

Богданов Сергей Рэмович

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ РАЗВИТОЙ
ТУРБУЛЕНТНОСТИ**

01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы,
01.04.02 — Теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург
2010

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и методики преподавания физики физико-математического факультета Карельской государственной педагогической академии.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор АНТОНОВ Николай Викторович
(Санкт-Петербургский государственный университет)

доктор физико-математических наук,
профессор ИЛЮШИН Борис Борисович
(Институт теплофизики им. С.С.Кутателадзе
СО РАН)

доктор физико-математических наук,
профессор ПАВЛОВСКИЙ Валерий Алексеевич
(Санкт-Петербургский Морской Технический университет)

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Защита состоится “ ____ ” _____ 2010 в ____ часов на заседании совета Д212.232.30 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук

Зегжда С. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Турбулентность как одна из наиболее крупных нерешенных проблем классической физики сохраняет свою актуальность уже в течение нескольких десятилетий. Спектр подходов и методов, связанных с ее изучением, постоянно расширяется, при этом развитие теории турбулентности происходит во все более тесной взаимосвязи с исследованиями в ряде других смежных областей (квантовая теория поля, критические системы, фракталы, теория бифуркаций).

С другой стороны, исследования турбулентности становятся все более актуальными в связи с умножением технических и технологических задач, в которых это явление играет существенную роль: от расчетов динамики атмосферы и океана до течений в трубах и даже капиллярах, от изучения турбулентного тепло- и массообмена до генерации звука и МГД-динамо. В этой связи в последние годы активно разрабатывались модели турбулентности, применимые для инженерных расчетов, широкое распространение получили также методы прямого численного моделирования (DNS). Однако дальнейший существенный прогресс и, в частности, разработка надежных методов „управления“ турбулентностью невозможны без дальнейшего углубления представлений о физике явления, структуре и свойствах "турбулентной материи". Этот прогресс, в свою очередь, во многом связан с исследованием спектральных характеристик турбулентности и построением на этой основе более адекватных моделей (условно причисляемых к "третьему поколению"), свободных от недостатков, свойственных методологии "одноточечного замыкания".

Целью работы является изучение структуры развитой турбулентности и совершенствование методов ее расчета на основе анализа спектральных характеристик. В этой связи возникли следующие группы задач:

- выявление наиболее общих свойств спектральных функций (скейлинг, длинноволновый предел, положительная определенность), их теоретическое обоснование и проверка согласованности с экспериментом;
- „редуцирование“ спектральных уравнений на основе идей сокращен-

ного описания. Выбор секулярных полей и получение для них замкнутой системы уравнений;

- апробация предложенного подхода на примерах затухающей турбулентности и однородного искажения;
- разработка критериев оценки существующих одноточечных моделей турбулентности на основе спектральных представлений.

Научная новизна работы и основные результаты, выносимые на защиту:

- на основе условия „спектральной реализуемости“ выведены ограничения, которым должны удовлетворять модельные выражения для „быстрой“ части корреляций "давление-скорости деформаций". Эти ограничения представляют собой новый и удобный с практической точки зрения критерий адекватности моделей турбулентности второго поколения, который, в отличие от известных критериев реализуемости, позволяет, например, независимо, до процедуры численного решения, оценить область применимости различных модельных выражений для корреляций "давление-скорости деформаций";
- на основе анализа многочисленных экспериментальных данных по исследованию спектральных характеристик турбулентности в длинноволновом (включая инерционный интервал) диапазоне установлена аналогия между развитой турбулентностью и критическими системами, находящимися вблизи точки фазового перехода второго рода. Критической точке при этом сопоставляется предел $Re \rightarrow \infty$, роль „температуры“ τ играет отношение колмогоровского диссипативного t_d и внешнего T масштабов времени, а статистика флуктуаций скорости в указанном диапазоне описывается универсальными функциями с аргументом kr_c , где r_c - корреляционный радиус (интегральный масштаб) турбулентности;
- для локально-однородной турбулентности проанализированы аналитические свойства спектральных функций в области малых волновых

чисел k . Показано, что характер промежуточной асимптотики в пределе при $kr_c \rightarrow 0$ существенно влияет на эволюцию потока. В частности, существование нетривиального предела для сверток (ослабленная форма аналитичности) спектральных функций позволяет выразить показатель затухания изотропной турбулентности через критические индексы и приводит к значению $6/5$, которое лучше согласуется с экспериментом, чем, например, значение $10/7$, соответствующее предположению об аналитичности компонент спектрального тензора. Для течений со средней скоростью деформаций нетривиальность указанного предела соответствует существованию квазидетерминированных длинноволновых возмущений - так называемых когерентных структур;

- предложен новый набор управляющих полей, которые служат основой сокращенного описания гидродинамической системы на турбулентной стадии эволюции. К ним относятся амплитудные функции длинноволновых возмущений, а также корреляционный радиус и средняя скорость ϵ диссипации энергии. К аргументам этих полей, в отличие от тех, которые используются в различных схемах так называемых одноточечных замыканий, кроме пространственных координат, относится также ориентация $\vec{\theta} \equiv \vec{k}/k$ волнового вектора \vec{k} . При этом переменные, от которых зависят параметры турбулентности, разделены на „быстрые“ (волновое число, зависимость от которого описывается универсальными функциями с аргументом kr_c) и „медленные“ (пространственные координаты и ориентация волнового вектора). Универсальность указанных функций подтверждена анализом экспериментальных данных;
- для секулярных полей выведена замкнутая система уравнений, и для некоторых типов течений получены аналитические решения. В частности, без привлечения каких-либо модельных констант выполнен расчет основных спектральных и одноточечных характеристик турбулентности при однородном искажении;
- для неоднородных течений предложен метод расчета секулярных по-

лей, аналогичный методу Энскога-Чепмена в кинетической теории газов. При этом спектральный межкомпонентный перенос сопоставлен интегралу столкновений в кинетическом уравнении Больцмана. В качестве примера рассмотрена задача о возвращении к изотропному состоянию.

Достоверность. Выводы диссертации основаны на результатах численных расчетов и теоретических оценок, которые подтверждены качественно и количественно экспериментальными данными.

Практическая значимость результатов исследований связана с углублением представлений о динамике крупномасштабных пульсаций и их определяющей роли в формировании структуры турбулентности. Предложенный вариант сокращенного описания турбулентности и, соответственно, редуцирования спектральных уравнений позволяет объяснить механизм подавления нелинейных взаимодействий и формирования универсальных спектральных функций.

В рамках предложенного подхода возникает возможность аналитического расчета не только одноточечных характеристик турбулентности, но и спектральных параметров, определяющих ее структуру.

Выведенные новые критерии реализуемости для моделей второго поколения позволяют оперативно, до стадии решения громоздких систем дифференциальных уравнений, определить области адекватности этих моделей, а также производить их корректировку за счет варьирования значений констант в заранее рассчитанных диапазонах.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы представлялись, докладывались и обсуждались на семинарах кафедры статистической физики СПбГУ, кафедры теоретической физики КГПА, лабораториях ЦАГИ и ЦНИИ им. акад. Крылова, на Всесоюзных, Всероссийских и Международных конференциях и семинарах:

- на Всесоюзном совещании по проблеме "Абсорбция газов" (Ташкент, 1979),

- на V Республиканской конференции молодых ученых - химиков (Таллин, 1983),

- на Всесоюзной научно-технической конференции "Контейнерный трубопроводный гидротранспорт" (Новополоцк, 1984),
- на Всесоюзной конференции молодых исследователей "Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики" (Новосибирск, 1985),
- на Всесоюзной научно-технической конференции "Проблемы аэродинамики газоздушных трактов котельных агрегатов" (Барнаул, 1989),
- на координационном совещании "Математическое моделирование в гидроэкологии" (Ленинград, 1990),
- на Международном совещании "Проблемы физической лимнологии" (Петрозаводск, 1993),
- на Восьмом Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001),
- на VI Европейской конференции по гидромеханике EFMC-6 (Стокгольм, Швеция, 2006),
- на XI Европейской конференции по турбулентности ETC -11 (Порто, Португалия, 2007),
- на XII Европейской конференции по турбулентности ETC -11 (Марбург, Германия, 2009),
- на Международной научной конференции по механике "Пятое Поляховские чтения" (С.-Петербург, 2009).

