САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

КУЗНЕЦОВА Ольга Александровна

ЛЯПУНОВСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДВУМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2010

Работа выполнена на кафедре прикладной кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор ЛЕОНОВ Геннадий Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор ЧУРИН Юрий Васильевич
(Санкт-Петербургский государственный университет)

доктор технических наук,
ведущий научный сотрудник
АНДРИЕВСКИЙ Борис Ростиславич
(Учреждение Российской академии наук
Институт проблем машиноведения РАН)

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Защита состоится “24” ноября 2010 г. в 12 часов 30 минут на заседании совета Д 212.232.49 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199048, Санкт-Петербург, В.О., 14 линия, д. 29, математико-механический факультет, ауд. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан “____” ___________ 2010 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета А.А. Архипова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена исследованию периодических решений и вычислению ляпуновских величин двумерных динамических систем.

Актуальность темы. Исследование предельных циклов двумерных динамических систем стимулировалось как чисто математическими проблемами, такими как шестнадцатая проблема Гильберта и проблема центра - фокуса, так и многими прикладными задачами. Так, к исследованию двумерных квадратичных систем приводит рассмотрение различных химических реакций и популяционных моделей в биологии. В таких моделях важную роль играют предельные циклы.

Задача локализации и моделирования предельных циклов, даже для случая двумерных квадратичных систем, является нетривиальной. Так, в книге "Экспериментальная математика" В.И. Арнольд пишет: "Чтобы оценить число предельных циклов квадратичных векторных полей на плоскости, А.Н. Колмогоров раздал несколько сотен таких полей (со случайно выбранными коэффициентами многочленов второй степени) нескольким сотням студентов механико - математического факультета МГУ в качестве математического практикума. Каждый студент должен был найти число предельных циклов своего поля. Результат этого эксперимента был совершенно неожиданным: ни у одного поля не оказалось ни одного предельного цикла!". Из чего В.И. Арнольдом был сделан вывод о том, что область в пространстве параметров, соответствующая существованию предельных циклов в двумерных квадратичных системах, мала.

Задача исследования предельных циклов двумерных квадратичных систем может быть условно разделена на исследование "малых" предельных циклов (локальная шестнадцатая проблема Гильберта) и изучение "больших" предельных циклов.

Важный вклад в изучение локальной шестнадцатой проблемы Гильберта внесли Н.Н. Баутин, Н.Н. Серебрякова, С.Д. Щуко, P. Yu, N.G. Lloyd, S. Lynch, A. Gasull, J. Gine, А.Ф. Андреев, В.Г. Романовский. Одним из наиболее эффективных методов исследования "малых" предельных циклов является метод ляпуновских величин (или констант Пуанкаре - Ляпунова), предложенный в классических работах H. Poincaré и А.М. Ляпунова.

Ляпуновские величины характеризуют локальную устойчивость и неустойчивость слабого фокуса.

Если первая и вторая ляпуновские величины в общем виде были вычислены для двумерных систем в сороковые - пятидесятые годы прошлого столетия Н.Н. Баутиным и Н.Н. Серебряковой соответственно, то вычисление третьей ляпуновской величины было долгое время возможно лишь для некоторых специальных случаев (см., например, работы N.G. Lloyd, S. Lynch). Вычисление третьей ляпуновской величины в общем виде стало возможно благодаря современным мощным техническим средствам и специальным математическим пакетам символьных вычислений, а также благодаря разработке эффективных алгоритмов, это выражение было получено в 2008 году Г.А. Леоновым, Н.В. Кузнецовым и Е.В. Кудряшовой.

Вычисление символьных выражений ляпуновских величин и метод малого возмущения параметров системы позволяют, следуя работе Н.Н. Баутина (1949), получать малые предельные циклы вокруг состояний равновесия. Так, в случае двумерной квадратичной системы использование этих методов позволяет получить по одному "малому" предельному циклу вокруг двух состояний равновесия или три "малых" предельных цикла вокруг одного состояния равновесия. В общем случае для систем более высоких степеней упомянутые выше методы позволяют получить оценку снизу возможного числа "малых" предельных циклов. Также вычисление ляпуновских величин тесно связано с важным в инженерной механике вопросом о поведении динамической системы при значениях параметра близких к границе области устойчивости.

