

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ТИПЯСЕВ Альберт Сергеевич

**МОДЕЛИ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК В ЗАДАЧАХ  
ИЗМЕРЕНИЯ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург  
2009

Работа выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, профессор  
БАУЭР Светлана Михайловна

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук, профессор  
КОЛПАК Евгений Петрович  
(Санкт-Петербургский государственный университет, факультет прикладной математики - процессов управления)

кандидат физико-математических наук, профессор  
СМОЛЬНИКОВ Борис Александрович  
(Санкт-Петербургский государственный политехнический университет)

**Ведущая организация:** Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Защита состоится «04» июня 2009 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании совета Д 212.232.30 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу:

198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет, ауд.405

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М.Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу:  
199034, Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7/9

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, профессор

Зегжда С.А.

## **Общая характеристика работы**

**Актуальность темы диссертации.** В работе обсуждаются некоторые математические модели методов тонометрии - измерения внутриглазного давления (ВГД) и проводится исследование влияния механических и геометрических параметров корнеосклеральной (фиброзной) оболочки глаза на показатели ВГД.

Изучение биомеханики глаза важно для понимания механизмов функционирования глаз и причин развития патологий. Новые знания помогают более качественно диагностировать ряд заболеваний и разрабатывать эффективные методы их лечения. Внутриглазное давление или тканевое давление внутриглазного содержимого является одной из важнейших характеристик глаза, используемых в офтальмологии. Повышенный уровень ВГД является одним из основных симптомов глаукомы.

В последнее время задачи, связанные с изучением влияния различных параметров глаза на показатели ВГД, приобретают особенную актуальность в связи с развитием рефракционной хирургии - операций по коррекции зрения. В результате этих операций меняются толщина или кривизна роговицы. Зафиксированы значительные отклонения показателей ВГД после операционных вмешательств, обусловленные не изменением ВГД, а являющиеся погрешностями существующих методов измерения

**Цель работы.** Основная цель работы - исследовать влияние параметров склеры и роговицы на показатели внутриглазного давления при аппланационных методах измерения.

Результаты работы вошли в выполняемые на математико-механическом факультете конкурсные темы Российского фонда фундаментальных исследований:

«Модели теории оболочек и пластин в офтальмологии» (2001-2003г.), «Неклассические модели в механике тонкостенных конструкций», грант N 07-01-00250-а, «Модели механики деформируемого твердого тела в задачах офтальмологии» - грант N 09-01-00140.

**Основные методы исследований.** При достижении поставленной цели использовались модели теории оболочек, строились аналитические и численные решения, а также ряд результатов получен с помощью программной системы конечно-элементного анализа ANSYS 8.0.

### **Результаты, выносимые на защиту:**

- Построены модели теории оболочек, описывающие аппланационные методы измерения внутриглазного давления, и позволяющие оценить влияние кривизны роговицы и формы склеры, на показатели внутриглазного давления. Получены аналитические решения и произведены расчеты;
- При помощи пакета прикладных программ ANSYS 8.0. построена конечно-элементная модель и произведены расчеты, позволяющие оценить влияния толщины роговицы на показатели внутриглазного давления;
- Получены соотношения описывающие деформацию эллипсоидальной безмоментной оболочки под действием внутреннего давления в зависимости от параметров оболочки и внутреннего давления;
- Решена задача о деформации мягкой сферической оболочки, заполненной несжимаемой жидкостью, при воздействии кругового растяжения по экватору. Исследовано изменение внутреннего давления в зависимости от параметров оболочки и начального внутреннего давления.

**Научная новизна.** В диссертации решена задача о деформации эллипсоидальных безмоментных оболочек вращения, находящихся под действием внутреннего давления, о деформации мягкой сферической оболочки, заполненной несжимаемой жидкостью и растягиваемой по экватору. Проведено сравнение результатов, получающихся при различных методах решения. Построены модели аппланационных методов измерения внутриглазного давления. Проведено исследование влияния различных параметров роговицы на показатели ВГД.

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается математически корректностью постановки задач, использованием строгих аналитических методов, сравнением аналитических и численных результатов, а также согласованностью с экспериментальными данными.

**Теоретическая и практическая ценность.** Диссертация имеет как теоретический, так и практический характер. В работе получены теоретические результаты, описывающие поведение мягких эллиптических оболочек вращения под действие внутреннего давления и растяжения силами, лежащими в плоскости экватора. В работе получены практические результаты, позволяющие оценить влияние параметров фиброзной оболочки глаза на показатели внутриглазного давления при измерении тонометром Маклакова и тонометром Гольдмана.