Публикации. Основной материал диссертации опубликован в 22 научных работах, среди которых 11 в реферируемых журналах. Работы [1]-[10] опубликованы в журналах из перечня ВАК, рекомендуемого при защите докторских диссертаций по математике и механике; физике.

Работы [1-4, 7, 9,10], опубликованные в журналах, рекомендованных ВАК, выполнены без соавторов. В работе [5], выполненной в соавторстве с С.И.Соболевым, автору принадлежит идея о спектральном критерии реализуемости, оценки и расчеты в равной степени принадлежат автору и С.И.Соболеву. В работе [6], выполненной совместно с Г.Ф.Лехто, автору принадлежат основные идеи, численные расчеты проводились совместно с Г.Ф.Лехто. В работе [8], выполненной совместно с Т.Йонгеном, автору принадлежит постановка задачи о выводе ограничений на значения кор-

реляций "давление - скорости деформаций", идея инвариантного анализа этих ограничений принадлежит Г.Йонгену; расчеты выполнены соавторами совместно. Вклад автора в работах [11, 15, 17, 19, 20] одинаков с вкладами соответствующих соавторов: автор в равной степени участвовал в разработке идей, проведении расчетов и оценок, сравнении с экспериментальными данными.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав, 8 приложений, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 322 страницы, включая 90 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы основные задачи, дана оценка новизны и практической ценности полученных результатов. Представлен краткий обзор основных методов и подходов, используемых при изучении турбулентности. Приведена аннотация работы по разделам.

В первой главе проведен критический анализ одноточечных полуэмпирических моделей, наиболее часто используемых при расчетах турбулентных течений. Основное внимание уделено так называемым моделям второго поколения (DRSM), основанных на решении уравнений переноса для напряжений Рейнольдса $\langle u_i u_j \rangle$, а также алгебраическим моделям (ARSM), основанным на допущении о „слабом равновесии“, когда тензор анизотропии $b_{ij} \equiv \langle u_i u_j \rangle / \langle u^2 \rangle - 1/3$ медленно изменяется в пространстве и времени, и, соответственно, конвекционным и диффузионным слагаемым в уравнениях переноса для этого тензора можно пренебречь.

При использовании обоих подходов одна из основных проблем заключается в моделировании тензора корреляций „давление-скорости деформаций“ $\Phi_{ij} = \langle p \partial u_i / \partial x_j \rangle + \langle p \partial u_j / \partial x_i \rangle$ и особенно его „быстрой“, обусловленной средней скоростью $U_{ij} \equiv \partial U_i / \partial x_j$ деформаций, части $\Phi_{ij}^{(r)}$. В частности, именно это слагаемое в уравнениях переноса, как показывают расчеты¹, во многих случаях „ответственно“ за нарушение известных условий реали-

¹Girimaji S.S., Jeong E., Poroseva S.V. Pressure-strain correlation in homogeneous anisotropic turbulence subject to rapid strain-dominated distortion // Physics of Fluids - 2003. - V. 15. № 10. - P. 3209 - 3222.

зуюмости, например, неравенств

$$\langle u_1^2 \rangle \geq 0; \quad \langle u_1 u_2 \rangle^2 \leq \langle u_1^2 \rangle \langle u_2^2 \rangle, \quad (1)$$

вытекающих из требования положительной определенности тензора напряжений. Подобные нарушения, свидетельствующие о нефизическом характере решений - естественная плата за полуэмпиричность.

Одним из наиболее распространенных является следующее выражение для тензора $\Phi_{ij}^{(r)}$ (LRR: Launder, Reece, Rodi, 1975; Talbee 1992 и другие):

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^{(r)} = & C_2 K S_{ij} + C_3 K (b_{ik} S_{kj} + S_{ik} b_{kj} - \frac{2}{3} \{ \hat{b} \hat{S} \} \delta_{ij}) \\ & - C_4 K (b_{ik} W_{kj} - W_{ik} b_{kj}) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \hat{S} и \hat{W} - симметричная и антисимметричная части матрицы средних скоростей деформаций, $K \equiv \langle u^2 \rangle / 2$ - энергия турбулентных пульсаций, фигурные скобки используются для обозначения сверток соответствующих матриц. При определении „констант“ $\{C_i\}$ сохраняется функциональный произвол.

Существенный прогресс в совершенствовании моделей был достигнут при использовании „сильной“ версии критерия реализуемости: скорость изменения параметра должна обращаться в ноль при приближении к соответствующему физическому пределу (например $D \langle u_\alpha^2 \rangle / Dt = 0$, если $\langle u_\alpha^2 \rangle = 0$; здесь по повторяющимся греческим индексам суммирование не производится). В качестве основы при этом использовалось точное (в приближении локально-однородной турбулентности) представление:

$$\Phi_{ij}^{(r)} = 2U_{lm} (M_{imlj} + M_{jmli}) \quad (3)$$

Здесь $M_{ilmj} \equiv \int (F_{mj} \theta_l \theta_i) d\mathbf{k}$, $F_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ - спектральная матрица двухточечных корреляций $\langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$.

Так, в частности, при параметризации тензора M_{imlj} через тензор анизотропии b_{ij} (естественный и, по существу, единственно возможный в рамках стратегии DRSM подход) с учетом условий симметрии, несжимаемости и нормировки для тензора $\Phi_{ij}^{(r)}$ было получено общее выражение пятого по тензору анизотропии порядка с восемью независимыми элементами тензорного базиса. При этом за счет использования сильной версии

критерия реализуемости из 15 модельных коэффициентов независимыми остаются лишь 7. Число этих коэффициентов в моделях четвертого и третьего порядка сокращается до 4 ($\{\gamma_i\}$) и 1 (γ_1) соответственно.

Построение нелинейных по тензору \hat{b} моделей позволило существенно расширить класс течений, поддающихся расчету, однако остались и некоторые принципиальные трудности. Например, в рамках таких моделей при изучении даже некоторых простых искажений расчетное поведение инвариантов $II_b \equiv -\{\hat{b}^2\}/2$ и $III_b \equiv \{\hat{b}^3\}/3$ не всегда соответствует экспериментальным данным. Более того, некоторые известные эффекты, например, затухающие осцилляции компонент тензора анизотропии в случае чистого вращения, в принципе не могут быть описаны в рамках этих моделей ².

Подобные эффекты могут быть объяснены, если включить в модели слагаемые, нелинейные по U_{ij} . Такие попытки в последнее время были предприняты в рамках подхода ARSM. Примером может служить следующее квадратичное по тензору U_{ij} представление для $\Phi_{ij}^{(r)}$ ³:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^{(r)}/\epsilon = & C_2 S_{ij} + C_3 (b_{ik} S_{kj} + S_{ik} b_{kj} - \frac{2}{3} \{\hat{b}\hat{S}\} \delta_{ij}) \\ & - C_4 (b_{ik} W_{kj} - W_{ik} b_{kj}) + 2C_W (b_{ik} S_{kj}^2 + S_{ik}^2 b_{kj} - \frac{2}{3} \{\hat{b}\hat{S}^2\} \delta_{ij}) / \sqrt{II_S} \\ & + 2C_W (b_{ik} W_{kj}^2 + W_{ik}^2 b_{kj} - \frac{2}{3} \{\hat{b}\hat{W}^2\} \delta_{ij}) / \sqrt{-II_W} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $II_S \equiv \{\hat{S}^2\}$, $II_W \equiv \{\hat{W}^2\}$.

В целом, однако, подобное усложнение полуэмпирических моделей не может гарантировать их применимость к расчету любого типа течений и исключение нефизических решений. В этой связи особый интерес представляют любые точные результаты, вытекающие из спектрального представления (3) для тензора $\Phi_{ij}^{(r)}$. В частности, из этого представления можно вывести некоторые весьма общие неравенства, которым должны удовлетворять компоненты этого тензора. Вывод основывается на использовании свойства положительной определенности спектральной матрицы ²

²Sjogren T., Johansson A.V. Development and calibration of algebraic nonlinear models for terms in the Reynolds stress transport equations // Physics of Fluids - 2000. - V. 12. № 6. - P. 1554-1572.

³Olof Grundestam. Modelling and simulation of turbulence subject to system rotation. Doctoral Thesis in Fluid Mechanics / KTH - Stockholm, 2006. - 190 P.

