi(2\cos(\psi + \pi/6) - 3\cos(\omega + \pi/6)); \\
 A_2 &= -3\rho((1 - \chi^2)\sin(\omega + \pi/6) + 2B\chi^2\sin(\psi + \pi/6)); \\
 A_3 &= 3\rho^2 - 3(1 - \chi^2)\sin\omega - 2\chi^2\sin\psi; \\
 A_4 &= 3\rho\cos(\psi - \mu); \quad A_5 = 3\rho B\chi\sin(\psi - \mu); \\
 A_6 &= -6\chi\sin\mu\sin\psi; \quad B = \frac{3(1 - \nu)\cos^2\psi}{1 + \nu\cos^2\omega}, \\
 \text{tg}\psi \text{tg}\mu &= \text{tg}\omega \text{tg}\alpha.
 \end{aligned}$$

Четвертый параграф первой главы диссертации посвящен выводу уравнений для решения задачи упруго-пластического изгиба трансверсально-изотропных пластин. Данные уравнения получены Г. В. Павилайнен. Условие текучести выбрано в форме В. Бэкофена :

$$\sigma_r^2 - A\sigma_r\sigma_\theta + \sigma_\theta^2 = (\sigma_s^*)^2, \quad (2)$$

где $A = 2 - (\sigma_s^*/\sigma_s)^2$ — коэффициент анизотропии, который зависит от двух пределов текучести и характеризует “вытянутость” кривой

текучести вдоль биссектрисы $\sigma_r = \sigma_\theta$. Здесь σ_s^* , σ_s — пределы текучести материала при одноосном растяжении в плоскости пластины и в направлении, перпендикулярном плоскости пластины, соответственно. Уравнения равновесия и совместности деформаций, представлены в виде системы:

$$\begin{cases} A_1 \frac{d\chi}{d\rho} + A_2 \frac{d\omega}{d\rho} + A_3 = 0, \\ A_4 \frac{d\chi}{d\rho} + A_5 \frac{d\omega}{d\rho} + A_6 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= 2\rho\chi\sqrt{3} \left(\frac{1}{3}(\cos\psi - F\sin\psi) - \frac{1}{2}(\cos\omega - F\sin\omega) \right), \\ A_2 &= -\rho \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - \chi^2)(\sin\omega + F\cos\omega) + \chi^2 \frac{B}{\sqrt{3}}(\sin\psi + F\cos\psi) \right), \\ A_3 &= \rho^2 - F \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\chi^2 \sin\psi + \sqrt{3}(1 - \chi^2) \sin\omega \right), \\ \rho^2 &= \frac{p\sqrt{2-A}}{4kh^2} r^2, \quad F = \sqrt{\frac{2-A}{2+A}}, \quad B = \frac{(1-\nu)(2+A)(\cos^2\psi)}{(1+\nu)(2-A)(\cos^2\omega)}, \\ A_4 &= \rho \cos(\psi - \mu), \quad A_5 = \rho B \chi \sin(\psi - \mu), \quad A_6 = -2\chi \sin\psi \sin\mu. \end{aligned}$$

Вторая глава работы непосредственно посвящена построению решения задачи упругопластического изгиба круглой, свободно опертой пластины, равномерно нагруженной по одной из поверхностей, обладающей свойствами трансверсальной анизотропии и эффектом SD. В качестве условия текучести используется критерий, предложенный О. Г. Рыбакиной, который учитывает и анизотропию, и эффект SD:

$$\sqrt{\sigma_r^2 - A\sigma_r\sigma_\theta + \sigma_\theta^2} + \beta\sigma = \tilde{k}, \quad (4)$$

где A — коэффициент анизотропии, введенный ранее,

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta), \quad \beta = 3 \frac{\sigma_c - \sigma_e}{\sigma_e + \sigma_c}, \quad k = 2 / \left(\frac{1}{\sigma_e} + \frac{1}{\sigma_c} \right).$$

Здесь σ_c , σ_e – пределы текучести материала на сжатие и растяжение в направлении пластины соответственно. $\sigma_c^{(z)}$, $\sigma_e^{(z)}$ – пределы текучести материала на сжатие и растяжение в направлении z соответственно.

Будем называть β – коэффициентом SD.

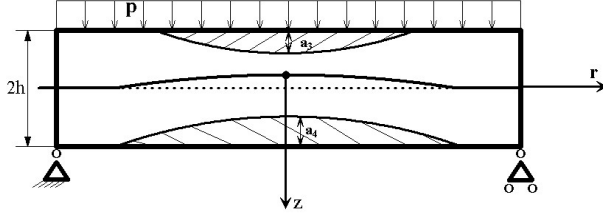


Рис. 2. Схема расположения пластических зон в вертикальном срезе круглой SD пластины.

