САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Джунусов Ибрагим Алпысбаевич

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЕТЕВЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2010

Работа выполнена на кафедре теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор **Фрадков Александр Львович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Граничин Олег Николаевич**
(Санкт-Петербургский государственный университет)
кандидат физико-математических наук,
Ананьевский Михаил Сергеевич
(Институт проблем машиноведения РАН)

Ведущая организация: Институт проблем управления РАН

Защита состоится "____"________________ 2010 г. в ____ часов на заседании совета Д.212.232.29 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 191011, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, 27, ауд. 311 (помещение ПОМИ РАН).

Адрес диссертационного совета: 198504, Санкт-Петербург, Ст. Петергоф, Университетский пр., 28.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан "____"________________ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.212.232.29
доктор физ.-мат. наук, профессор

В. М. Нежинский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Математические задачи управления в сетях динамических систем активно исследуются в последнее десятилетие. Это связано с наличием широкого класса приложений, в числе которых задачи управления движением групп мобильных роботов, синхронизации в энергосистемах, управления беспилотными летательными аппаратами, управления флотилиями автономных судов и т.п. Задачи управления в сетях характеризуются требованиями полной или частичной децентрализованности регуляторов, естественно следующими из описания реальных сетевых объектов, а также ограничениями на возможности измерения и управления при построении регуляторов. Синтез регуляторов, обеспечивающих желаемое поведение объектов в направленных сетях (т.е. описывающихся с помощью ориентированных графов), является более сложной задачей по сравнению с такой же задачей в ненаправленных сетях, ввиду уменьшения информационного трафика.

Задачи управления сетями исследовались в работах А.А. Воронова, Б.М. Миркина, Е.А.Паршевой, А.Л. Фрадкова, А.М.Цыкунова, Д.Д. Шильяка, Р.М. Мюррея и многих других авторов. Несмотря на большое количество публикаций по этой тематике, пока решен лишь ограниченный класс таких задач, поскольку они затруднены сложностью и пространственной распределенностью объектов сетей, а также ограничениями на обмен информацией между ними.

В некоторых работах предполагается доступность для измерения всего состояния отдельного объекта сети, а также вхождение управления во все уравнения подсистем, либо предлагается использование наблюдателей. Подобные предположения являются ограничительными при практической реализации систем регулирования, особенно при большой размерности пространства состояний объектов и (или) большом количестве этих объектов в сети.

Целью работы является синтез регуляторов, обеспечивающих сходимость между собой решений динамических систем, образующих сети, при неполных измерениях и управлениях для различных случаев.

Методы исследований включают методы пассификации и скоростного градиента в задачах децентрализованного управления, предложенные А.Л. Фрадковым, а также частотную теорему (лемма Якубовича-Калмана).

Научную новизну работы составляют следующие результаты.

1. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из взаимосвязанных объектов в форме Лурье. Получены условия достижения цели управления, заданной как сходимость решений всех подсистем и решения ведущей подсистемы в следующих случаях: случай глобально липшицевых нелинейностей, случай обобщенно монотонных нелинейностей, случай согласованности структуры структуры подсистем сети со структурой лидирующей подсистемы.
2. Синтезирован децентрализованный адаптивный регулятор для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье. Получены условия достижения цели управления, заданной как сходимость решений всех подсистем и решения ведущей подсистемы для случая согласованности структуры подсистем сети с лидирующей подсистемой.
3. При помощи метода пассификации найдены условия достижения синхронизации по выходу в сетях линейных объектов при неполных измерениях и управлениях с помощью статических регуляторов без построения наблюдателей.

Теоретическая и практическая ценность. Для сетей идентичных и неидентичных систем Лурье с помощью метода скоростного градиента синтезированы адаптивные регуляторы при неполных измерениях и управлениях, не использующие информации о параметрах объектов сети и применимые в условиях неопределенности. Для различных случаев получены условия достижения цели управления в замкнутой системе, отличающиеся от известных использованием леммы Якубовича-Калмана и теоремы о пассификации. Условия достижения цели управления могут быть сформулированы в терминах входящих степеней вершин графа связей сети. На основе метода пассификации найдены достаточные условия достижения цели управления в сетях линейных объектов, отличающиеся от известных использованием статических регуляторов при неполных измерениях и управлениях, а также без построения наблюдателей. Полученные результаты могут быть использованы на практике: для расчета и построения систем управления группами мобильных роботов.