- точечных корреляций пульсационной скорости (физически это означает, что амплитуды колебаний всех масштабов - вещественны):

$$F_{ij}\xi_i\bar{\xi}_j \geq 0. \quad (5)$$

Здесь черта над величиной означает комплексное сопряжение.

Условие положительной определенности тензора Рейнольдса можно рассматривать как частное следствие неравенства (5), однако с помощью этого неравенства можно получить даже более конструктивные для анализа моделей следствия. В частности, после сворачивания формулы (3) по индексам i, j с матрицей U_{ji} выводится двойное неравенство [5,8]:

$$-4K\|-\hat{W}^2\| \leq \left\{ \hat{U}\hat{\Phi}^{(r)} \right\} \leq 4K(2\|\hat{S}^2\| + \|-\hat{W}^2\| - 2\|\hat{S}\hat{W}\|) \quad (6)$$

Здесь знак $\| \dots \|$ используется для обозначения нормы соответствующих матриц.

Последнее неравенство использовано для непосредственного анализа адекватности моделей. При этом, во-первых, по заданному набору констант рассчитаны допустимые значения компонент тензора \hat{b} , при которых использование соответствующих моделей не нарушает ограничения (6). С другой стороны, производя „сканирование“ неравенства (6) по всей физически допустимой области значений компонент тензора Рейнольдса, можно получить ограничения на значения модельных констант $\{C_i\}$.

Оба варианта проверки адекватности моделей представляются более конструктивными и предпочтительными по сравнению с известными критериями реализуемости, поскольку, в частности, такую проверку можно осуществить до проведения громоздкой процедуры численного решения системы дифференциальных уравнений.

Метод проиллюстрирован конкретными расчетами, выполненными для течений эллиптического типа, когда число независимых компонент тензора Рейнольдса сокращается до 3. При этом в качестве независимых параметров можно выбрать свертки:

$$B_1 = \frac{\{\hat{b}\hat{S}\}}{\{\hat{S}^2\}^{1/2}}, B_2 = \frac{\{\hat{b}\hat{W}\hat{S}\}}{\{\hat{S}^2\}}, B_3 = \frac{\{\hat{b}\hat{S}^2\}}{\{\hat{S}^2\}},$$

а ограничение (6) записать в компактном виде:

$$2 + 2|R| + R^2 \geq \frac{1}{2}C_2 + C_3B_3 - C_4B_2 \geq -R^2 \quad (7)$$

Здесь $R^2 \equiv -\{\hat{W}^2\} / \{\hat{S}^2\}$.

На рис. 1 представлен домен допустимых значений инвариантов B_3 и B_2 и та его область (ограниченная сверху параболой MN), в которой происходит нарушение условия (7) для случая модели (2) с набором констант по версии LRR. „Запретная“ область соответствует анизотропной турбулентности с большой интенсивностью пульсаций вдоль оси потока (точка A соответствует предельному случаю „продольной“ одномерной турбулентности). Результаты расчетов для других моделей этого класса аналогичны.

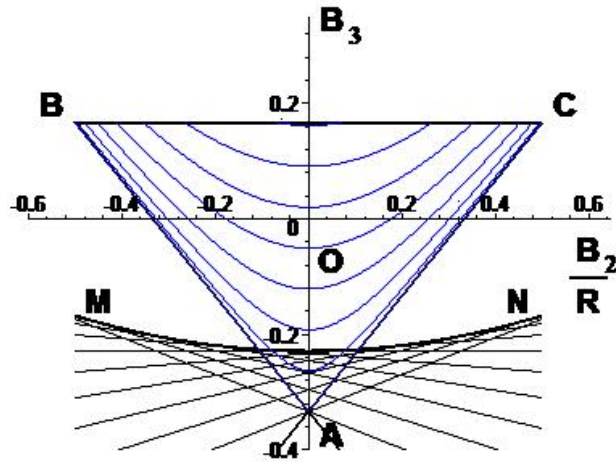


Рис. 1. „Область адекватности“ модели LRR при расчетах эллиптических течений. Ниже параболы MN , пересекающей треугольник ABC допустимых значений, нарушается условие реализуемости.

С другой стороны, расчеты, выполненные по второму из упомянутых выше способов, приводят к ряду ограничений на значения констант, например:

$$C_2 \geq 2C_3/3, \quad C_3 \geq C_4^2/4 \quad (8)$$

Первое из этих неравенств оказывается нарушенным при использовании всех известных наборов констант квазилинейной модели (2). Исключение составляет лишь версия GL (Gibson, Launder, 1978), для которой выполняется точное условие $C_2 = 2C_3/3$.

Для случая, когда нарушается условие $C_2 \geq 2C_3/3$, рассчитан также диапазон значений параметра R при которых происходит такое нарушение:

$$R \leq \sqrt{-\frac{1}{2}(C_2 - \frac{2C_3}{3})} \quad (9)$$

Аналогичный анализ проведен для случая нелинейных моделей [7,9]. Здесь также получены конструктивные ограничения на значения модельных констант (например, $-1/12 \leq \gamma_1 \leq 0$). Что касается конфигурации „запретных зон“, то их иллюстрируют рис.2, на котором представлены результаты расчетов семейства линий, задающих ограничение (6) для моделей третьего и четвертого порядка.

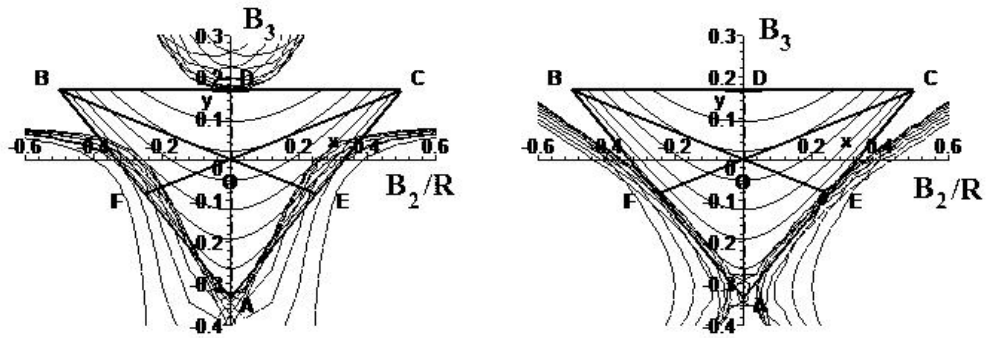


Рис. 2. Слева - семейство линий, задающих ограничение (6) для кубической модели при $\gamma_1 = -0, 1$; справа - проблемные зоны физического домена для модели четвертого порядка.

Здесь нарушения условия (6) наблюдаются в достаточно узкой зоне физического домена. Однако именно с этой зоной, соответствующей, например, пристеночной области течения в канале, как правило, связаны основные трудности при расчетах.

Не исключено, что за счет небольшого варьирования значений четырех модельных констант $\{\gamma_i\}$ можно добиться выполнения условия (6) во всей физической области. В целом, однако, анализ иерархии нелинейных по тензору \mathbf{b} моделей показывает, что их последовательное усложнение не приводит к монотонному улучшению ситуации с выполнением ограничения (6). В частности, некоторые зоны, „безопасные“ на предшествующем уровне иерархии, оказываются проблемными при „улучшении“ моде-

ли. Этот вывод иллюстрируется рисунком 3, где зоны нарушения основного условия(6), изображенные ранее на рис.2, представлены в традиционном виде, с использованием треугольника Ламли. Для кубической модели, как видно из рис. 3, проблемной оказывается зона, которой, как известно, соответствуют значения параметров анизотропии, характерные для течения за ступенькой. В то же время в модели четвертого порядка, несмотря на сужение „запретной“ зоны в целом, в разряд проблемных попадает, как уже отмечалось, часть физического домена, соответствующая, например, пристеночным областям течения в канале ⁴.