**Апробация работы.** Полученные в работе результаты были представлены на следующих конференциях [2, 3, 6]:

Международная научная конференция по механике. Третьи Поляховские чтения, Санкт-Петербург, 2002 г.; конгресс EVER (European Association for Vision and Eye Research), 2003 г.; Международная научная конференция по механике. Пятое Поляховские чтения, Санкт-Петербург, 2009 г.

Результаты докладывались на объединенном семинаре СПбГУ и ПГУПС «Компьютерные методы в механике сплошной среды» (2009 г.), а также на семинаре кафедры теоретической и прикладной механики СПбГУ (2009 г.).

**Публикации.** По теме диссертации имеется 6 публикаций [1-6], в том числе статьи [4,5] в журналах, рекомендованных ВАК. В совместных работах [3, 4, 6] соавтору Бауэр С.М. принадлежит постановка задачи.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, насчитывающего 85 наименований. Число иллюстраций равно 39. Общий объем работы 91 страница.

### Содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, приводится краткая история развития методов тонометрии глаза, дается обзор литературы, формулируются цели и задачи работы, а также результаты, выносимые на защиту.

В **первой главе** рассматривается деформация безмоментной оболочки вращения относительно вертикальной оси, которая в начальном ненагруженном внутренним давлением состоянии имеет форму эллипсоида. Анализируется ее поведение при изменении внутреннего давления.

Длина горизонтальной полуоси эллипсоида обозначена  $R$ . Отношение длин вертикальной и горизонтальной полуоси эллипсоида -  $k$  (коэффициент 0 в дальнейшем означает значение величины в момент, когда внутреннее давление отсутствует, 1 - момент, когда оболочка растянута внутренним давлением).

Положение элемента срединной поверхности оболочки заданной формы до деформации определяется в силу осесимметричности одной величиной – углом  $\varphi$ , после деформации – двумя координатами:  $r(\varphi)$  – расстоянием деформированного элемента оболочки от оси симметрии и  $\psi(\varphi)$  – углом между нормалью к элементу деформированной оболочки и осью  $x$  (рис. 1., рис.2.)

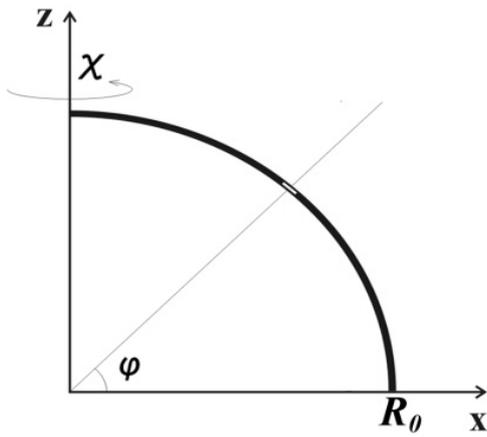


Рис. 1. Оболочка до деформации

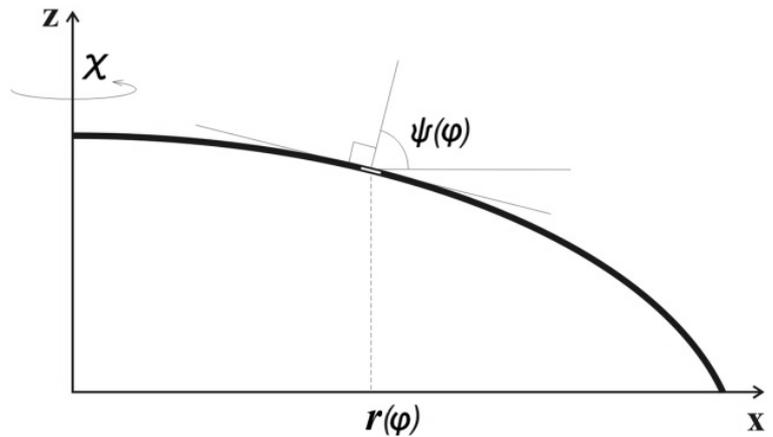


Рис. 2. Оболочка после деформации

Деформация и кривизна оболочки в направлении параллели  $r = const$  обозначены как  $\varepsilon_\chi$  и  $\rho_\chi$  соответственно, а деформация и кривизна оболочки в направлении меридиана  $\chi = const$  как  $\varepsilon_r$  и  $\rho_r$ . Эти величины можно выразить через  $r(\varphi)$  и  $\psi(\varphi)$  следующими соотношениями:

$$\varepsilon_\chi = \frac{r}{R_0 \cos \varphi} - 1, \quad \rho_\chi = \frac{\cos \psi}{r}$$

$$\varepsilon_r = -\frac{r'}{R_0 \sin \psi \sqrt{\sin^2 \varphi + k_0^2 \cos^2 \varphi}} - 1, \quad \rho_r = -\frac{\psi'}{r'} \sin \psi$$