Позднее в работах S.L. Shi (1980) и Chen L.S. & Wang M.S. (1979) были получены квадратичные системы с "большим" предельным циклом вокруг одного состояния равновесия и с тремя "малыми" предельными циклами вокруг другого состояния равновесия.

Задача нахождения аналитических условий существования "больших" предельных циклов, а также задача их визуализации, по-прежнему актуальны и остаются до конца нерешенными как для полиномиальных двумерных систем общего вида, так и для простейшего случая двумерных квадратичных систем.

Некоторые аналитические и численные методы исследования “больших” предельных циклов были предложены в работах T.R. Blows, L.M. Perko, R. Roussarie, Л.А. Черкаса. Также для исследования “больших” предельных циклов квадратичных систем оказался эффективным предложенный в 2008 году Г.А. Леоновым метод асимптотического интегрирования траекторий.

Цель работы. Целью работы является исследование периодических решений и вычисление ляпуновских величин двумерных динамических систем. Работа направлена на развитие аналитических и численных методов исследования предельных циклов и вычисления ляпуновских величин, изучение и визуализацию областей параметров, соответствующих существованию предельных циклов, и применение полученного численно-аналитического аппарата к исследованию двумерных квадратичных систем.

Методы исследования. Для исследования предельных циклов двумерных квадратичных систем в работе используются:

- методы вычисления ляпуновских величин (во временной области и евклидовой системе координат, классический метод Пуанкаре - Ляпунова) и их реализации в пакете Matlab – для вычисления символьных выражений ляпуновских величин и исследования “малых” предельных циклов,

- сведение к системе Льенара специального вида и метод асимптотического интегрирования траекторий – для локализации “больших” предельных циклов.

Результаты, выносимые на защиту.

- Разработаны и реализованы эффективные символьные алгоритмы вычисления ляпуновских величин для систем Льенара, основанные на методе вычисления ляпуновских величин во временной области и евклидовой системе координат и на классическом методе Пуанкаре - Ляпунова. Использование данных алгоритмов и пакета вычисления Matlab позволило впервые получить выражения пятой, шестой и седьмой ляпуновских величин для системы Льенара в общем виде в терминах коэффициентов исходной системы.

- Использование описанных выше алгоритмов и пакета вычисления Matlab позволило впервые получить выражение четвертой ляпуновской величины в общем виде в терминах коэффициентов исходной системы (выражение занимает более 45 страниц).

- Получена теорема о существовании четырех предельных циклов двумерных квадратичных систем (двух “больших” – в случае слабого фокуса второго порядка и одного “большого” – в случае слабого фокуса третьего порядка). Полученная теорема обобщает известные результаты S.L. Shi о существовании четырех предельных циклов в двумерной квадратичной системе.

- Численно получена область параметров квадратичной системы, соответствующих существованию трех “больших” предельных циклов: одного – вокруг одного состояния равновесия (фокуса) и двух – вокруг второго состояния равновесия (слабого фокуса первого порядка).

- Построены двумерные квадратичные системы, для которых проведена визуализация четырех “больших” предельных циклов. Проведена серия численных экспериментов по исследованию области параметров квадратичной системы, соответствующих существованию четырех “больших” предельных циклов.

Достоверность результатов. Основные результаты диссертационной работы были получены с помощью строгих математических доказательств.

Символьные выражения ляпуновских величин, полученные независимыми реализациями двух разных методов, совпадают, что подтверждает их правильность. Применение разработанных алгоритмов для исследования двумерных полиномиальных систем малых степеней дает выражения, совпадающие с ранее известными результатами, полученными в работах Н.Н. Баутина, Н.Н. Серебряковой, S. Lynch, Е.В. Кудряшовой.

Существование полученных в работе “больших” предельных циклов подтверждается теоретическими результатами S.L. Shi, J. Llibre и Г.А. Леонова, а также многочисленными численными экспериментами.

Научная новизна. Все основные результаты, представленные в диссертации, являются новыми.