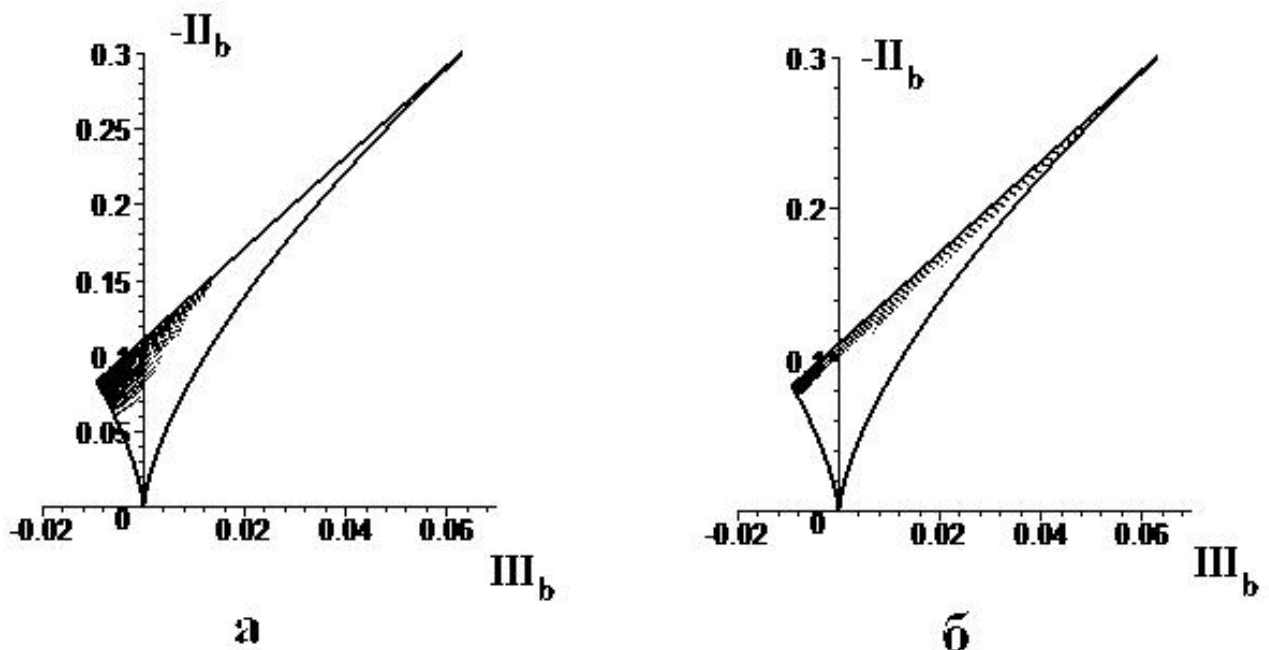


Рис. 3. Конфигурация „запретных“ зон для моделей (а) третьего (с $\gamma_1 = 0.1$) и (б) четвертого порядка с представлением физического домена (треугольник Ламли) на плоскости инвариантов Π , $-\Pi$.

Аналогичным образом протестированы на предмет выполнения ограничения (6) и модели, нелинейные по средней скорости деформации. Здесь также ограничение выполняется не во всей физически допустимой области. Одновременно получены простые ограничения на значения констант, гарантирующие выполнения неравенства во всем физическом домене. А

⁴Per-Age Krogstad, Lars-Even Torbergsen. Invariant Analysis of Turbulent Pipe Flow // Flow, Turbulence and Combustion. - 2000. - V. 64. - P. 161-181.

именно, при $C_W \leq C_3/\sqrt{2}$ должно выполняться условие $C_2 \geq 2C_3/3$, которое уже было выведено ранее при анализе линейных моделей. В свою очередь, при $C_W \geq C_3/\sqrt{2}$ константу C_2 следует выбирать на основе ограничения $C_2 \geq -C_3/3 + C_W\sqrt{2}$.

Спектральный критерий реализуемости (6) использован также для анализа параметров стационарных состояний. Здесь нарушений неравенств не возникает, что неудивительно в связи с общепринятой процедурой „калибровки“ моделей как раз по значениям именно этих параметров. Заслуживает, однако, внимания тот факт, что для стационарных состояний область адекватных значений параметров оказывается достаточно узкой, а для модели Taulbee нижняя ограничительная кривая даже совпадает с рассчитанными в рамках модели значениями (рис. 4).

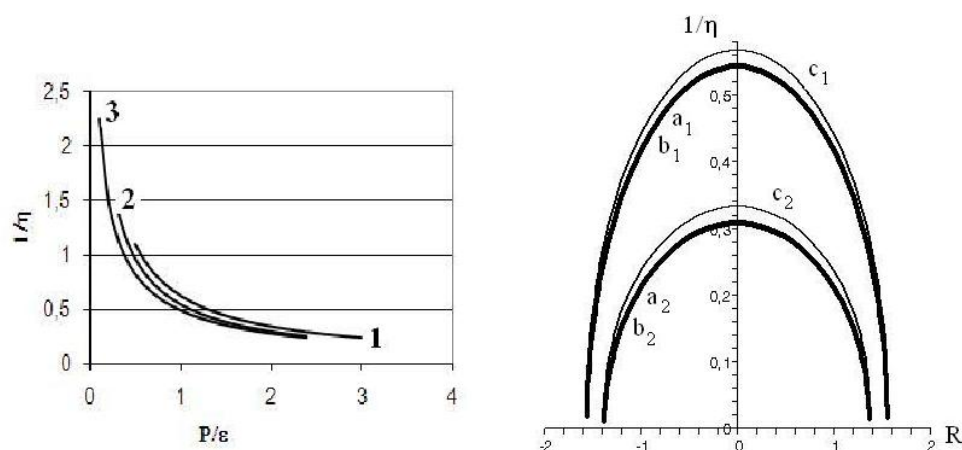


Рис. 4. Параметры стационарных состояний: слева - расчет безвихревых искажений по модели SSG (Speziale, Sarkar, Gatski 1991) ; справа - потоков с вращением по модели T, b, c - ограничительные кривые (6). Индексы 1, 2 соответствуют значениям $P/\epsilon = 1, 2$. Здесь $\eta = \tau\{\mathbf{S}^2\}^{1/2}$; $\tau = K/\epsilon$; P - „накачка“ энергии.

В разделе 1.6 показано также, что основной критерий (6) может быть использован для проверки адекватности нелинейной („медленной“) части корреляций „давление - скорости деформаций“.

Приведенный в данной главе анализ свидетельствует о том, что многие используемые при замыкании уравнений переноса для напряжений Рей-

нольдса аппроксимации корреляций „давление-скорости деформации“ не могут считаться вполне адекватными. В частности, они заведомо неприемлемы для расчета течений с произвольной степенью анизотропии. При этом усложнение моделей за счет включения нелинейных по степени анизотропии или средней скорости деформаций слагаемых далеко не всегда приводит к улучшению их предсказательных возможностей. Эти результаты свидетельствуют о том, что турбулентность, скорее всего, является более нелокальной, чем предполагается в рамках моделей второго поколения: набор полей, для которых составляются дифференциальные уравнения, должен быть в общем случае расширен или изменен. Альтернативные схемы замыкания, основанные на непосредственном использовании спектральных уравнений, представлены в двух последующих главах.

В то же время модели второго поколения остаются наиболее распространенными при изучении сложных течений, и приведенные выводы не умаляют их значения в инженерных расчетах, и, в частности, как показали результаты раздела 1.5, при вычислении параметров стационарных состояний. В этой связи простые критерии адекватности (6), выведенные в данной главе, представляются весьма удобным и эффективным инструментом совершенствования и уточнения расчетов. В частности, как было показано в разделах 1.3, 1.6, с помощью этих критериев можно расширить область применимости моделей, например, за счет контролируемого варьирования значений констант или даже путем их замены функциями параметров течения.

В главе 2 представлен альтернативный - по отношению к известным полуэмпирическим „одноточечным“ моделям - вариант описания турбулентных потоков, основанный на непосредственном использовании спектральных уравнений. Обращение к изучению двухточечных характеристик представляется вполне естественным как в связи с возросшими запросами практических расчетов, так и в контексте логики развития схем „замыкания“ на основе идей сокращенного описания. Однако общеизвестны и возникающие здесь трудности. Они связаны с исключительной сложностью системы уравнений для спектральных тензоров. Попытки непосредственного „замыкания“ этих уравнений, например, на уровне моментов третьего

и четвертого порядков, строго говоря, несвободны от уже отмечавшихся недостатков, присущих и одноточечным моделям. К ним можно отнести использование значительного числа неопределенных эмпирических констант, недостаточную физическую обоснованность модельных представлений, и, как следствие, неконтролируемые нарушения условий типа реализуемости.