Уравнения равновесия элемента оболочки в направлении нормали и меридиана  $\chi = const$  имеют вид

$$\rho_r(\varphi)\varepsilon_r(\varphi) + \rho_\chi(\varphi)\varepsilon_\chi(\varphi) = \frac{p(1-\nu)}{Eh}$$

$$\frac{\varepsilon_r'(\varphi)}{r'(\varphi)} = \frac{\varepsilon_\chi(\varphi) - \varepsilon_r(\varphi)}{r(\varphi)}$$

где  $\nu$ ,  $E$  и  $h$  коэффициент Пуассона, модуль Юнга и толщина соответствующего элемента оболочки.

Решение данной системы уравнений находим, воспользовавшись соотношением:

$$\psi(\varphi) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{k_1 r(\varphi)}{\sqrt{R_1^2 - r(\varphi)^2}}$$

Из второго уравнения равновесия можно получить соотношение

$$\varepsilon_\chi = r(\varphi) \frac{\varepsilon_r'(\varphi)}{r'(\varphi)} + \varepsilon_r(\varphi)$$

Подставляя это соотношение в первое уравнение равновесия, можно получить следующее дифференциальное уравнение первого порядка для нахождения  $\varepsilon_r(r)$

$$\frac{r}{\sqrt{R_1^2 - r^2 + r^2 k_1^2}} \varepsilon_r' + \left( \frac{1}{\sqrt{R_1^2 - r^2 + r^2 k_1^2}} + \frac{R_1^2}{(R_1^2 - r^2 + r^2 k_1^2)^{3/2}} \right) \varepsilon_r = \frac{p(1-\nu)}{k_1 E h}$$

и, учитывая, что  $\varepsilon_r(\varphi)$  в точке  $r = 0$  ограничено, можно найти его решение

$$\varepsilon_r = \frac{p(1-\nu)}{2k_1 E h} \sqrt{R_1^2 - r^2 + r^2 k_1^2}$$

Подставляя найденное соотношение, а также соотношения для  $\rho_r$ ,  $\varepsilon_\chi$  и  $\rho_\chi$  в первое уравнение равновесия, можно получить обыкновенное уравнение относительно  $r(\varphi)$

$$\frac{pR_1^2(1-\nu)}{2Eh(R_1^2 - r(\varphi)^2 + r(\varphi)^2 k_1^2)} + \frac{k_1}{\sqrt{R_1^2 - r(\varphi)^2 + r(\varphi)^2 k_1^2}} \left( \frac{r(\varphi)}{R_0 \cos \varphi} - 1 \right) = \frac{p(1-\nu)}{Eh}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$r(\varphi) = \frac{\frac{E^2 h^2}{p^2 R_0^2} + (1-\nu)^2 \left( \frac{1}{k_1^2} - 1 \right)}{\frac{E^2 h^2}{p^2 \cos^2 \varphi R_0^2} + (1-\nu)^2 \left( \frac{1}{k_1^2} - 1 \right) \cos \varphi} \frac{R_1}{\cos \varphi} + R_1 \cos \varphi \bar{\sigma} \left( \frac{1}{k_1^2} - 1 \right)$$

Таким образом, найдено приближенное аналитическое решение для определения характеристик оболочки после деформации. Получено, что мягкая оболочка, имеющая до деформации форму эллипсоида вращения, после нагружения ее внутренним давлением сохраняет форму близкую к эллипсоиду вращения.

Воспользовавшись нижеследующим соотношением

$$\varepsilon_r = -\frac{r'(\varphi)\sqrt{R_1^2 - r(\varphi)^2 + r(\varphi)^2 k_1^2}}{R_0 \sqrt{\sin^2 \varphi + k_0^2 \cos^2 \varphi} \sqrt{R_1^2 - r(\varphi)^2}} - 1 =$$

$$\frac{p(1-\nu)}{2k_1 E h} \sqrt{R_1^2 - r(\varphi)^2 + r(\varphi)^2 k_1^2}$$

строится искомая система уравнений для решения обратной задачи, т.е. для нахождения по параметрам оболочки в некотором деформированном состоянии ее начальных характеристик в недеформированном состоянии.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{p(1-\nu)}{Eh} \left(1 - \frac{1}{2k_1^2}\right)} \\ k_0 = \sqrt{\left( \frac{\left(\frac{8E^2 h^2 f_1}{p^2 R_0^2 f_2^2} - \frac{2f_1}{f_2}\right) \sqrt{1 - 2\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 (1 - k_1^2)}}{R_0 \left(\frac{1}{R_0} - \frac{p(1-\nu)}{Eh} \left(1 - \frac{1}{2k_1^2}\right) + \frac{p(1-\nu)}{2k_1 E h} \sqrt{1 - 2\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 (1 - k_1^2)}\right) \sqrt{1 - 2\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2}} \right)^2} - 1 \end{array} \right.$$