Теоретическая и практическая ценность. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы для исследования предельных циклов динамических систем, а также при решении задачи о поведении динамической системы при значениях параметра близких к границе области устойчивости и исследовании прикладных динамических моделей, возникающих в химии, биологии и электронике.

Апробация работы. Результаты данной работы докладывались на международных конференциях «23-rd IAR workshop on advanced control and diagnosis» (Ковентри – 2008), «Workshop on numerics in dynamical systems» (Хельсинки – 2009), «MATHMOD 09» (Вена – 2009).

В том числе были представлены на мини-симпозиумах международных конференций «The Third International Conference on Dynamics, Vibration and Control (ICDVC-2010)» (Ханчжоу – 2010), XI международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого) (Москва – 2010), «PSYCO2010» (Анталия – 2010).

Публикации. Основные результаты диссертации представлены в 9 печатных работах, в том числе в 3 статьях [1, 2, 3], опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

В работах [1, 2, 7, 9] соавтору (научному руководителю) принадлежит постановка задачи, все результаты получены диссертанткой самостоятельно.

В работах [4, 5, 6] диссертантке принадлежат разработка алгоритмов, реализация символьных вычислений и компьютерное моделирование.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, разбитых на параграфы, шести приложений, списка литературы, включающего 114 наименований, изложена на 125 страницах машинописного текста и содержит 30 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается история исследования периодических решений двумерных динамических систем, представлен обзор основной литературы по теме работы, а также краткое описание наиболее эффективных подходов и методов решения данной задачи, включая использованные в работе метод ляпуновских величин и метод асимптотического интегрирования траекторий, приведены статистические данные, подтверждающие актуальность тематики, которой посвящена диссертация, приведены некоторые примеры прикладных задач, связанных с изучением предельных циклов и ляпуновских величин. Кроме того, обосновываются научная новизна и практическая и теоретическая ценность результатов работы.

В первой главе исследуются “малые” предельные циклы (так называемая локальная шестнадцатая проблема Гильберта). Для этого используется метод ляпуновских величин (или констант Пуанкаре - Ляпунова), характеризующих устойчивость и неустойчивость в малой окрестности слабого фокуса, предложенный в классических работах H. Poincaré и А.М. Ляпунова.

В начале главы описываются основные фундаментальные и прикладные задачи, связанные с проблемой вычисления ляпуновских величин, дается краткий исторический обзор исследования проблемы, вводится понятие ляпуновской величины.

На основе метода вычисления ляпуновских величин во временной области и в евклидовой системе координат разработан алгоритм символьного вычисления ляпуновских величин, полностью приведенный в Приложении 3 вместе с программным кодом.

Для проверки полученных выражений разработаны и реализованы две модификации алгоритма символьного вычисления ляпуновских величин (в евклидовом и комплексном пространствах) на основе представленного в работе классического метода Пуанкаре - Ляпунова. Алгоритмы и программный код обеих модификаций представлены в Приложениях 1 и 2.

С помощью разработанных алгоритмов впервые получено полное выражение четвертой ляпуновской величины в общем виде, для вычисления которого требуется обработка миллионов символов, само полученное выражение четвертой ляпуновской величины занимает более 45 страниц.

На основе рассмотренных методов реализованы алгоритмы символьного вычисления ляпуновских величин для системы Льенара с линейной частью общего вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y, \\ \dot{y} &= g_{x1}(x)y + g_{x0}(x), \end{aligned}$$

где $g_{x1}(x) = g_{11}x + g_{21}x^2 + \ldots,\quad g_{x0}(x) = g_{10}x + g_{20}x^2 + g_{30}x^3 + \ldots$ и $g_{10} > 0$.