Апробация работы. Полученные результаты докладывались и обсуждались на семинарах кафедры теоретической кибернетики, V Всероссийской межвузовской конференции молодых ученых в СПбГУ ИТМО (диплом за лучший доклад аспиранта на секции) в 2008 г., Балтийской олимпиаде по автоматическому управлению в 2008 г., 3rd IEEE Multi-conference on Systems and Control (2009), 4th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2009), международной научно-технической конференции “Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы” (МВУС 2009) и на XII конференции молодых ученых “Навигация и управление движением”, С.-Петербург, 2010 г.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в работах [1–5]. Работа [1] является публикацией в издании из перечня ВАК.

Работы [1,3,4,5] написаны в соавторстве. В этих работах Джунусову И.А. принадлежит формулировка и доказательство теорем о достижении цели управления, имитационное моделирование, Фрадкову А.Л. общая постановка задачи, синтез структур децентрализованных регуляторов. В работе [3] Р. Ортеге принадлежит замечание о замене условий монотонности нелинейности на условие локальной ограниченности при введении внеинтегрального члена в адаптивный регулятор.

Структура и объем работы. Диссертация объемом 68 страниц состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (59 наименований).

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы, ставятся задачи исследования и приводится краткое содержание работы по главам.

В первой главе приводятся краткий анализ существующих работ по управлению сетевыми системами, сведения из теории графов и матриц, формулировка леммы Якубовича-Калмана, а также краткое изложение методов пассификации и скоростного градиента в задачах децентрализованного управления, предложенных в работах Фрадкова А. Л. (Фрадков А. Л. *Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта.* // Сиб. мат. журн.–1976.–№2.–С. 436-446.; Фрадков А. Л. *Адаптивное управление в сложных системах.* М.: Наука, 1990).

Во второй главе изложены основные результаты работы. Дается математическая постановка задачи децентрализованного адаптивного управления для различных сетей, состоящих из взаимосвязанных объектов в форме Лурье.

В разделах 2.1.-2.3.3. главы 2 рассматриваются сети идентичных объектов, описываемых уравнениями в форме Лурье.

Рассматривается сеть S, состоящая из d взаимосвязанных подсистем S_i, $i = 1, \ldots, d$, каждая из которых описывается уравнением:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + Bu_i + \varphi_0(x_i) + \sum_{j=1}^{d} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j), \\ y_i &= C^{\mathrm{T}} x_i, \qquad i = 1, \ldots, d, \quad t \geqslant 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ – состояния, $u_i(t) \in \mathbb{R}^1$ – управления, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}^1$ – коэффициенты, характеризующие силу взаимосвязей, $y_i(t) \in \mathbb{R}^l$. Функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \ldots, d, j = 1, \ldots, d$, описывают взаимосвязи между подсистемами, а функция $\varphi_0(\cdot)$ описывает нелинейность в подсистеме S_i, $i = 1, \ldots, d$. Всюду в главе 2 предполагается, что связи обладают следующими свойствами:

- $\varphi_{ii}(0) = 0, \alpha_{ii} = 0, i = 1, \ldots, d,$
- $\varphi_{ij}(\cdot) \equiv 0 \Leftrightarrow \alpha_{ij} = 0.$

Считается, что матрицы A, B, C и функции $\varphi_0(\cdot)$, $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \ldots, d, j = 1, \ldots, d$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Рассматривается лидирующая система, являющаяся изолированной (не связанной с подсистемами S_i):

$$\dot{\overline{x}} = A\overline{x} + B\overline{u} + \varphi_0(\overline{x}), \quad \overline{y} = C^{\mathrm{T}}\overline{x}, \tag{2}$$

где $\overline{u}(t) \in \mathbb{R}^1$ – известное заданное управление. Цель управления ставится следующим образом (синхронизация по состоянию):

$$\lim_{t\to\infty}(x_i(t) - \overline{x}(t)) = 0, \qquad i = 1, \dots, d. \tag{3}$$

Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функций децентрализованного управления $u_i = \mathcal{U}_i(y_i, t)$, обеспечивающих достижение цели управления для всех значений вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$.