$$\text{где } f_1 = \frac{E^2 h^2}{p^2 R_0^2} + (1-\nu)^2 \left(\frac{1}{k_1^2} - 1\right), \quad f_2 = \frac{2E^2 h^2}{p^2 R_0^2} + (1-\nu)^2 \left(\frac{1}{k_1^2} - 1\right)$$

Решение прямой задачи производится численными методами при помощи пакета Mathematica 4.0.

В работе рассматривается частный случай, при котором

$$k_0 < 1/\sqrt{2} \approx 0.7071.$$

При этом горизонтальный радиус оболочки, имеющей форму эллипсоида вращения, при повышении давления внутренней жидкости на определенном промежутке  $p \in [0, \tilde{p}]$ , уменьшается.

Во **второй главе** строится математическая модель аппланационных методов измерения ВГД. При аппланационной тонометрии роговица деформируется грузом с плоским основанием, и образуется круг сплющивания или аппланации. По диаметру этого круга при фиксированной нагрузке (тонометр Маклакова) или по нагрузке, при фиксированной зоне контакта (тонометр Гольдмана) определяется ВГД.

Первые математические модели аппланационных методов измерения ВГД были основаны на приближении, в котором глаз моделировался как сферическая оболочка, заполненная жидкостью и обладающая свойствами роговицы. Существуют работы, в которых глазное яблоко моделируется двумя сферическими сегментами.

В нашей модели внешняя оболочка глаза представляется в виде двух сопряженных оболочечных сегментов, имеющих форму эллипсоидов вращения (рис.3). Аналитическое решение поставленной задачи проводится с использованием формул безмоментной теории оболочек. Роговица рассматривается как мягкая оболочка. Склера также близка к мягкой оболочке и, помимо того, склера при деформации подвергается лишь незначительному растяжению и возникающими моментными усилиями можно пренебречь.



Рис. 3. Математическая модель глаза.

Отношение длин вертикальной и горизонтальной полуосей сегмента, представляющего склеру (на рисунке снизу), до нагружения составляет величину  $k_{1s}$ . Отношение длин вертикальной и горизонтальной полуосей сегмента,

представляющего роговицу (на рисунке сверху), до нагружения составляет величину  $k_{1r}$  (здесь и далее коэффициент  $s$  означает склеру,  $r$  – роговицу, 0 соответствует величине, относящейся к недеформированной оболочке, 1 соответствует оболочке, растянутой только начальным внутренним давлением, 2 - значение величин после нагружения роговицы грузом).

Величина внутреннего давления  $p$  после нагружения оболочки грузом  $P$  может быть определена соотношением

$$p = \frac{4P}{\pi d^2},$$

где  $d$  - диаметр круга - зоны контакта груза и роговицы.

Далее решение поставленной задачи строится по следующему алгоритму.

- 1) Предполагается, что внутреннее давление до нагружения оболочек грузом составляет некоторую величину  $p_1$
- 2) При помощи соотношений, полученных в первой главе работы, по геометрическим характеристикам оболочек после нагружения давлением  $p_1$  находятся начальные характеристики недеформированных оболочек  $k_{0s}(k_{1s}, R_{1s})$ ,  $R_{0s}(k_{1s}, R_{1s})$ ,  $k_{0r}(k_{1r}, R_{1r})$  и  $R_{0r}(k_{1r}, R_{1r})$ .
- 3) Далее находятся характеристики нижней оболочки после нагружения давлением  $p$ ,  $k_{2s}(k_{0s}, R_{0s})$  и  $R_{2s}(k_{0s}, R_{0s})$  и определяется величина  $L_2$  - радиус лимба (окружности сопряжения склеры и роговицы).

$$L_2 = \frac{\frac{E_s^2 h_s^2}{p^2 R_{0s}^2} + (1 - \nu_s)^2 \left( \frac{1}{k_{2s}^2} - 1 \right) R_{2s}}{\frac{E_s^2 h_s^2}{p^2 \cos^2 \varphi R_{0s}^2} + (1 - \nu_s)^2 \left( \frac{1}{k_{2s}^2} - 1 \right) \cos \varphi_{0s}}$$