Этот алгоритм позволил впервые получить символьные выражения пятой, шестой и седьмой ляпуновских величин в общем виде. Пятая ляпуновская величина имеет вид:

$$\begin{aligned}
\mathrm{L}_5 = {} & \tfrac{\pi}{3110400(g_{10})^{27/2}} (-4158000\, {g_{30}}^3 {g_{20}}^3 {g_{10}}^2 g_{11} - 5613300\, {g_{20}}^5 {g_{30}}^2 g_{10}\, g_{11} + \\
& + 200475\, g_{30}\, g_{60}\, g_{31}\, {g_{10}}^6 - 935550\, g_{30}\, g_{50}\, g_{20}\, g_{31}\, {g_{10}}^5 - 561330\, g_{30}\, g_{50}\, g_{11}\, g_{40}\, {g_{10}}^5 - \\
& - 486486\, {g_{40}}^2 g_{30}\, {g_{10}}^4 g_{11}\, g_{20} + 280665\, g_{50}\, g_{40}\, g_{31}\, {g_{10}}^6 - 2402400\, {g_{20}}^5 g_{51}\, {g_{10}}^3 + \\
& + 467775\, g_{50}\, g_{20}\, g_{51}\, {g_{10}}^6 - 1601600\, {g_{20}}^7 g_{30}\, g_{11} + 579150\, {g_{20}}^2 g_{60}\, g_{31}\, {g_{10}}^5 + \\
& + 155925\, g_{30}\, g_{11}\, g_{80}\, {g_{10}}^6 - 200475\, {g_{30}}^2 g_{11}\, g_{60}\, {g_{10}}^5 - 2522520\, {g_{20}}^4 g_{40}\, g_{31}\, {g_{10}}^3 + \\
& + 5613300\, {g_{20}}^5 g_{30}\, g_{31}\, {g_{10}}^2 + 467775\, {g_{30}}^3 g_{20}\, g_{31}\, {g_{10}}^4 - 1351350\, {g_{20}}^3 {g_{10}}^4 g_{70}\, g_{11} + \\
& + 486486\, g_{20}\, {g_{40}}^2 g_{31}\, {g_{10}}^5 + 1621620\, {g_{20}}^2 g_{40}\, g_{51}\, {g_{10}}^5 + 280665\, g_{30}\, g_{40}\, g_{51}\, {g_{10}}^6 - \\
& - 1621620\, {g_{20}}^2 g_{40}\, g_{50}\, {g_{10}}^4 g_{11} - 3118500\, {g_{20}}^2 g_{30}\, g_{40}\, g_{31}\, {g_{10}}^4 + \\
& + 1403325\, {g_{30}}^2 g_{50}\, {g_{10}}^4 g_{11}\, g_{20} + 2522520\, {g_{20}}^4 g_{30}\, {g_{10}}^2 g_{40}\, g_{11} + \\
& + 3118500\, {g_{30}}^2 {g_{10}}^3 {g_{20}}^2 g_{40}\, g_{11} - 3014550\, {g_{20}}^3 g_{30}\, g_{51}\, {g_{10}}^4 - \\
& - 467775\, {g_{30}}^2 g_{20}\, g_{51}\, {g_{10}}^5 + 280665\, {g_{30}}^3 g_{11}\, g_{40}\, {g_{10}}^4 + 467775\, g_{70}\, g_{20}\, g_{31}\, {g_{10}}^6 + \\
& + 2402400\, {g_{20}}^5 {g_{10}}^2 g_{50}\, g_{11} - 467775\, {g_{30}}^4 {g_{10}}^3 g_{11}\, g_{20} + 127575\, g_{10\,1}\, {g_{10}}^8 - \\
& - 935550\, g_{30}\, {g_{10}}^5 g_{70}\, g_{11}\, g_{20} + 467775\, g_{30}\, g_{20}\, g_{71}\, {g_{10}}^6 - 280665\, {g_{30}}^2 g_{40}\, g_{31}\, {g_{10}}^5 - \\
& - 2113650\, {g_{20}}^3 g_{50}\, g_{31}\, {g_{10}}^4 + 280665\, g_{70}\, g_{11}\, g_{40}\, {g_{10}}^6 + 4158000\, {g_{20}}^3 {g_{30}}^2 g_{31}\, {g_{10}}^3 + \\
& + 5128200\, {g_{20}}^3 g_{30}\, g_{50}\, {g_{10}}^3 g_{11} - 579150\, g_{30}\, {g_{10}}^4 {g_{20}}^2 g_{60}\, g_{11} + 1601600\, {g_{20}}^7 g_{31}\, g_{10} + \\
& + 200475\, g_{50}\, g_{11}\, g_{60}\, {g_{10}}^6 - 467775\, {g_{50}}^2 {g_{10}}^5 g_{11}\, g_{20} + 467775\, g_{90}\, {g_{10}}^6 g_{11}\, g_{20} - \\
& - 200475\, g_{60}\, {g_{10}}^7 g_{51} - 280665\, g_{40}\, g_{71}\, {g_{10}}^7 + 1351350\, {g_{20}}^3 g_{71}\, {g_{10}}^5 - \\
& - 127575\, g_{11}\, {g_{10}}^7 g_{10\,0} - 467775\, g_{20}\, g_{91}\, {g_{10}}^7 - 155925\, g_{80}\, {g_{10}}^7 g_{31}),
\end{aligned}$$