В то же время, даже оставаясь в рамках феноменологического рассмотрения, из этой системы можно получить достаточно конструктивные результаты, используя лишь наиболее общие свойства спектральных тензоров, такие как поведение в длинноволновом пределе и скейлинг. Физическую основу такого подхода составляет гипотеза о масштабной инвариантности (скейлинге) длинноволновых возмущений поля скорости: при масштабных преобразованиях $\vec{r} \rightarrow \lambda \vec{r}$ все неприводимые спектральные характеристики различных гидродинамических полей изменяются таким образом, как если бы изменились единицы измерения соответствующих полей, например:

$$u \rightarrow \lambda^a u, \quad \epsilon \rightarrow \lambda^{-\mu/2} \epsilon \quad (10)$$

Здесь a, μ - критические индексы, задающие масштабную размерность полей u и ϵ .

Этот факт позволяет провести аналогию между развитой турбулентностью и критическими системами и, как следствие, использовать развитые в теории фазовых переходов второго рода методы и оценки. Так, с математической точки зрения указанное предположение означает, что все спектральные функции в длинноволновом диапазоне могут быть выражены, после обезразмеривания (обозначаемого тильдой) с помощью масштабно-инвариантных величин, через универсальные однородные функции⁵, зависящие лишь от соответствующих волновых чисел и корреляционного радиуса (интегрального масштаба) r_c .

В частности, в простейшем случае изотропной турбулентности, когда спектральные тензоры легко параметризуются, например:

$$F_{ij} = \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left(\delta_{ij} - \frac{\theta_i \theta_j}{k^2} \right), \quad (11)$$

⁵ Флуктуационная теория фазовых переходов. /Паташинский А.З., Покровский В.Л. - М.: Наука, 1982. - 381 с.

свертку $F \equiv F_{ii}$, характеризующую спектральную плотность энергии, в диапазоне $\tilde{k} \ll 1$ можно представить в виде:

$$\tilde{F} = \tilde{r}_c^{\beta+2} \varphi(\tilde{k}\tilde{r}_c). \quad (12)$$

Здесь φ - некоторая универсальная функция.

Чтобы формула (12) согласовывалась с известным степенным поведением F в инерционном интервале (А.Н.Колмогоров, 1941), которому соответствует предел $kr_c \gg 1$, необходимо потребовать: $f(x)_{x \gg 1} \rightarrow x^{-\beta-2}$. Здесь $\beta = 1 + 2a \approx 5/3$. Проверка представления (12) на основе анализа многочисленных экспериментальных данных была проведена в работе [11].

Соотношение (12) и аналогичные ему для спектральных функций более высокого порядка означают, что зависимость спектральных характеристик от координат \vec{x} - неявная, определяется зависимостью от \vec{x} лишь "управляющих" параметров, к числу которых, в случае изотропной турбулентности, относятся r_c и ϵ .

Это, в частности, позволяет преобразовать систему уравнений для неприводимых спектральных функций к дифференциальным лишь по волновому аргументу. Так, первое из этих уравнений

$$\frac{U}{2} \frac{\partial F(k, x)}{\partial x} + \eta k^2 F(k, x) + T(k, x) = 0 \quad (13)$$

приобретает вид:

$$\tau[(\beta + 1) + A(\beta + 2 + \tilde{k} \frac{\partial}{\partial \tilde{k}})] \tilde{F}(k, x) = \tilde{k}^2 \tilde{F}(k, x) = \tilde{T}(k, x). \quad (14)$$

Здесь слагаемое $T(k, x)$ описывает спектральный перенос энергии,

$$A = 4 \frac{d \ln r_c}{dx} / \frac{d \ln \epsilon_0}{dx}; \quad \tau = \frac{U r_0^2}{8\eta} \frac{d \ln \epsilon_0}{dx}, \quad (15)$$

$r_0 = r_d(\tilde{r}_c)^{-\mu/8}$, $\epsilon_0 = \epsilon(\tilde{r}_c)^{\mu/2}$ - масштабно инвариантные величины; $r_d = (\eta^3/\epsilon)^{1/4}$ - диссипативный масштаб.

Одновременно уравнение баланса турбулентной энергии можно представить в виде „условия нормировки“

$$\tau[(\beta + 1) + A(\beta - 1)] \int \tilde{F}(k, x) dk = \tilde{\epsilon}(x) \equiv \tilde{r}_c^{-\mu/2}. \quad (16)$$

Полученная система может служить основой для строгого изучения рассматриваемого турбулентного потока. В частности, используя процедуру последовательного сглаживания коротковолновых гармоник, можно решить вопрос о правомерности самой гипотезы и даже вычислить значения индексов β и μ ⁶. Однако ряд важных выводов, и в первую очередь, относящихся к задаче отыскания r_c , можно сделать, не решая в целом этой достаточно сложной задачи. Здесь прежде всего следует обратить внимание на то обстоятельство, что во все спектральные уравнения входит единственный параметр - τ . С другой стороны, все безразмерные спектральные функции включают лишь параметр \tilde{r}_c . Следовательно, даже оставаясь в рамках феноменологической гипотезы скейлинга, можно сделать вывод о существовании однозначной связи между этими параметрами.

Чтобы конкретизировать вид этой связи, следует подробнее рассмотреть величину τ . По физическому смыслу она представляет собой отношение минимального, практически совпадающего с колмогоровским, масштаба времени $t_0 = (\eta/\epsilon_0)^{1/2}$ и соответствующего внешнего масштаба $T = (U d \ln \epsilon/dx)^{-1}$. Ясно, что в случае развитых потоков указанное отношение всегда мало, что подтверждает следующая оценка, непосредственно вытекающая из (15) при $\mu = 0$:

$$\tau \sim Re_M^{-1/2} \frac{U}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \sqrt{\frac{M}{x}}. \quad (17)$$

Как следствие, параметр τ можно идентифицировать как "температуру" турбулентности (параметр, характеризующий ее близость к критической точке $Re \rightarrow \infty$). При этом, как следствие, обычным для теории фазовых переходов образом выводится дополнительное уравнение для управляющих параметров:

$$\tilde{r}_c = \tau^{-\nu}. \quad (18)$$

Здесь ν - критический индекс, определяющий критическую размерность "температуры" τ . В соответствии с (18) $\tau \rightarrow \lambda^{-1/\nu} \tau$ при $\vec{r} \rightarrow \lambda \vec{r}$.

Из введенных критических индексов независимы лишь два. Действительно, приравнивая масштабные размерности выражений в левой и пра-

⁶Аджемян Л.Ц., Антонов Н.В., Васильев А.Н. Квантово-полевая ренормализационная группа в теории развитой турбулентности // УФН. - 1996. - Т.166. № 12. - С. 1257-1284.

вой частях формулы (16) и учитывая, что основной вклад в интеграл вносят длинноволновые возмущения, для которых справедливо представление (12), нетрудно получить:

$$\frac{1}{\nu} = \beta - 1 + \frac{\mu}{2}. \quad (19)$$

Следует отметить, что формула (19) свидетельствует о взаимном влиянии (хотя количественно и слабom) крупных и мелких возмущений.

При обобщении метода на случай анизотропной турбулентности прежде всего возникает проблема отыскания зависимости спектральных тензоров от ориентации $\vec{\theta}$ волнового вектора. Соответственно к параметрам ϵ и r_c необходимо добавить дополнительные секулярные величины, характеризующие анизотропию. Предположительно такие величины должны быть естественным образом идентифицированы в ходе процедуры параметризации спектральных тензоров. Однако в вопросе о выборе этой процедуры до сих пор нет единого мнения.

К решению проблемы можно подойти с другой стороны. В настоящее время, как уже отмечалось, накоплен значительный объем данных, свидетельствующих об отсутствии изотропии не только в энергосодержащем, но и в инерционном интервале волновых чисел анизотропной турбулентности. В то же время и в продольных, и в поперечных спектрах, которые существенно отличаются с точки зрения ориентационной структуры, обнаруживаются участки, где выполняется "закон 5/3". Указанные два факта совместимы лишь в случае, когда в инерционном интервале зависимости спектральных функций от аргументов $\vec{\theta}$ (через функцию $f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta})$) и k факторизуются⁷. Поскольку же в рамках гипотезы скейлинга единым образом описываются все длинноволновые возмущения, факторизация должна сохраняться и в энергосодержащем интервале.