где

$$\varphi_{0s} = \begin{cases} \arccos(L_1/R_{1s}), & \text{если } k_{1s} = 1 \\ \arccos\left(\frac{R_{1s}(E_s^2 h_s^2 k_{1s}^2 + p_1^2 R_{0s}^2 (1 - k_{1s}^2)(1 - \nu_s)^2 - K)}{2L_1 p_1^2 R_{0s}^2 (1 - k_{1s}^2)(1 - \nu_s)^2}\right), & k_{1s} \neq 1 \end{cases}$$

$$K = (R_{1s}^2 (E_s^2 h_s^2 k_{1s}^2 + p_1^2 R_{0s}^2 (1 - k_{1s}^2) (1 - \nu_s)^2)^2 - 4E_s^2 h_s^2 k_{1s}^2 L_1^2 p_1^2 R_{0s}^2 (1 - k_{1s}^2) (1 - \nu_s)^2)^{1/2}$$

Определяется также объем сегмента склеры после нагружения:

$$V_{2s} = \frac{\pi}{3} k_{2s} \left( 2R_{2s}^3 + (2R_{2s}^2 + L_2^2) \sqrt{R_{2s}^2 - L_2^2} \right)$$

- 4) Решение уравнений, описывающих деформированное состояние верхней оболочки после нагружения грузом, производится численными методами при помощи пакета Mathematica 4.0. На промежутке  $(\varphi_{0r}, \varphi_{1r})$  с граничными условиями

$$r(\varphi_{0r}) = L_2, \quad r(\varphi_{1r}) = d/2, \quad \psi(\varphi_{1r}) = \pi/2$$

На промежутке  $(\varphi_{1r}, \pi/2)$

$$\psi \equiv \pi/2, \quad \rho_r \equiv 0, \quad \rho_\chi \equiv 0$$

На этом промежутке первое уравнение равновесия преобразовывается в тождество и, таким образом, исходная система упрощается до одного дифференциального уравнения и решается со следующими граничными условиями

$$r(\pi/2) = 0, \quad r(\varphi_{1r}) = d/2$$

Также дополнительно из решения на предыдущем промежутке берется значение  $r'(\varphi_{1r})$ .

- 5) Численно находится  $V_{2r}$  и сравнивается суммарный объем двух сегментов оболочек до нагружения грузом и после нагружения грузом. Далее в цикле подбирается такое значение  $p_1$ , чтобы суммарный объем оставался неизменным. Это условие следует из несжимаемости внутренней жидкости.

Проведена широкая серия расчетов при различных параметрах оболочек. При любых механических и геометрических параметрах внешней оболочки глаза исследуемое истинное внутриглазное давление оказывается тем меньше, чем более вытянута роговица вдоль передне-задней оси глаза, при равных зонах

контакта груза и роговицы. Кривизна роговицы оказывает на показания ВГД большее значение, чем кривизна склеры.

Кривизна склеры и кривизна роговицы могут привести в результаты замеров погрешность измерения от 3% до 25%.

В целом можно отметить, что тонометр Гольдмана в меньшей степени подвержен влиянию кривизн роговицы и склеры на показатели измерения, чем тонометр Маклакова. Это согласуется с экспериментальными данными полученными офтальмологами (Тарутта Е.П., Еричев В.П., Ларина Т.Ю., 2004), - «наибольшую ошибку после ПРК (операции изменяющей кривизну роговицы) дает тонометрия (10 граммовым грузом) по Маклакову».

В **третьей главе** исследуется влияние толщины роговицы на показатели ВГД. Для этого строится конечно-элементная модель двух сопряженных трансверсально-изотропных оболочек эллиптической формы с разными диаметрами и разными упругими свойствами под действием внутреннего давления. Роговица нагружается грузом с плоским основанием (рис.3).