В главе 2 всюду предполагается, что для всех $i, j = 1, \dots, d$ и $\xi \in \Xi$ функции φ_{ij} глобально липшицевы с константами Липшица L_{ij}, а функции $\overline{u}(\cdot), \varphi_0(\cdot)$ таковы, что обеспечены существование и единственность решений всех подсистем сети.

В разделе 2.2 приводится синтезированный с помощью метода пассификации и скоростного градиента децентрализованный адаптивный регулятор вида:

$$u_i(t) = \theta_i^{\mathrm{T}}(t)\tilde{y}_i + \overline{u}(t). \tag{4}$$

$$\dot{\theta}_i(t) = -g^{\mathrm{T}}\tilde{y}_i(t)\Gamma_i\tilde{y}_i(t), \qquad i = 1, \dots, d, \tag{5}$$

где $\tilde{y}_i = y_i - \overline{y}$, а $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}} > 0$ – положительно определенные матрицы порядка $l \times l$.

Рассмотриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0, g, \theta_*$ порядков $n \times n, l \times 1, l \times 1$ соответственно и число $\rho > 0$ такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}}H < -\rho H, \quad HB = Cg, \quad A_* = (A + LI_n) + B\theta_*^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}. \tag{6}$$

Установлен следующий результат о достаточных условиях достижения поставленной цели управления в случае глобально липшицевой $\varphi_0(\cdot)$ (раздел 2.3.1 диссертации).

Теорема 1. *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ функция $\varphi_0(\cdot)$ глобально липшицева с константой L, и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s - L)$ гиперминимально-фазовая, где передаточная функция $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A)^{-1}B$. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0, \theta_*$ порядков $n \times n, l \times 1$ и положительное*

ρ, что выполнены (6). Пусть при этом для каждого $i = 1, \ldots, d$ выполнено неравенство

$$\sum_{j=1}^{d} |\alpha_{ij} L_{ij}| < \gamma, \tag{7}$$

где $\gamma = \rho_*/(4d\lambda_*), \lambda_*$ – число обусловленности матрицы H, ρ_*– степень устойчивости числителя функции $g^{\mathrm{T}}\chi(s - L)$.

Тогда для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, d$ адаптивное управление (4),(5) обеспечивает достижение цели (3) при этом вектор настраиваемых параметров θ_i остается ограниченным на $[0, \infty)$ для всех решений замкнутой системы (1), (2), (4), (5).

Вводится граф связей – ориентированный граф, состоящий из множества вершин и множества дуг; эти множества определяются следующим образом. Множество вершин состоит из d элементов, где i-я вершина ассоциирована с i-й подсистемой S_i. Дуге из j-й вершины к i-й вершине присваивается вес $|\alpha_{ij} L_{ij}|$. Замечается, что для каждого $i = 1, \ldots, d$ сумма в левой части неравенства (7) есть входящая степень i-й вершины графа связей.

В разделе 2.3.2 рассматривается случай когда нелинейность $\varphi_0(\cdot)$ из (1) имеет следующий вид

$$\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i), \quad \psi_0 \colon \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1.$$

Вводится определение G-монотонно убывающей функции, т.е. такой функции, что

$$(x - y)^{\mathrm{T}} G(f(x) - f(y)) \leqslant 0,$$

для любых $x, y \in \mathbb{R}^l$. Здесь G – вектор из $\mathbb{R}^l$.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0, g, \theta_*$ порядков $n \times n, l \times 1, l \times 1$ соответственно и число $\rho > 0$ такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}} H < -\rho H, \quad HB = Cg, \quad A_* = A + B\theta_*^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

Установлен следующий результат о достаточных условиях достижения поставленной цели управления в случае $\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i)$.