Некоторые следствия этого предположения допускают автономную непосредственную проверку. Так, например, с его помощью нетрудно получить формулы для констант Колмогорова C_{ij} и C_1^a , входящих в выражения для одномерных взаимных и полного спектров анизотропной турбулентно-

⁷Р.К.Мьолснесс. Возможные отклонения от локальной изотропии в мелкомасштабной структуре турбулентных полей скорости // Турбулентные сдвиговые течения 2. М.: Машиностроение. 1983. С.30-42.

сти в инерционном интервале:

$$C_{ij} = \frac{C_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \kappa^{2/3} f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta}) d\kappa d\varphi; \quad C_1^a = \frac{C_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f_{ii}(\vec{x}, \vec{\theta}) d\kappa d\varphi. \quad (20)$$

Соотношения (20) позволяют оценить влияние параметров анизотропии на значения этих констант. Соответствующие конкретные расчеты были проведены в [2] на примере осесимметричной турбулентности. При этом, в частности, были выведены соотношения, связывающие значения различных констант Колмогорова в анизотропном случае. В частности:

$$\frac{C_{11}}{C_{22}} = \frac{3}{4} \frac{1 + 190z/119}{1 - 65z/68}. \quad (21)$$

Здесь $z = (\langle u_1^2 \rangle - \langle u_2^2 \rangle) / (\langle u_1^2 \rangle + 2\langle u_2^2 \rangle)$ - параметр, традиционно используемый при анализе экспериментальных данных для оценки степени анизотропии. Индекс 1 соответствует оси, направленной вдоль потока. Соотношения (21) качественно, а в ряде случаев - и количественно - подтверждаются результатами исследований геофизических течений, в частности, обнаруженным при изучении приземного слоя атмосферы увеличением C_{11} с уменьшением расстояния до поверхности.

Основной материал **главы 3** посвящен замыканию системы уравнений для введенных в рамках гипотезы скейлинга управляющих параметров развитой турбулентности. Такое замыкание осуществляется на основе анализа поведения спектральных функций в пределе при $kr_c \rightarrow 0$: предполагается, что в этом пределе свертки спектральных тензоров аналитичны, например,

$$F(k, x) \rightarrow a_0(x) + a_2(x)k^2 + \dots, \quad (22)$$

где $a_0(x) \neq 0$. С физической точки зрения такая гипотеза эквивалентна предположению о существовании когерентных структур - квазидетерминированных образований с размерами, существенно превышающими r_c . С другой стороны, указанное свойство спектральных функций, как показано в разделе 3.1, представляет собой естественное условие самосогласованности гипотезы скейлинга, позволяющее даже в рамках феноменологического рассмотрения исключить неуниверсальные слагаемые из спектральных уравнений.

Так, прямым следствием представления (22) в случае изотропной турбулентности является существование интеграла движения, имеющего смысл энергии "турбулентного моля":

$$a_0(x) = F(0, x) = \int \langle u_i(\vec{x}) u_i(\vec{x} + \vec{r}) \rangle d\vec{r} = const. \quad (23)$$

Эту формулу можно записать также в виде эквивалентного соотношения $A = -(\beta + 1)/(\beta + 2)$, которое наглядно иллюстрирует упомянутое исключение неуниверсальных слагаемых из спектрального уравнения (14).

В свою очередь, с учетом основного представления (12) соотношение (23) преобразуется к искомому уравнению, замыкающему систему для секкулярных параметров изотропной турбулентности:

$$(\beta + 2) \frac{d \ln r_c}{dx} + \frac{\beta + 1}{4} \frac{d \ln \epsilon_0}{dx} = 0. \quad (24)$$

Система имеет аналитическое решение, соответствующее степенной эволюции основных параметров течения. В частности, получены явные выражения для степенных показателей, определяющих поведение интенсивности пульсаций, интегрального масштаба турбулентности и других основных параметров:

$$\begin{aligned} n_{u^2} &= 88/(40 - 3\mu); & n_\epsilon &= (88 - 3\mu)/(40 - 3\mu); \\ n_\tau &= (-4 + 3\mu)/(40 - 3\mu); & n_{r_c} &= -16/(40 - 3\mu); \end{aligned} \quad (25)$$

Соответствующие значения однозначно определяются по критическим показателям β и μ и находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными для затухающей изотропной турбулентности за решеткой.

Следует отметить, что при использовании более жестких допущений об аналитичности функций F_{ij} и $T_{il,j}$ вместо (23) получается соотношение $a_2 = const$. Величину a_2 обычно называют интегралом Лойцянского. При этом, в частности, для показателя n_{u^2} получается весьма завышенное значение 10/7.

При обобщении предложенного метода на случай анизотропной турбулентности основная проблема - в духе идей о сокращенном описании - связана с выбором дополнительных параметров - полей, которые необходимо включить в "управляющий набор"[4,6].

С учетом результатов, полученных при изучении так называемого "аномального скейлинга", в качестве таких параметров выбраны уже упоминавшиеся "амплитудные функции" $f_{ij}(\vec{x}, \vec{\theta})$, определяющие вид компонент спектрального тензора в длинноволновом пределе [1,3,4]:

$$f_{ij} = \lim_{kr_c \rightarrow 0} F_{ij} \quad (26)$$

Следует подчеркнуть, что, в отличие от традиционных схем замыкания, в число аргументов этих функций, как и корреляционного радиуса r_c , входят не только координаты \vec{x} , но и вектор ориентации $\vec{\theta} \equiv \vec{k}/k$.

Аргументы секулярных полей - координаты \mathbf{x} и ориентация $\vec{\theta}$ волнового вектора - считаются медленными в отличие от волнового числа k в том смысле, что установление универсального квазиравновесного распределения по k происходит гораздо быстрее, чем релаксационные процессы по переменным \mathbf{x} и θ .

При этом соотношение (12) естественным образом трансформируется к виду

$$F_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = f_{ij}(\mathbf{x}, \theta) \varphi(kr_c), \quad (27)$$

с аналогичным представлением - для спектральных функций более высокого порядка.

Как следствие, различные одноточечные средние, представляющие наибольший практический интерес, оказывается возможным представить в виде интегралов от соответствующих комбинаций управляющих полей по сфере единичного радиуса в \vec{k} -пространстве, например:

$$\langle u_i u_j \rangle = \gamma \int f_{ij} r_c^{-3}(\vec{x}, \vec{\theta}) d\vec{\theta}, \quad \Phi_{ij}^{(r)} = \gamma 2U_{lm} \int f_{mj} \theta_l \theta_i r_c^{-3}(\vec{x}, \vec{\theta}) d\vec{\theta} \quad (28)$$

Здесь $\gamma \equiv \int \varphi(k) k^2 dk$ - универсальная константа.

Для набора управляющих параметров - амплитудных функций, корреляционного радиуса и скорости диссипации энергии - в нулевом приближении по параметру r_c/L непосредственно из спектральных уравнений получена замкнутая система уравнений. При этом уравнения для амплитудных функций образуют автономную подсистему [4,10]

$$U_l \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_l} + (U_{il} f_{lj})_s - U_{lm} k_l \frac{\partial f_{ij}}{\partial k_m} = 2U_{lm} (\theta_i \theta_m f_{mj})_s, \quad (29)$$

и, в свою очередь, позволяют существенно упростить исходные спектральные уравнения, приводя их к некоторой „редуцированной“ форме (процедура, аналогичная описанному выше исключению неуниверсального параметра A из спектральных уравнений для изотропной турбулентности). Уравнение для корреляционного радиуса при этом приобретает вид:

$$U_l \frac{\partial \ln r_c}{\partial x_l} - U_{lm} \theta_l \theta_m - U_{lm} k_l \frac{\partial \ln r_c}{\partial k_m} = r_c^{-2/3} \epsilon^{1/3}. \quad (30)$$

Скорость ϵ диссипации энергии, присутствующая в уравнении (30) для r_c , определяется из уравнения баланса турбулентной энергии, которое также можно представить в простом редуцированном варианте:

$$\epsilon \sim \int \frac{\tau}{t_d} f_{ii} \varphi d\vec{k}. \quad (31)$$

Указанное нулевое приближение, соответствующее приближению квазиравновесной функции распределения в статистической физике, оказывается, однако, весьма содержательным и конструктивным при анализе некоторых эталонных течений. Так, в разделе 3.4 в указанном приближении произведен расчет осесимметричных искажений решеточной турбулентности. При этом некоторые результаты, относящиеся, в частности, к динамике амплитудных функций (асимптотическая форма при больших степенях искажения, характер распределения энергии в \vec{k} -пространстве), удастся получить в аналитическом виде. В пределе быстрых искажений начально изотропной турбулентности результаты совпадают с выводами Теории Быстрого Искращения (RDT).