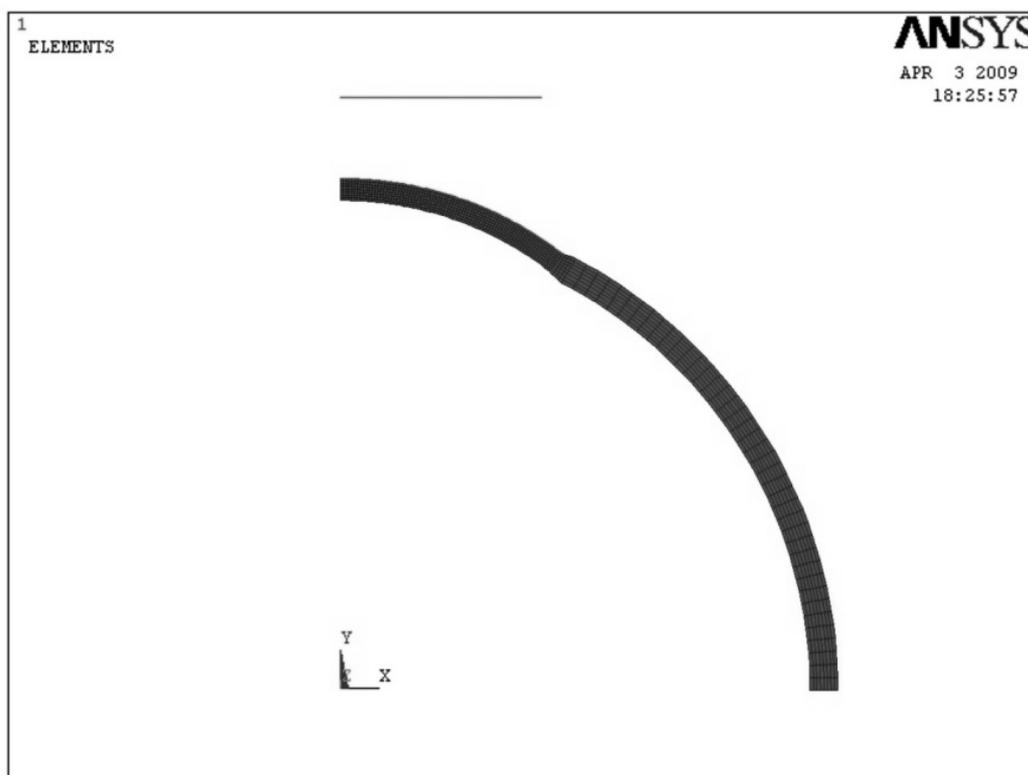


Рис.4. Разбиение модели на элементы.

Моделирование и расчеты осуществляются в пакете прикладных программ ANSYS 8.0. (рис.4.) В отличие от существующих работ по моделированию аппланационных методов тонометрии, представленная модель учитывает не только упругое взаимодействие груза и роговицы, а также деформацию склеральной оболочки и несжимаемость внутренней жидкости.

В силу осевой симметрии решается двумерной задача, поэтому в качестве конечного элемента выбран элемент PLANE42 с опцией *Axisymmetric*, а также опцией для задания механических свойств в локальной системе координат каждого элемента.

Результаты некоторых расчетов приведены на рис.5. Здесь по вертикальной оси откладывается так называемое тонометрическое давление, полученное тонометром Маклакова грузом 10 гр., т.е. давление, возникающее под грузом тонометра в процессе измерения ВГД ( $hr$ - толщина роговицы).

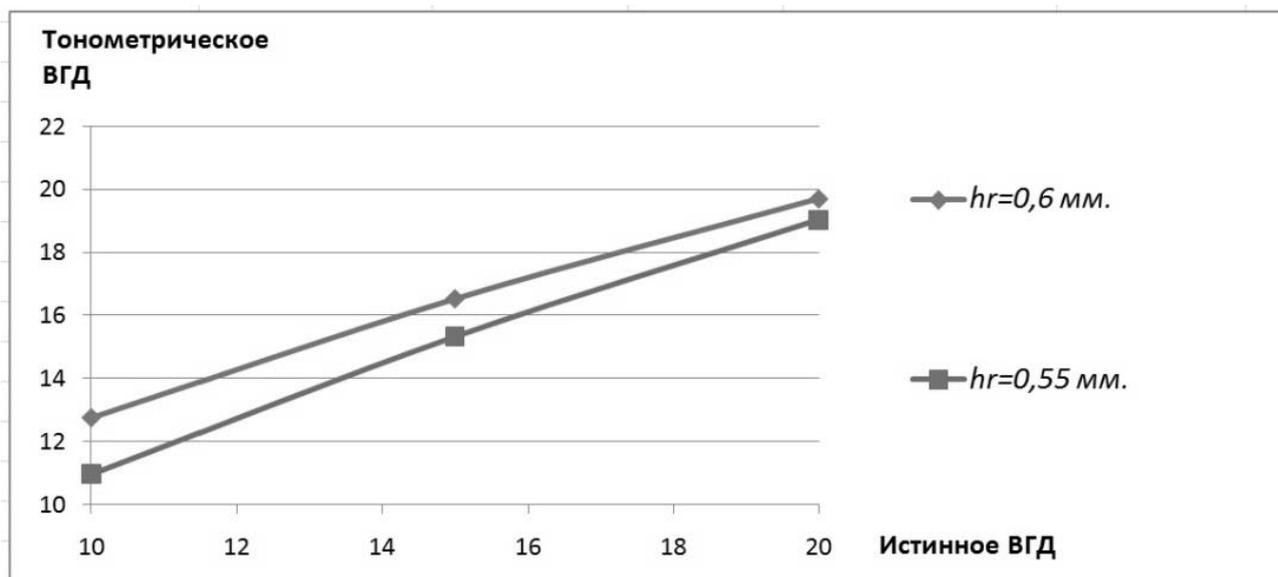


Рис. 5. Сравнение тонометрического и истинного ВГД.