Исследование задачи осложнено тем, что отсутствует симметрия в развитии пластических зон на верхней и нижней поверхности пластины. Однако и в этом случае удастся построить систему нелинейных дифференциальных уравнений, вводя новые переменные a_3 и a_4 , характеризующие глубину пластической области сверху и снизу пластины соответственно (рис. 2). Аналогично главе 1, была введена новая безразмерная переменная:

$$\rho^2 = \frac{\sqrt{3p}\sqrt{2-A}}{4\tilde{k}h^2} r^2 \text{ и параметр нагрузки } p = \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{3a}\sqrt{2-A}} \bar{p}.$$

После преобразований уравнение равновесия принимает вид:

$$A_0 \frac{d\omega}{d\rho} + A_1 \frac{da_3}{d\rho} + A_2 \frac{da_4}{d\rho} + A_3 = 0, \quad (5)$$

где $A_0 = \rho \left(\frac{B_1}{3} J_1 + \frac{1}{2} J_2 \right)$,

$$A_1 = \rho \left(-\frac{1}{2} T_2 J_3 + \frac{1}{2} T_2 J_4 + J_5 \right), \quad A_2 = \rho \left(\frac{1}{2} T_1 J_3 - \frac{1}{2} T_1 J_4 + J_6 \right),$$

$$A_3 = \frac{2\rho^2}{\sqrt{3}} - \frac{2F \sin \psi}{3} \left(\frac{(a_2 - a_3)^2}{(1 + t \cos \psi)} + \frac{(a_1 - a_4)^2}{(1 - t \cos \psi)} \right) -$$

$$-F \sin \omega [(1 + gt \cos \omega)(a_2^2 - (a_2 - a_3)^2) + (1 + st \cos \omega)(a_1^2 - (a_1 - a_4)^2)],$$

$$B_1 = \frac{(1 - \nu)(2 + A) \cos^2 \psi}{(1 + \nu)(2 - A) \cos^2 \omega}, \quad F = \sqrt{\frac{2 - A}{2 + A}}, \quad t = \frac{2\beta}{3\sqrt{2 - A}},$$

$$T_1 = \frac{\sigma_c^{(z)}}{\sigma_e^{(z)} + \sigma_c^{(z)}}, \quad T_2 = \frac{\sigma_e^{(z)}}{\sigma_e^{(z)} + \sigma_c^{(z)}}, \quad tg\psi = \frac{(1 - \nu)(2 + A)}{(1 + \nu)(2 - A)} tg\omega.$$

Здесь

$$J_1 = \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2 - A}} \left((\cos \psi - F \sin \psi) \frac{t \sin \psi}{3} - \frac{1}{3} (\sin \psi + F \cos \psi) \right) \times$$

$$\times \left(\frac{(a_2 - a_3)^2}{(1 - t \cos \psi)^2} - \frac{(a_1 - a_4)^2}{(1 + t \cos \psi)^2} \right),$$

$$J_2 = \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2 - A}} \left[\left(\frac{1 - gt \sin \omega}{2} \right) (\cos \omega - F \sin \omega)(a_2^2 - (a_2 - a_3)^2) - \right.$$

$$- (\sin \omega + F \cos \omega)(1 + gt \cos \omega + t)(a_2^2 - (a_2 - a_3)^2) +$$

$$+ \left(\frac{1 - st \sin \omega}{2} \right) (\cos \omega - F \sin \omega)(a_1^2 - (a_1 - a_4)^2) -$$

$$\left. - (\sin \omega + F \cos \omega)(1 + st \sin \omega - t)(a_2^2 - (a_2 - a_3)^2) \right],$$

$$J_3 = \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2 - A}} \left[\frac{1}{3} (\cos \psi - F \sin \psi) \frac{2(a_1 - a_4)}{1 + t \cos \psi} + \right.$$

$$\left. + a_4 (\cos \omega - F \sin \omega)(1 + st \cos \omega - t) \right],$$

$$\begin{aligned}
J_4 &= \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2-A}} \left[\frac{1}{3}(\cos \psi - F \sin \psi) \frac{2(a_2 - a_3)}{1 - t \cos \psi} + \right. \\
&\quad \left. + a_3(\cos \omega - F \sin \omega)(1 + gt \cos \omega + t) \right], \\
J_5 &= \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2-A}} \left[\frac{1}{3}(\cos \psi - F \sin \psi) \frac{2(a_3 - a_2)}{1 - t \cos \psi} + \right. \\
&\quad \left. + (a_2 - a_3)(\cos \omega - F \sin \omega)(1 + gt \cos \omega + t) \right], \\
J_6 &= \frac{\tilde{k}h^2}{\sqrt{2-A}} \left[\frac{1}{3}(\cos \psi - F \sin \psi) \frac{2(a_4 - a_1)}{1 + t \cos \psi} + \right. \\
&\quad \left. + (a_1 - a_4)(\cos \omega - F \sin \omega)(1 + st \cos \omega - t) \right], \\
q &= \sqrt{2+A} + \frac{1}{\sqrt{2-A}}, \quad s = \sqrt{2+A} - \frac{1}{\sqrt{2-A}}.
\end{aligned}$$