Теорема 2. *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ существует вектор $g \in \mathbb{R}^l$ такой, что функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s)$ является гипер-минимально-фазовой, где $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A)^{-1}B$. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0, \theta_*$ порядков $n \times n, l \times 1$ и положительное ρ, что выполнены (8). Пусть, кроме того, функция $\psi_0(\cdot)$ является g-монотонно убывающей и для каждого $i = 1, \ldots, d$ выполнено неравенство*

$$\sum_{j=1}^{d} |\alpha_{ij} L_{ij}| < \gamma, \tag{9}$$

где $\gamma = \rho_*/(4d\lambda_*)$, λ_* – число обусловленности матрицы H, ρ_* – степень устойчивости числителя функции $g^{\mathrm{T}}\chi(s)$.

Тогда для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, d$ адаптивное управление (4),(5) обеспечивает достижение цели (3), при этом вектор настраиваемых параметров θ_i остается ограниченным на $[0, \infty)$ для всех решений замкнутой системы (1), (2), (4), (5) при $\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i)$.

В разделе 2.3.2 рассматривается случай согласованности структуры лидирующей подсистемы со структурой подсистем $S_i, i = 1 \ldots, d$ сети S.

Лидирующая подсистема описывается следующим уравнением:

$$\dot{\overline{x}} = A_M \overline{x} + B_M(\overline{u} + \psi_0(\overline{y})), \quad \overline{y} = C^{\mathrm{T}}\overline{x}, \tag{10}$$

где $\overline{x} \in \mathbb{R}^n, \overline{u} \in \mathbb{R}^1, \overline{y} \in \mathbb{R}^l, \psi_0 \colon \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1$. Считается, что $\overline{u}$ – заданное известное управление, A_M, B_M, C и $\psi_0(\cdot)$ известны и не зависят от $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Рассматривается сеть из d взаимосвязанных объектов, каждый из которых описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + B_M\psi_0(y_i) + \sum_{j=1}^{d} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j), \\ &y_i = C^{\mathrm{T}}x_i, \qquad i = 1, \ldots, d, \end{aligned} \tag{11}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n, u_i \in \mathbb{R}^1, \alpha_{ij} \in \mathbb{R}^1, y_i \in \mathbb{R}^l$. Будем считать, что матрицы A, B и функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \ldots, d, j = 1, \ldots, d$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$.

Предполагается, что выполнены условия согласованности (Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. *Адаптивное управление динамическими объектами.* М.: Наука, 1981) структуры лидирующей подсистемы (10) со структурой (11) каждого объекта сети:

A1) Для каждого $\xi \in \Xi$ существуют вектор $\nu_* = \nu_*(\xi) \in \mathbb{R}^l$ и число $\theta_* = \theta_*(\xi) > 0$ такие, что справедливы равенства:

$$A_M = A + B\nu_*^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}, \qquad B_M = \theta_* B.$$

Вводится обозначение $\sigma_i(t) = \mathrm{col}(y_i(t), \overline{u}(t))$. Рассматривается адаптивный регулятор

$$u_i(t) = \tau_i(t)^{\mathrm{T}} \sigma_i(t), \qquad i = 1, \ldots, d, \tag{12}$$

где $\tau_i(t) \in \mathbb{R}^{l+1}$ – вектор настраиваемых параметров. Используя метод скоростного градиента, получен алгоритм адаптации вида:

$$\dot{\tau}_i = -g^{\mathrm{T}}(y_i - \overline{y})\, \Gamma_i\, \sigma_i(t), \qquad i = 1, \ldots, d, \tag{13}$$

где $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}} > 0$ – матрицы порядков $(l+1) \times (l+1)$, $g \in \mathbb{R}^l$.

Рассмотриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0, g$ порядков $n \times n$ и $l \times 1$ соответственно и число $\rho > 0$ такие, что

$$HA_M + A_M^{\mathrm{T}} H < -\rho H, \qquad HB_M = Cg. \tag{14}$$

Пердаточная функция линейной части лидирующей системы обозначается так: $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A_M)^{-1} B_M$. Установлен следующий результат об адаптивной синхронизации при условиях согласованности.