Из графиков видно, что с истончением роговицы, показатели тонометрического давления снижаются.

Расчеты показывают, что влияние толщины роговицы на показатели ВГД зависит от способа измерения ВГД.

Данная модель позволяет также оценить влияние кривизны роговицы и склеры на показатели ВГД. Результаты расчетов, проведенных в пакете ANSYS, согласуются с результатами, полученными аналитически в главе 2. Следует отметить, что в зоне особого внимания офтальмологов - ВГД около

20-25 мм.рт.ст., при котором возможно возникновение глаукомы, кривизна и толщина роговицы оказывают меньшее влияние на результаты измерений.

В **четвертой главе** решается задача о напряженно-деформированном состоянии оболочки, заполненной несжимаемой жидкостью и деформируемой экваториальными силами. Задача решается и с использованием конечно-элементного пакета ANSYS и аналитически, с использованием теории мягких оболочек. Рассматривается деформация оболочки вращения, которая в начальном расслабленном состоянии имеет форму сферы, радиуса  $r_0$  с толщиной стенки  $h_0$  (рис. 6.)

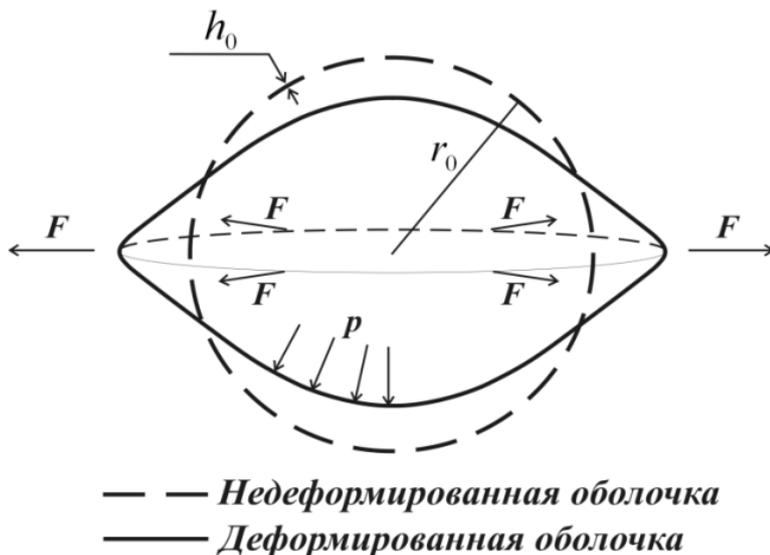


Рис. 6. Модель оболочки.

Особый интерес вызывает изучение изменения внутреннего давления жидкости в зависимости от деформации оболочки. Результирующие графики приведены на рис. 7. Здесь по оси  $x$  откладывается величина  $r' = r/r_1$  - относительное изменение радиуса в экваториальной плоскости при приложении сил, где  $r_1$  - радиус растянутой только внутренним давлением жидкости оболочки. По оси  $y$  откладывается нормированное давление  $p'$ , которое связано с обычным давлением по формуле  $p' = 5r_0 p / 3h_0 E$ , где  $E$  - модуль Юнга оболочки.

Найденные соотношения были применены к изучению аккомодации здорового глаза человека. На основе анализа поведения давления для наиболее актуальных величин относительных деформаций хрусталика 1.2-1.6 (рис. 7.) можно сделать вывод, что характер поведения внутреннего давления зависит от начальных данных. При малом начальном давлении (графики №1-№6), с ростом

деформации давление увеличивается. При высоком (графики №7-№13) - давление падает.