Так как развитие пластических зон в пластине происходит несимметрично, для данной задачи уравнение совместности деформаций распадается на два — сверху и снизу пластины. Для верхней части пластины оно преобразуется так:

$$A_4 \left(2T_2 \frac{da_4}{d\rho} - (2T_1 + 1) \frac{da_3}{d\rho} \right) + A_5 \frac{d\omega}{d\rho} + A_6 = 0, \quad (6)$$

а для нижней части:

$$A_7 \left(2T_1 \frac{da_3}{d\rho} - (2T_2 + 1) \frac{da_4}{d\rho} \right) + A_8 \frac{d\omega}{d\rho} + A_9 = 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= \rho \cos(\psi - \mu_0)(1 - t \cos \psi); \\
A_5 &= \rho B_1(a_2 - a_3)(\sin(\psi - \mu_0) - t \sin \mu_0); \\
A_6 &= -2(a_2 - a_3)(1 - t \cos \psi) \sin \psi \sin \mu_0; \\
A_7 &= \rho \cos(\psi - \mu_0)(1 + t \cos \psi); \\
A_8 &= \rho B_1(a_1 - a_4)(\sin(\psi - \mu_0) + t \sin \mu_0); \\
A_9 &= -2(a_1 - a_4)(1 + t \cos \psi) \sin \psi \sin \mu_0.
\end{aligned}$$

Объединяя (5), (6) и (7), получаем разрешающую систему дифференциальных уравнений, содержащую три неизвестные функции $a_3(\rho)$, $a_4(\rho)$ и $\omega(\rho)$. Система имеет третий порядок и нелинейные коэффициенты. Численная реализация проводится разностным методом с шагом по ρ при задании некоторой начальной относительной глубины пластической области a_{20} , начиная вблизи центра пластины (т.к. $\rho = 0$ — особая точка, используется известный подход о наличии в центре жесткой вставки малого размера). Значение ρ_i^v при $a_3 = 0$ фиксируется и определяет безразмерный радиус пластической области на верхней поверхности пластины. При достижении условия $a_4 = 0$ фиксируется значение ρ_i^n , определяющее безразмерный радиус пластической области на нижней поверхности пластины.

Требование непрерывности моментов в радиальном и круговом направлениях, а также условие свободного опирания пластины $M_r(a) = 0$ позволяют построить квадратное уравнение относительно неизвестного параметра нагрузки \bar{p} :

$$K_2\bar{p}^2 + K_1\bar{p} + K_0 = 0. \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned} K_0 &= S_1 - S_2 - \frac{(3 + \nu)\rho_i^2}{4\sqrt{2 - A}}, \quad K_1 = -\frac{S_1}{4\rho_i^2}, \quad K_2 = \frac{(3 + \nu)}{64\rho_i^2}, \\ S_1 &= \frac{\rho_i^2(1 + \nu)}{2\sqrt{2 - A}} + \frac{\cos \psi_i}{\sqrt{3}\sqrt{2 - A}} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right), \\ S_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{2 - A}} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) (\cos \psi_i - \sqrt{2 - A} \sin \psi_i), \end{aligned}$$

где T_1 , T_2 были введены ранее в (5).

Очевидно, что необходимо выбрать $\bar{p} > 0$. После вычисления нагрузки находятся радиусы нижней и верхней пластической областей s по формуле:

$$(\rho_i)^2 = \frac{\sqrt{3}p\sqrt{2-A}}{4\tilde{k}h^2}(c)^2. \quad (9)$$

Из соотношений неразрывности деформаций (6), (7) можно построить два дифференциальных уравнения для вычисления прогиба пластины, которые в силу единственности прогиба должны давать одинаковые результаты для численного интегрирования. Например,

$$\frac{dw}{dr} = -r \frac{1}{\sqrt{(2+A)}} \frac{\tilde{k} \cos(\psi - \mu_0)}{2Gh(a_1 - a_4)(1 + t \cos \psi) \sin \mu_0}. \quad (10)$$

А стрела прогиба $w(0)$ вычисляется путем численного дифференцирования от края пластины к центру.

В **третьей главе** проведено сравнение результатов расчетов по новым формулам с частными случаями постановки задачи — расчетом В. В. Соколовского для изотропных пластин и расчетами для трансверсально-изотропных пластин Г. В. Павилайнен.

Проведено сравнение результатов расчетов для трансверсально-изотропных SD пластин при различных значениях коэффициентов анизотропии A и SD-коэффициента β . Приведены таблицы с пределами текучести исследуемых материалов и значениями вышеназванных коэффициентов, использованных для численных расчетов.