Теорема 3. *Пусть матрица A_M гурвицева и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ выполняются следующие частотные неравенства:*

$$\mathrm{Re}\, g^{\mathrm{T}} \chi(i\omega) > 0, \quad \lim_{\omega \to \infty} \omega^2\, \mathrm{Re}\, g^{\mathrm{T}} \chi(i\omega) > 0 \tag{15}$$

для всех $\omega \in \mathbb{R}^1$. Тогда существуют $H = H^{\mathrm{T}} > 0$ и $\rho > 0$ такие, что выполнены (14). *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ выполнено предположение A1, функция*

$\psi_0(\cdot)$ является g-монотонно убывающей и пусть для каждого $i = 1, \ldots, d$ выполнено неравенство

$$\sum_{j=1}^{d} |\alpha_{ij} L_{ij}| < \gamma, \tag{16}$$

где $\gamma = \rho_*/(4d\lambda_*)$, λ_* – число обусловленности матрицы H, ρ_* – степень устойчивости знаменателя функции $g^{\mathrm{T}}\chi(s)$. Тогда для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, d$ адаптивное управление (12), (13), *обеспечивает достижение цели*

$$\lim_{t \to +\infty} (x_i(t) - \overline{x}(t)) = 0,$$

при этом вектор настраиваемых параметров τ_i остается ограниченным на $[0, \infty)$ для всех решений замкнутой системы (10), (11), (12), (13).

В разделах 2.4-2.6 главы 2 рассматриваются сети неидентичных объектов в форме Лурье.

Рассматривается лидирующая подсистема, описывающаяся уравнением

$$\dot{\overline{x}} = A_L \overline{x} + B_L(\overline{u} + \psi_0(\overline{y})), \quad \overline{y} = C^{\mathrm{T}} \overline{x}, \tag{17}$$

где $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $\overline{y} \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерения, $\overline{u}(t) \in \mathbb{R}^1$ – управление, считающееся известным, $\psi_0 \colon \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1$ – нелинейность. Считается, что матрицы A_L, B_L, C и нелинейность $\psi_0(\cdot)$ известны и не зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Рассматривается сеть S, состоящую из d взаимосвязанных систем S_i, $i = 1, \ldots, d, d \in \mathbb{N}$. Система S_i описывается следующим уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x}_i =& A_i x_i + B_i u_i + B_L \psi_0(y_i) + \sum_{j=1}^{d} \alpha_{ij} \varphi_{ij}(x_i - x_j), \\ y_i =& C^{\mathrm{T}} x_i, i = 1, \ldots, d, \end{aligned} \tag{18}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния подсистемы, $u_i \in \mathbb{R}^1$ скалярное управление подсистемой, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}^1$ – коэффициенты, описывающие силу взаимосвязей, $y_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений подсистемы. Функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \ldots, d$, $j = 1, \ldots, d$, описывают взаимосвязи между подсистемами. Пусть матрицы A_i, B_i и функции

$\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \ldots, d, j = 1, \ldots, d$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Цель управления состоит в стремлении траекторий всех подсистем к траектории ведущей подсистемы, см. (3). Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функций децентрализованного управления $u_i = \mathcal{U}_i(y_i, t)$, обеспечивающих достижение цели управления (3) для всех значений вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0, g$ размеров $n \times n, l \times 1$ соответственно и число $\rho > 0$ такие, что:

$$HA_L + A_L^{\mathrm{T}} H < -\rho H, \quad HB_L = Cg. \tag{19}$$

Предполагается, что выполнены следующие условия согласованности. A2)Для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, d$ существуют векторы $\nu_i = \nu_i(\xi) \in \mathbb{R}^l$ и числа $\theta_i = \theta_i(\xi) > 0$ такие, что выполнены следующие равенства

$$A_L = A_i + B_i \nu_i^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}, B_L = \theta_i B_i. \tag{20}$$

Вводится обозначение $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A_L)^{-1} B_L$.

Установлен следующий результат для случая сети неидентичных подсистем, структурно согласованных с лидирующей подсистемой.

Теорема 4. *Пусть матрица A_L гурвицева со степенью устойчивости λ_* и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ выполняются следующие частотные неравенства:*

$$\operatorname{Re} g^{\mathrm{T}} \chi(i\omega) > 0, \quad \lim_{\omega \to \infty} \omega^2 \operatorname{Re} g^{\mathrm{T}} \chi(i\omega) > 0 \tag{21}$$

для всех $\omega \in \mathbb{R}^1$. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0$ и $\rho > 0$, что выполнены соотношения (19).

Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ выполнено предположение A2, функция $\psi_0(\cdot)$ является g-монотонно убывающей, и выполнены следующие неравенства

$$\sum_{j=1}^{d} |\alpha_{ij} L_{ij}| < \gamma \quad i = 1, \ldots, d, \tag{22}$$

где $\gamma = \rho_*/(4d\lambda_*)$, λ_* – число обусловленности матрицы H.

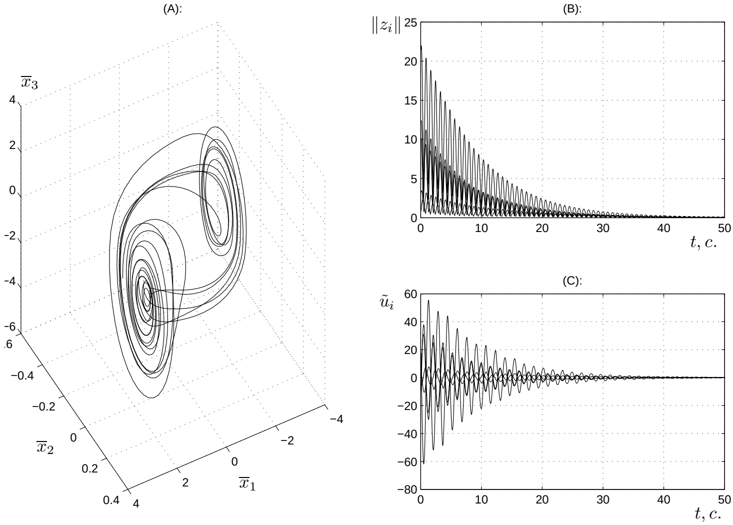

Рис. 1: (A): Фазовый портрет ведущей подсистемы; (B): $\|z_i(t)\| = \|x_i(t) - \overline{x}(t)\|$; (C): $\tilde{u}_i(t) = u_i(t) - \overline{u}(t), i = 1, \ldots, 5$.

Тогда для каждого $\xi \in \Xi$ *и* $i = 1, \ldots, d$ *адаптивное управление* (12), (13) *обеспечивает достижение цели управления* (3) *и ограниченность вектора подстраиваемых параметров* $\tau_i(t)$ *на* $[0, \infty)$ *для всех решений замкнутой системы* (17), (18), (12), (13).

В разделе 2.7 приводится пример сети, состоящей из пяти взаимосвязанных цепей Чуа. Применяется теорема 2 и приводятся результаты численного моделирования.

На рис. 1 представлены результаты 50 секундного моделирования.

В третьей главе рассматривается управление линейными динамическими системами с помощью сетевого регулятора без использования лидирующей системы.

Рассматривается сеть S, состоящая из d подсистем $S_i, i = 1, \ldots, d:$

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i, \quad y_i = C^{\mathrm{T}} x_i, \quad i = 1, \ldots, d \tag{23}$$

где $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $u_i(t) \in \mathbb{R}^1$ – управление, $y_i(t) \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений, время $t \in [0, +\infty)$.

Рассматривается орграф $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, где $\mathcal{V}$ – множество вершин, а $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ – множество ребер. Для каждого $i = 1, \ldots, d$ вершина v_i ассоциирована с подсистемой S_i. Считается, что ребро (v_i, v_j) принадлежит множеству ребер $\mathcal{E}$, если информация поступает от подсистемы S_j к подсистеме S_i. Кроме того, считается, что каждому ребру сопоставлен единичный вес.

Закон управления подсистемой S_i имеет вид

$$u_i = K \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (y_i - y_j), \quad K \in \mathbb{R}^{1 \times l}, \tag{24}$$

где $\mathcal{N}_i = \{k = 1, \ldots, d | (v_i, v_k) \in \mathcal{E}\}$ – множество индексов вершин, соседних с v_i. Предполагается что в графе нет петель, т.е. $(v_i, v_i) \notin \mathcal{E}$ для всех $i = 1, \ldots, d$.

Цель управления ставится следующим образом:

$$\lim_{t \to \infty} (x_i(t) - c(t)) = 0, i = 1, \ldots, d, \tag{25}$$

где $c(t)$ – некоторая функция времени и начальных данных подсистем.