В **заключении** перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

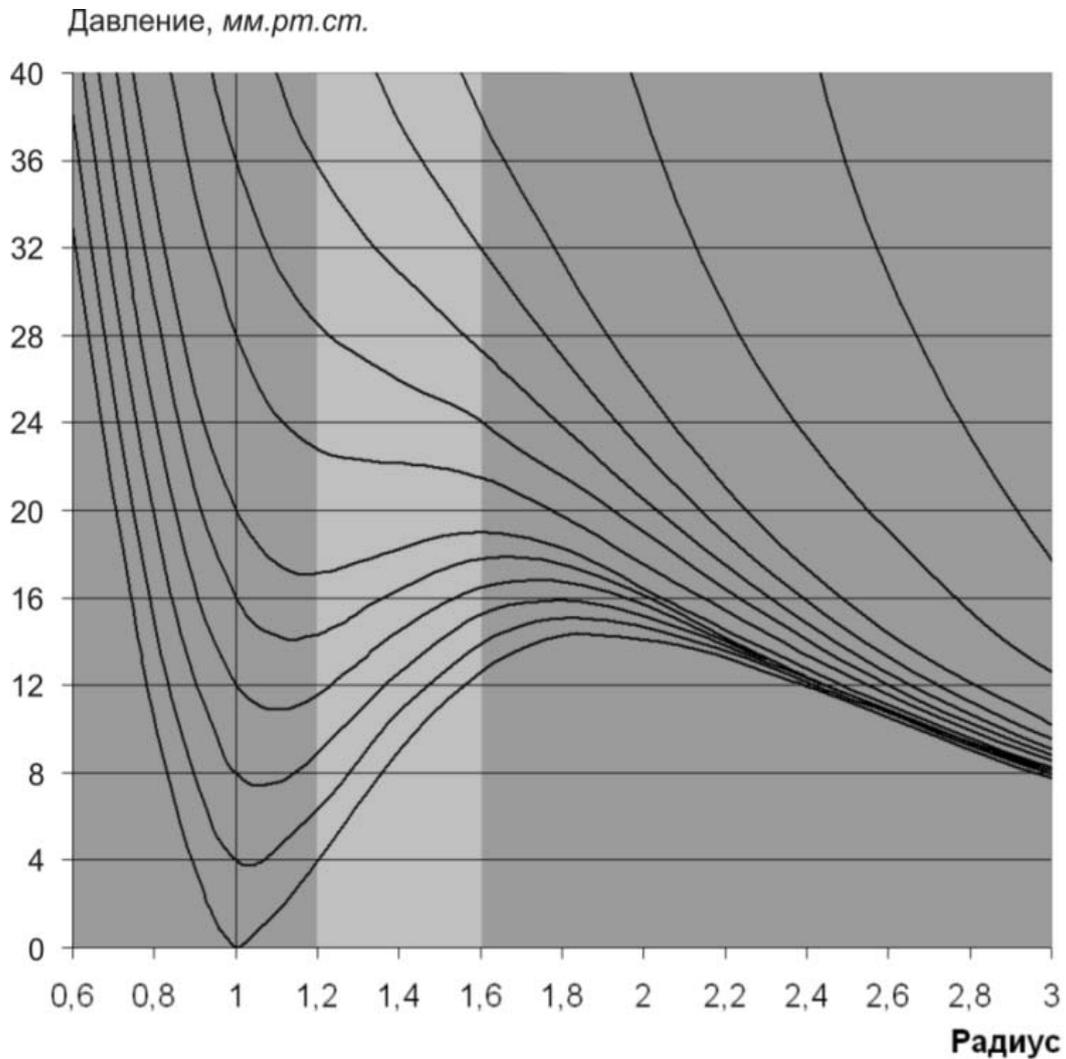


Рис.7. Поле изменений внутреннего давления жидкости.

### **Список работ по теме диссертации**

1. Типясев А.С. К построению модели развития глаукоматозной атрофии зрительного нерва// Сборник актуальных проблем механики. Минск 2002, с. 40-44.
2. Типясев А.С. О деформации капсулы хрусталика при аккомодации// Международная научная конференция по механике. Третьи Поляховские чтения, Тезисы докладов, С.Петербург, 2002, с. 288.

3. Bauer S.M., Tipyasev A.S. On the deformation of the lens under accommodation, Book of abstracts SIS "Ocular biomechanics" European Association for Eye Research, 2003, p.149.
4. Бауэр С.М., Типясев А.С. О математической модели оценки внутриглазного давления по методу Маклакова// Вестн. С.-Петербур. ун-та. Сер. 1. 2008. Вып. 4., с. 98–101.
5. Типясев А.С. О деформации сферической оболочки, заполненной несжимаемой жидкостью, при воздействии кругового растяжения по экватору// Российский Журнал Биомеханики, том 12, 2008, с.60-65. Издательство Пермского государственного технического университета.
6. Бауэр С.М., Типясев А.С. О влиянии формы роговицы и склеры на показатели внутриглазного давления// Межд. Научная конф. по механике. Пятое Поляховские чтения, Тезисы докладов, С.Петербург, 2009, с. 200.