В то же время в рамках предложенной схемы замыкания удастся без существенных усложнений произвести расчеты при произвольных начальных условиях, а также, что наиболее важно, обобщить результаты на случай, когда характерные „внешний“ и „внутренний“ временные масштабы - величины одного порядка. Для этого последнего случая удалось, в частности, показать, что изменение интенсивности турбулентных пульсаций может иметь немонотонный характер и существенно зависит (рис. 5) не только от степени s деформации, но и от ее скорости $\kappa \sim \partial U_1 / \partial x_1$. Этот

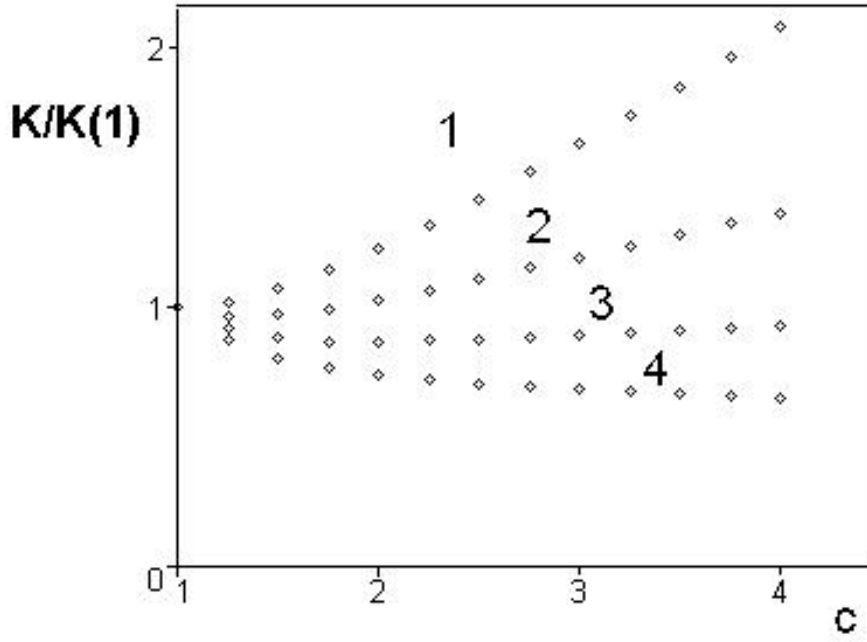


Рис. 5. Изменение интенсивности турбулентности при разных значениях безразмерной скорости деформации $\tilde{\kappa} \equiv (u_0^2 \kappa_0) / \epsilon_0$; 1 - 4: $\tilde{\kappa}^{-1} = 0$ (быстрое поджатие, случай RDT), 0.05, 0.1 и 0.15

вывод, а также расчеты интенсивности продольных и поперечных пульсаций согласуются с известными опытными данными и результатами DNS.

В разделе 3.5 результаты обобщены на случай безвихревого искажения общего вида, когда матрицу \hat{U} средних скоростей деформации можно записать в виде:

$$\hat{U} = \kappa \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & -F - 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Проведен аналитический расчет динамики компонентальной и дирекционной анизотропии амплитудных функций, а также дирекционной анизотропии корреляционного радиуса. Асимптотическую форму "диаграмм направленности" амплитудных функций f_{22} и f_{11} иллюстрирует рис.6.

На этой основе с помощью представлений (28) произведен расчет эволюции интенсивности пульсаций и процесса перераспределения энергии

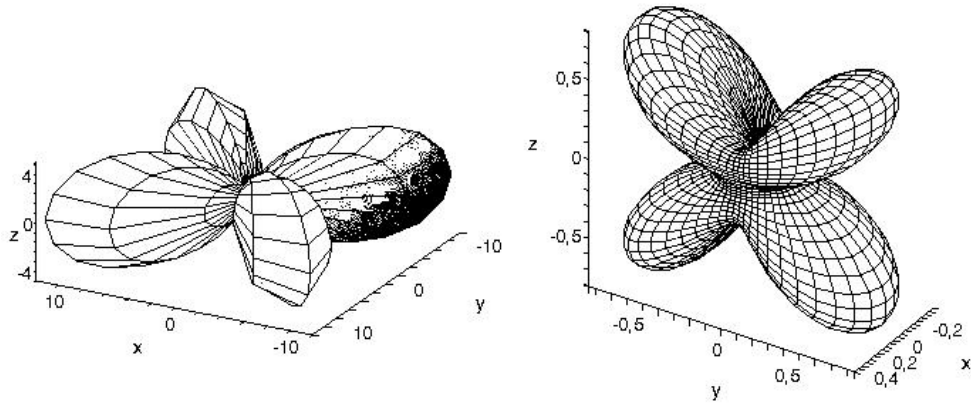


Рис. 6. Асимптотическая форма диаграммы f_{22} (слева) и f_{11} .

между компонентами. Особенности динамики компонент тензора анизотропии при изотропных начальных условиях иллюстрируют рис.7 (линиям 1-4 соответствуют значения параметра F -0,5; -0,1; 0,3, 0,7).

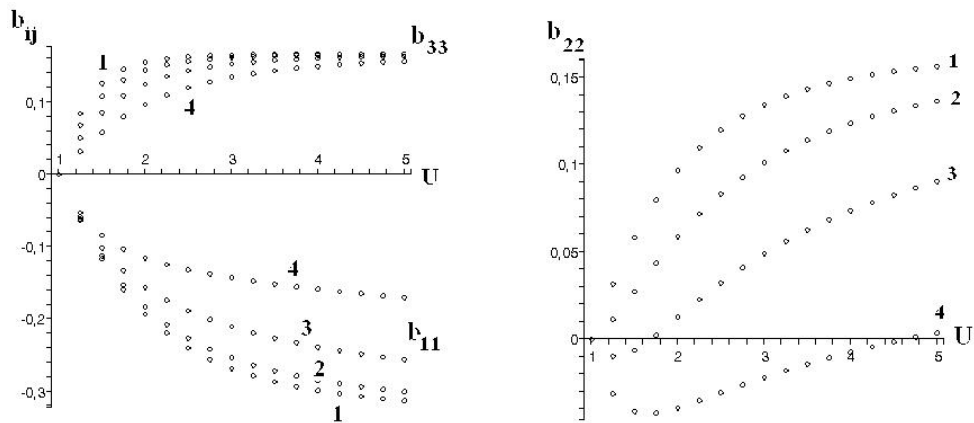


Рис. 7. Изменение коэффициентов анизотропии (b_{11} и b_{33} - слева, b_{22} - справа) с увеличением степени искажения для разных значений параметра F .

Показано, в частности, что на динамику одноточечных средних указанные факторы анизотропии влияют по-разному. Так, скорости релаксации компонентальной и дирекционной анизотропии к их асимптотическим формам существенно отличаются и по-разному зависят от значения параметра F . Как следствие, сценарий даже безвихревого искажения при неизотропных начальных условиях оказывается весьма нетривиальным: например, интенсивности пульсаций при приближении к асимптотическо-

му состоянию могут изменяться немонотонно. В качестве примера на рис. 8 представлены фрагменты траекторий изображающей точки на треугольнике Ламли для начально осесимметричной турбулентности (слева, $F = 0$, начальное значение инварианта III_b положительно; параметр c изменяется в диапазоне от 1,8 до 2,3 с шагом 0,01) а также для случая, когда в начальный момент половина энергии пульсаций приходится на долю одной из компонент (справа, $F = 0,5$, параметр c изменяется от 1 до 6 с шагом 0,1).