а выражения для шестой и седьмой ляпуновских величин $L_6,\ L_7$ приведены в Приложении 4.

Вычисление ляпуновских величин независимыми реализациями двух разных аналитических методов с привлечением современных программных средств символьных вычислений позволяет убедиться в правильности полученных выражений.

Кроме того, для квадратичной системы вычисляется первая ляпуновская величина вокруг второго состояния равновесия.

Полученные символьные выражения ляпуновских величин позволяют применить метод Н.Н. Баутина для исследования "малых" предельных циклов.

Вторая глава посвящена задаче Колмогорова о локализации "больших" предельных циклов двумерных квадратичных систем общего вида. В главе разобраны различные возможные конфигурации "больших", а также одновременно "больших" и "малых" предельных циклов квадратичных систем. Описаны аналитические методы и численные процедуры исследования "больших" предельных циклов, которые применяются для исследования двумерных квадратичных систем. В начале главы дается краткий обзор истории задачи.

В главе рассматривается квадратичная система общего вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + \alpha_1x + \beta_1y, \\ \dot{y} &= a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + \alpha_2x + \beta_2y, \end{aligned} \tag{1}$$

(где $a_i, b_i, c_i, \alpha_i, \beta_i$ – вещественные числа $(i = 1, 2)$), которая сводится к следующему виду

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 + xy + y, \\ \dot{y} &= a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + \alpha_2x + \beta_2y. \end{aligned} \tag{2}$$

Для полученной системы, следуя работам Л.А. Черкаса и Г.А. Леонова, проводится сведение к специальному виду системы Льенара

$$\dot{x} = y, \qquad \dot{y} = -f(x)y - g(x) \tag{3}$$

с функциями

$$\begin{aligned} f(x) &= (A_1x^2 + A_2x + A_3)|x+1|^{q-2}, \\ g(x) &= (B_1x^4 + B_2x^3 + B_3x^2 + B_4x)\frac{|x+1|^{2q}}{(x+1)^3}, \end{aligned}$$

где A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, B_4, q – параметры, зависящие от коэффициентов соответствующей квадратичной системы, а прямая $\{x = -1\}$ является трансверсальной в квадратичной системе (2).

Приведение квадратичной системы к виду системы Льенара и применение метода асимптотического интегрирования траекторий позволяют сформулировать теоремы о существовании одного и двух “больших” предельных циклов системы (3) (а значит, и эквивалентной ей системы (2)).

Применение кроме того описанного в первой главе метода ляпуновских величин позволяет также аналитически получить области коэффициентов системы (2), соответствующих существованию четырех предельных циклов: одного “большого” предельного цикла в случае слабого фокуса третьего порядка или двух “больших” предельных циклов в случае слабого фокуса второго порядка.

Теорема. *Система (2) имеет 4 предельных цикла, если выполнены условия*

$$c_2 \in (1/3, 1), \quad b_2 \in (1, 3),$$

$$4a_2(c_2 - 1) > (b_2 - 1)^2, \quad b_2 c_2 > 1,$$

$$\beta_2 \in (0, \varepsilon), \quad \alpha_2 \in (\frac{a_2(2 + b_2)}{b_2 c_2 - 1}, \frac{a_2(2 + b_2)}{b_2 c_2 - 1} + \delta), \quad 1 \gg \delta \gg \varepsilon \geq 0.$$