На основе полученных результатов построены графики с различными зависимостями: глубина-радиус пластической области, параметр нагрузки-глубина пластической области, параметр нагрузки - радиус пластической области и др.

В **приложениях** представлены таблицы с результатами всех расчетов для различных пластин: изотропных, трансверсально-изотропных, трансверсально-изотропных SD пластин с различными коэффициентами A и β .

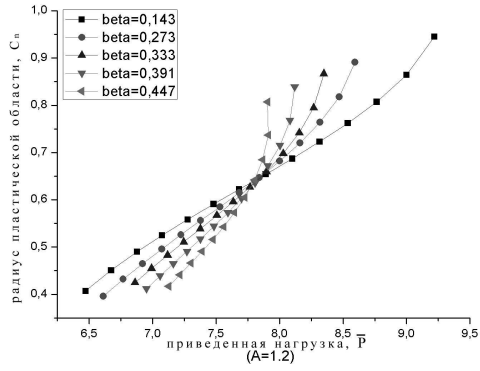


Рис. 3. Зависимость приведенная нагрузка-радиус пластической области, $A = 1.2$, разные β .

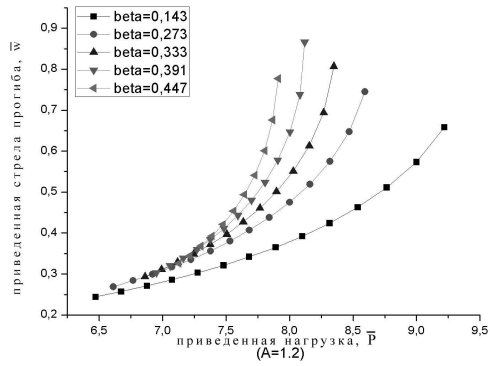


Рис. 4. Зависимость приведенная нагрузка-приведенная стрела прогиба, $A = 1.2$, разные β .

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- построено решение задачи упруго-пластического изгиба трансверсально-изотропных SD пластин.
- результаты расчетов по полученным уравнениям полностью совпадают в частном случае $A = 1, \beta = 0$ с результатами расчетов В.В. Соколовского.
- произведен численный расчет для различных параметров анизотропии и разнсопротивляемости, соответствующих реальным титановым сплавам.
- исследовано влияние коэффициента анизотропии на свойства трансверсально-изотропных пластин. В частности показано, что при росте параметра анизотропии A повышается предельная допустимая нагрузка образования пластического шарнира в пластине.
- изучен вопрос влияния коэффициента разнсопротивляемости на свойства трансверсально-изотропных SD пластин. Показано, что при увеличении SD-параметра β предельная нагрузка снижается, а также выявлено существенное ускорение роста пластичности по поверхности пластины при одинаковых нагрузках.
- проведено исследование взаимного влияния параметров A и β . Установлено, что оно носит взаимно обратный характер.
- Показано, что существуют наборы значений коэффициентов анизотропии и некоторый диапазон нагрузок, при которых влиянием эффекта SD можно пренебречь. Однако, если нагрузка превысит данный диапазон, в пластине практически сразу образуется пластический шарнир.

СПИСОК РАБОТ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. *Юшин Р.Ю.* О Возможности учета пластической анизотропии при изгибе круглых пластин// Вестн. С.-Петербур. ун-та. Сер. 1. 2010. Вып. 1. С. 134–140.

Другие публикации

2. *Павилайнен Г.В., Юшин Р.Ю.* Упругопластический изгиб круглых пластин с учетом разносопротивляемости и трансверсальной изотропии// Пятые Окуневские чтения: Тезисы докладов международной конференции, Балт. гос. техн. ун-т., СПб., 2006, С. 162 - 164.

3. *Юшин Р.Ю.* Упруго-пластический изгиб трансверсально-изотропных пластин// Труды семинара "Компьютерные методы в механике сплошной среды", изд-во СПбГУ, 2007, С. 55–75.

4. *Павилайнен Г.В., Юшин Р.Ю.* О погрешностях при численном расчете устойчивости упругопластического состояния пластин из анизотропных материалов// Нелинейный динамический анализ - 2007: Тезисы докладов международного конгресса, СПб., 2007, С. 160.

5. *Павилайнен Г.В., Юшин Р.Ю.* О погрешностях численного решения задачи упругопластического решения круглых пластин// Шестые Окуневские чтения: Тезисы докладов международной конференции, СПб., 2008, Т. 2 С. 17.

6. *Павилайнен Г.В., Юшин Р.Ю.* Уточнение предела текучести для материала, обладающего эффектом SD// Пятые Поляховские чтения: Тезисы докладов международной конференции по механике, СПб., 2009, С. 185.