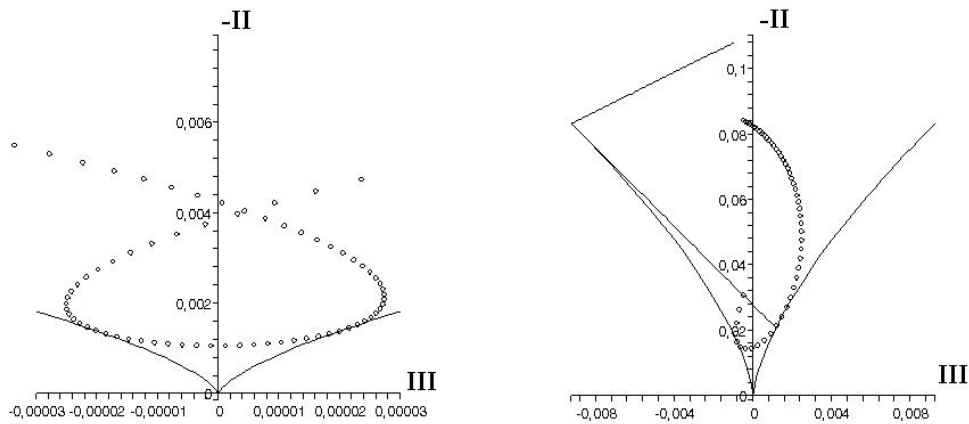


Рис. 8. Фрагменты эволюции неізотропной турбулентности, подвергнутой искажению.

Что касается самих асимптотических состояний, то во всех случаях за исключением деформации сплющивания ($F = 1$) они одинаковы и соответствуют двухкомпонентной осесимметричной турбулентности. При $F = 1$ асимптотическому состоянию соответствует сосредоточение половины энергии в продольных пульсациях.

В ходе расчетов корреляций „давление - скорости деформаций“ было показано, что в пределе при больших U для компонент u_3 и u_2 происходит стабилизация энергетического баланса: отношения перераспределенной энергии к поступившей от осредненного движения для каждого F стремятся к определенным асимптотическим значениям $\alpha(F)$ и $\beta(F)$ соответственно. Эти значения могут быть рассчитаны аналитически и опреде-

ляются простыми формулами:

$$\alpha(F) = \frac{2F + 1}{2F + 2}, \quad \beta(F) = \frac{2F + 1}{2F}. \quad (33)$$

В разделе 3.6 показано также, что обобщение метода на общий случай неоднородных течений и, соответственно, учета высших по малому параметру r_c/L слагаемых в спектральных уравнениях, возможно в рамках процедуры, аналогичной методу Энскога-Чепмена, используемому при решении кинетического уравнения в газовой динамике. При этом новые нетривиальные слагаемые в системе уравнений для управляющих полей появляются во втором порядке по указанному параметру.

В качестве примера рассмотрена задача о возвращении осесимметричной турбулентности к изотропному состоянию. Согласно приведенным расчетам характер этого возвращения существенно зависит не только от знака третьего инварианта III_b тензора анизотропии, но также и от начального значения параметра $\langle u^2 \rangle - 2\langle u_1^2 \rangle$.

Показано также, что в общем случае система существенно упрощается в случае геликоидального характера когерентных структур: можно ограничиться рассмотрением лишь низших (нулевого и второго) ориентационных моментов амплитудных функций.

В заключении приведен обзор основных результатов и кратко сформулированы выводы.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. Богданов С.Р. Изучение закономерностей вырождения локально однородной и изотропной турбулентности на основе гипотезы скейлинга // Журнал технической физики - 1983. - Т.53, № 5. - С. 949-952.

2. Богданов С.Р. О константах Колмогорова в спектрах анизотропной турбулентности // Журнал прикладной механики и технической физики - 1990. - № 5. - С. 142-145.

3. Богданов С.Р. Спектральный метод замыкания уравнений развитой анизотропной турбулентности: скейлинг, дальное действие, память // Журнал технической физики - 1991. - Т.61, вып.5. - С.113-116.

4. Богданов С.Р. Замыкание уравнений турбулентности как проблема аналитических и скейлинговых свойств спектральных функций // Прикладная механика и техническая физика - 1991. - №6. - С.83-93.

5. Богданов С.Р., Соболев С.И. К проблеме моделирования корреляций „давление - скорости деформаций“ в теории турбулентности // Изв. АН СССР, серия „Механика жидкости и газа“ - 1992. - №2. - С.42-46.

6. Богданов С.Р., Лехто Г.Ф. Квазилинейная система уравнений для параметров развитой турбулентности. Расчет безвихревого искажения потока за решеткой // Прикладная механика и техническая физика - 1992. - №3. - С.90-92.

7. Богданов С.Р. О нелинейных моделях для корреляций „давление-скорости деформаций“ в турбулентном потоке // Письма в ЖТФ - 2007. - Т.33, вып. 19. - С. 16-23.

8. Богданов С.Р., Jongen Т.Ј. Ограничения на „быструю“ часть корреляций „давление - скорости деформаций“, выводимые из спектрального представления // Прикладная механика и техническая физика - 2008. - Т. 49, № 2. - С. 29-39.

9. Богданов С.Р. Оценка адекватности нелинейных моделей для корреляций „давление-скорости деформаций“ в турбулентном потоке // Журнал технической физики - 2009. - Т. 79, вып. 1. - С. 28-35.

10. Богданов С.Р. Аналитический расчет параметров турбулентности при осесимметричном искажении // Изв. РАН, серия „Механика жидкости и газа“ - 2009. - № 5. - С. 45-59.

Другие публикации

11. Аджемян Л.Ц., Богданов С.Р., Сыщиков Ю.В. Гипотеза подобия при описании длинноволновых спектров развитой турбулентности // Вестник ЛГУ - 1982. - № 10. - С. 76-79.

12. Богданов С.Р. Турбулентный перенос пассивной примеси: волны или диффузия? // Проблемы физической лимнологии. Сб. статей конференции. - Петрозаводск, 1993. - С. 110-115.

13. Богданов С.Р. Осесимметричная турбулентность. Проблемы расчета с точки зрения аналитических и скейлинговых свойств спектральных функций // "Гидрогазодинамика течений с тепломассообменом". - Ижевск,

1989. - С.91-98.

14. Богданов С.Р. Изучение структуры и закономерностей затухания развитой турбулентности на основе гипотезы скэйлинга / Деп. в ВИНТИ 21.01.83, № 376-83.

15. С.Р.Богданов, Л.Ц.Аджемян. Турбулентный поток с поперечным сдвигом как критическая система / Деп. в ВИНТИ 17.02.83, № 882-83.

16. С.Р.Богданов. Теоретическое изучение структуры и интегральных гидродинамических характеристик кольцевых турбулентных течений двухфазных смесей // V Республиканская конференция молодых ученых. - Таллин, 1983. - С.118.

17. Богданов С.Р., Аджемян Л.Ц. К расчету асимптотического вполне развитого турбулентного режима гидротранспорта контейнеров // Сборник докладов конференции „Контейнерный трубопроводный гидротранспорт“. - Новополюцк, 1984. - С.30-32.

18. Богданов С.Р. Расчет влияния осесимметричного поджатия на характеристики турбулентности // Всесоюзная конференция „Проблемы аэродинамики газоздушных трактов“. - Барнаул, 1989. - С. 108-109.

19. Богданов С.Р., Jongen Т.Ж.. Ограничения на тензор корреляций „давление - скорости деформаций“, выводимые из спектрального представления // Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. - Пермь, 2001. - С. 107.

20. Bogdanov S.R., Jongen T.J. Constraints for the Pressure-Strain Correlation Tensor Derived from Spectral Representation // EUROMECH Fluid Mechanics Conference 6. Abstracts, vol.2. - Royal Insytute of Technology. Stockholm, 2006. - P. 224.

21. S.R.Bogdanov. Closure for Anisotropic Homogeneous Turbulence as the Problem of Analytical and Scaling Properties of Spectral Tensors // Advances in Turbulence XI. Proceedings of the 11th EUROMECH Conference. - Porto, Portugal, 2007. - P. 733.

22. S.R. Bogdanov. RDT or low wavenumber modes' dynamics? // Advances in Turbulence XII. Proceedings of the 12th EUROMECH European Turbulence Conference. - Marburg, Germany, 2009. Series: Springer Proceedings in Physics , Vol. 132. Eckhardt, Bruno (Ed.). - P. 943-945.