В работе проведено сравнение области параметров, описанной последней теоремой, с известными результатами S.L. Shi, а также J. Llibre, показано, что область, полученная с помощью метода асимптотического интегрирования совпадает с аналогичной областью J. Llibre и расширяет область, полученную в работе S.L. Shi, что говорит об эффективности использованного метода. На Рис. 1 заштрихованным изображена область Ши, а серым

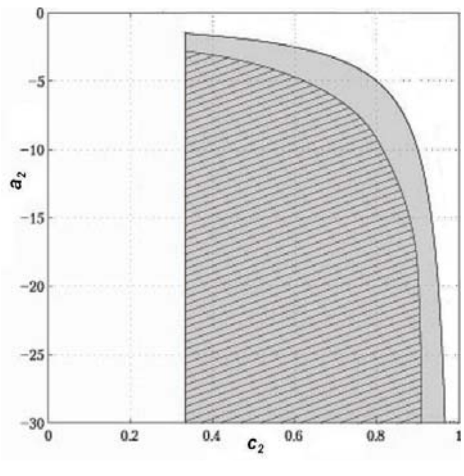

Рис. 1. Область Ши и ее расширение.

– расширяющая ее область, полученная в диссертации (сечение описанной в теореме трехмерной области при $b_2 \to 3$).

На Рис. 2 приведены различные сечения трехмерной области, соответствующей существованию четырех предельных циклов двумерных квадратичных систем.

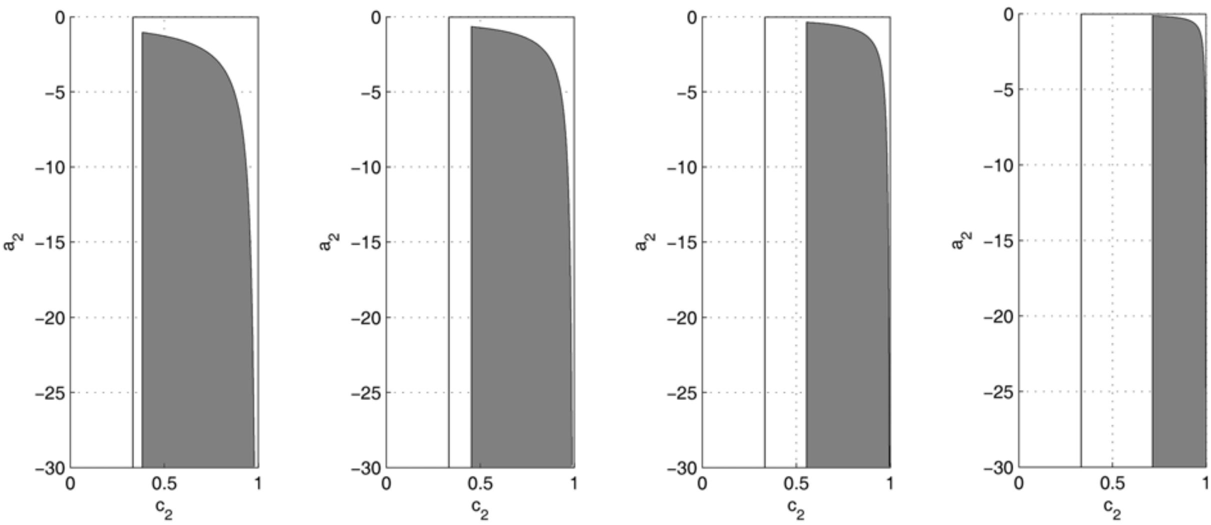

Рис. 2. Сечения для $b_2 = 2.6,\ \ 2.2,\ \ 1.8,\ \ 1.4.$

Применение метода асимптотического интегрирования траекторий и разработанных численных процедур позволяют построить область коэффициентов системы, соответствующих новой конфигурации предельных циклов двумерных квадратичных систем: трех “больших” предельных циклов в случае фокуса первого порядка:

Система (2) имеет четыре предельных цикла (три “больших” и один “малый”), если выполнены условия $\beta_2 = 0, \quad c_2 \in (1/3, 1)$,
$b_2 < 3, \quad 4a_2(c_2 - 1) > (b_2 - 1)^2, \quad 2c_2 < b_2 + 1$
и, если $b_2 c_2 < 1$, то $\alpha_2 = -\varepsilon^{-1}, \quad 1 \gg \varepsilon \geq 0$,
а если $b_2 c_2 > 1$, то $\dfrac{a_2(2 + b_2)}{b_2 c_2 - 1} < \alpha_2 < 0$.