Задача состоит в нахождении такого K из (24), чтобы выполнялась цель управления (25) для каждого $i = 1, \ldots, d$.

Делаются следующие предположения.

A1) *Ориентированный граф $\mathcal{G}$ имеет ориентированное остовное дерево.*

A2) *Существует вектор $g \in \mathbb{R}^l$ такой, что функция $g^{\mathrm{T}} \chi(s) = g^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}} (sI_n - A)^{-1} B, s \in \mathbb{C}$ - гипер-минимально-фазовая.*

Согласно теореме о пассификации, последнее предположение обеспечивает существование матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$ и вектора $\theta \in \mathbb{R}^l$ таких, что выполнено:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}} H < 0, \quad HB = Cg, \quad A_* = A + B\theta^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}, \tag{26}$$

и, кроме того, вектор θ можно брать так:

$$\theta = -\varkappa \cdot g, \tag{27}$$

где число $\varkappa > 0$ достаточно большое.

Вектор-строка коэффициентов усиления K закона управления (24) выбирается в таком виде:

$$K = -k \cdot g^{\text{т}}, \quad k \in \mathbb{R}^1. \tag{28}$$

Обозначения: $x = \mathrm{col}(x_1, \dots, x_d)$ и $\otimes$ – кронекерово произведение.

Теорема 5. *Пусть выполнены предположения A1, A2 и граф $\mathcal{G}$ сбалансирован. Тогда для достаточно больших $k > 0$ управление* (24) *с вектором коэффициентов усиления* (28) *обеспечивает выполнение цели* (25) *с вектором $c(t) = d^{-1/2} e^{At} (\mathbf{1}_d^{\text{т}} \otimes I_n) x(0)$.*

В разделах 3.3 и 3.4 приводятся аналогичные теоремы для случаев неориентированного графа и несбалансированного орграфа.

В разделе 3.5 рассматривается пример сети, состоящей из четырех двойных интеграторов. Применяется теорема 5 и приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие достижение цели управления.

Заключение.

1. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из взаимосвязанных объектов в форме Лурье. Получены условия достижения цели управления, заданной как сходимость решений всех подсистем и решения ведущей подсистемы в следующих случаях: случай глобально липшицевых нелинейностей, случай обобщенно монотонных нелинейностей, случай согласованности структуры структуры подсистем сети со структурой лидирующей подсистемы.
2. Синтезирован децентрализованный адаптивный регулятор для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье. Получены условия достижения цели управления, заданной как сходимость решений всех подсистем и решения ведущей подсистемы для случая согласованности структуры подсистем сети с лидирующей подсистемой.
3. При помощи метода пассификации найдены условия достижения синхронизации по выходу в сетях линейных объектов при неполных измерениях и управлениях с помощью статических регуляторов без построения наблюдателей.

4. Проведены численные эксперименты, подтверждающие теоретические результаты.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

Работы опубликованные в изданиях из перечня ВАК

1. Джунусов И. А., Фрадков А. Л. *Адаптивная синхронизация сети взаимосвязанных систем Лурье.* //Автоматика и телемеханика, №7, 2009, С. 111–126.

Другие работы по теме диссертации

2. Junussov I. *Adaptive synchronization of nonlinear dynamical networks.* //Preprints 12th International Student Olympiad on Automatic Control, St.Petersburg, 2008, Pp. 62–66
3. Fradkov A., Junussov I., Ortega R. *Decentralized adaptive synchronization in nonlinear dynamical networks with nonidentical nodes.* //18th IEEE Intern. Conf. on Control Applications Part of 2009 IEEE Multi-conference on Systems and Control, St.Petersburg, 2009, Pp. 531–536.
4. Fradkov A., Junussov I. *Adaptive synchronization in nonidentical Lurie systems with Lipschitz nonlinearities.* // 4th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2009), Catania, Italy, September 1–4, 2009.
5. Джунусов И. А., Фрадков А.Л. *Децентрализованное управление неидентичными взаимосвязанными объектами.* //Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы (МВУС 2009). Материалы Международной научно-технической конференции. Таганрог, 2009, с.32–34.