Причем проекция этой области на плоскость $(b_2,\ c_2)$ имеет вид, изображенный на Рис. 3.

Согласно численным экспериментам, дополнительное возмущение коэффициента β_2 позволяет получить конфигурацию четырех “больших” предельных циклов. В диссертации проведены моделирование и визуализация

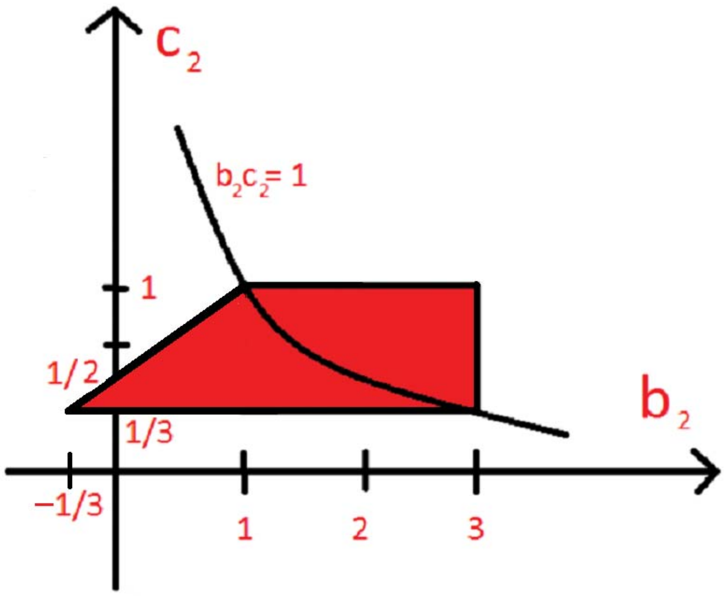

Рис. 3. Проекция области, соответствующей 3 "большим" и 1 "малому" предельным циклам, на плоскость $(b_2,\ c_2)$.

одного "большого" цикла вокруг состояния равновесия, находящегося слева от -1, и трех "больших" циклов – вокруг нулевого состояния равновесия (Рис. 4).

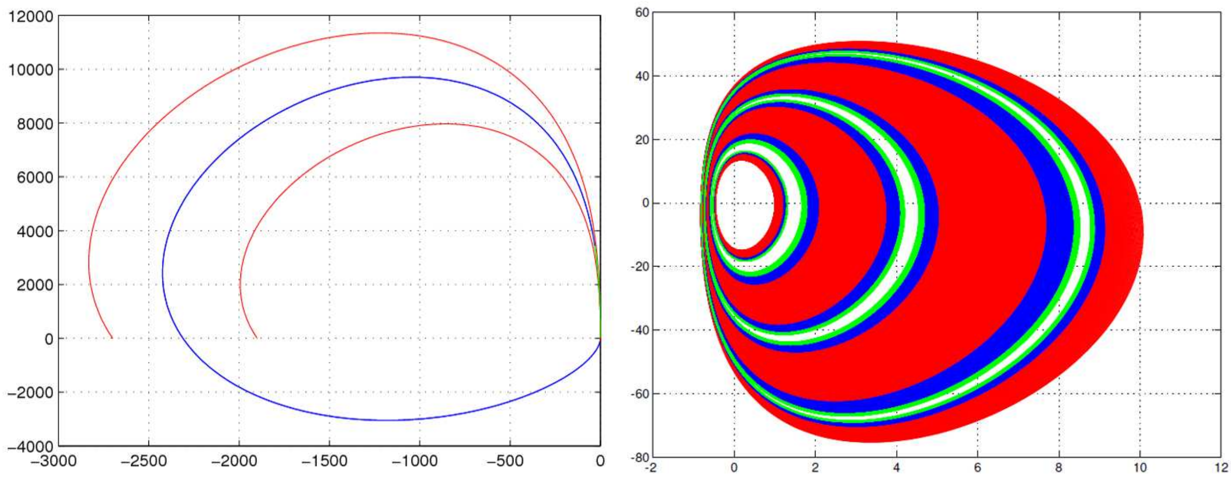

Рис. 4. Локализация одного "большого" предельного цикла вокруг одного состояния равновесия и трех "больших" предельных циклов вокруг другого.

Кроме того, в процессе проведения серии экспериментов исследовался так называемый "танец циклов", то есть преобразования конфигурации циклов в процессе постепенного изменения одного или нескольких коэффициентов системы.

Таким образом, в рамках исследования задачи Колмогорова (о визуализации предельных циклов двумерных квадратичных систем) для квадратичных систем получены новые аналитические результаты и проведены компьютерные эксперименты построения “больших” предельных циклов. Глава является продолжением работы Е.В. Кудряшовой (в которой была получена визуализация 1 и 2 “больших” предельных циклов квадратичных систем). Здесь развитие аналитико-численных методов позволило впервые получить визуализацию 3 и 4 “больших” предельных циклов, а также областей коэффициентов, соответствующих существованию этих циклов.

Приложения.

В Приложении 1 представлены алгоритм и компьютерный код для вычисления ляпуновских величин классическим методом Пуанкаре - Ляпунова в евклидовом пространстве.

В Приложении 2 представлены алгоритм и компьютерный код для вычисления ляпуновских величин классическим методом Пуанкаре - Ляпунова в комплексном пространстве.

В Приложении 3 представлены алгоритм и компьютерный код для вычисления ляпуновских величин в евклидовой системе координат и во временной области.

В Приложении 4 представлены выражения 4-ой, 5-ой, 6-ой и 7-ой ляпуновских величин для системы Льенара.

В Приложении 5 представлена серия численных экспериментов, соответствующих существованию трех “больших” предельных циклов в случае слабого фокуса первого порядка, полученная для коэффициентов квадратичной системы из численно полученной области.

В Приложении 6 представлена серия численных экспериментов, полученная в ходе последовательных изменений коэффициентов квадратичной системы, соответствующих существованию четырех “больших” предельных циклов.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

1. Леонов Г.А., Кузнецова О.А., Вычисление первых пяти ляпунов-

ских величин для системы Льенара. // Доклады академии наук, том 425, N 1, 2009, с. 45–47.

2. Leonov G.A., Kuznetsova O.A., Lyapunov Quantities and Limit Cycles of Two-dimensional Dynamical Systems. Analytical Methods and Symbolic Computation. // Regular and Chaotic Dynamics, Vol. 15, N 2–3, 2010, pp. 356–379.

3. Кузнецова О.А., Шестая и седьмая ляпуновские величины для системы Льенара. // Вестник Санкт-Петербургского Университета, Сер. 10, вып. 4, 2010, с. 25–29.

Другие публикации:

4. Leonov G., Seledzhi S., Fyodorov A., Kudryashova E., Kuznetsova O., Analytical-Numerical analysis methods of control systems. // Proceedings of the 23rd IAR workshop on advanced control and diagnosis (Coventry, UK), 2008, pp. 287–291.

5. Leonov G.A., Kuznetsova O.A., Seledzhi S.M., Hidden oscillations. // Abstracts of Workshop on numerics in dynamical systems (Helsinki, Finland), 2009, p. 18.

6. Leonov G., Seledzhi S., Kuznetsova O., Fyodorov A., Kudryashova E., Periodical oscillations of control systems. Analytical and numerical approach. // Proceedings of Vienna conference of Mathematical modelling (Vienna, Austria), 2009, pp. 416–427.

7. Kuznetsova O.A., Leonov G.A., Localization of limit cycles in two-dimensional dynamical systems. // Proceedings of the Third International Conference on Dynamics, Vibration and Control (Hangzhou, China), 2010, pp. 249–250.

8. Кузнецова О.А., Вычисление ляпуновских величин и существование предельных циклов. // Труды XI международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (Москва, Россия), 2010, с. 229.

9. Kuznetsova O.A., Leonov G.A., Computation of Lyapunov quantities and limit cycles. // Proceedings of IFAC Workshop «Periodic Control Systems» (Antalya, Turkey), 2010, p. 8.