

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

МИХЕЕВ АРТЕМ ВАЛЕРЬЕВИЧ

ЛОКАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОРТОТРОПНЫХ
ОБОЛОЧЕК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

01.02.04 — механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2008

Работа выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Товстик Петр Евгеньевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Колпак Евгений Петрович,

кандидат физико-математических наук
Ершова Зинаида Георгиевна.

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет.

Защита состоится ” ” 2008 г. в часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.30 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9.

Автореферат разослан ” ” 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук, профессор С. А. Зегжда.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. Оболочечные конструкции на упругом основании и с упругим заполнителем в настоящее время широко применяются в самолетостроении, судостроении, строительстве и других отраслях промышленности. Многолетние исследования и практика эксплуатации таких конструкций позволили выявить их основные преимущества. Конструкции с заполнителем при относительно небольшой массе обладают высокими характеристиками прочности и жесткости. Применение оболочек с упругим заполнителем позволяет эффективно увеличить значение критической нагрузки. Несущие слои, подкрепленные заполнителем, могут выдерживать высокие напряжения сжатия, превышающие предел упругости материала. Кроме того, такие конструкции обладают хорошими звуко- и теплоизоляционными свойствами.

Целью работы является изучение локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек произвольной формы моделей Тимошенко и Кирхгофа — Лява на упругом основании с учетом и без учета предварительных напряжений в основании.

Методы исследования. В диссертации используется метод малых вариаций исследуемого напряженно — деформированного состояния в линейной постановке, а также метод локального подхода, впервые предложенный Ю.Н. Работновым и впоследствии развитый В.П. Ширшовым и П.Е. Товстиком.

Научная новизна. Новыми являются формулы, определяющие критическую нагрузку при рассмотрении локальной устойчивости оболочек произвольной формы, зависящие от параметров ортотропии и коэффициентов сдвига, а также от предварительных напряжений в основании. Также новым является выражение критической нагрузки для оболочек, армированных двумя и тремя системами малорастяжимых нитей. Полученные результаты позволили свести задачу поиска критической нагрузки и формы волнообразования при локальной потере устойчивости оболочек к стандартной задаче минимизации параметра нагружения как функции нескольких переменных.

Достоверность обеспечивается применением корректных моделей теории оболочек (модели Кирхгофа — Лява и Тимошенко), проверенных методов теоретической механики, дифференциальных уравнений и вычис-

лительной математики, а также подтверждается сопоставлением с ранее полученными результатами.

Практическая ценность. Полученные решения могут быть применены в промышленных расчетах конструкций с упругим заполнителем в самолетостроении, судостроении, строительстве и других областях.

Апробация результатов работы. Работа была выполнена на кафедре теоретической и прикладной механики Санкт-Петербургского государственного университета. Результаты данной диссертации были доложены на конференции СПбГУ "Четвертые Поляховские чтения" (Санкт - Петербург, 2006), XIV международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов" МГУ (Москва, 2007), международном конгрессе "Нелинейный динамический анализ" (Санкт - Петербург, 2007), на совместном семинаре СПбГУ и ПГУПС "Компьютерные методы в механике сплошной среды".

Публикации. По теме диссертации имеется семь опубликованных работ, которые содержатся в списке опубликованных работ на стр. 14. Работы [2, 3] опубликованы в рецензируемом научном журнале, входящем в перечень ВАК.

Структура работы. Диссертационная работа изложена на 80 страницах, содержит 27 рисунков, 25 таблиц, и состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, содержащего 104 наименования. Главы 1 и 2 носят вспомогательный характер.

Положения, выносимые на защиту:

1. Получены выражения параметра критической нагрузки при локальной потере устойчивости ортотропных оболочек моделей Тимошенко и Кирхгофа — Лява, находящихся на упругом основании.

2. Проведен сравнительный анализ этих моделей для трансверсально изотропных оболочек сферической формы, подвергнутых однородному сжатию и кручению, и оболочек цилиндрической формы, подвергнутых осевому сжатию и кручению.

3. Исследована зависимость параметра критической нагрузки и формы потери устойчивости ортотропной сферической оболочки модели Кирхгофа — Лява, подвергнутой однородному сжатию, от ее упругих параметров и жесткости основания. На примере однородного сжатия ортотропной сферической оболочки модели Тимошенко проанализирована

зависимость критической нагрузки и формы потери устойчивости от коэффициентов сдвига и жесткости основания.

4. Получено неявное выражение параметра нагружения при локальной потере устойчивости ортотропных оболочек на упругом основании с учетом предварительных напряжений в основании, а также явное выражение параметра нагружения для сферической оболочки с заполнителем. Проанализировано влияние предварительных напряжений заполнителя на величину критической нагрузки для трансверсально изотропной сферической оболочки, подвергнутой однородному сжатию.

5. Получены выражения критической нагрузки при локальной потере устойчивости оболочек, армированных двумя и тремя системами мало-растяжимых нитей. Исследована зависимость критической нагрузки от жесткости основания и взаимного расположения нитей для сферической оболочки на упругом основании, подвергнутой однородному сжатию.

2. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновываются актуальность темы диссертации, ее цель, использованные методы исследования, научная новизна и достоверность, практическая значимость, описывается ее структура, перечислены основные тезисы, выносимые на защиту, приводится обзор исследований устойчивости оболочек, связанных с упругим телом.

Вопрос о потере устойчивости оболочек, связанных с упругим телом, восходит к контактным задачам "пластина — упругое основание". Задачи такого рода изучались В.М. Александровым, Б. Л. Пелехом и Р.Д. Сысаком. Устойчивость стеклопластиковых пластинок моделей Кирхгофа—Лява и Тимошенко, покоящихся на упругом винклеровском основании, рассматривали Б. Л. Пелех, Г.А. Тетерс и Р.В. Мельник. Устойчивость пластин на упругом предварительно напряженном основании была подробно изучена П.Е.Товстиком.

Среди множества видов оболочек, ввиду их широкого применения, особое внимание уделено оболочкам цилиндрической формы. Контактное взаимодействие цилиндрической оболочки с упругим основанием было проанализировано Л.В. Божковой, а также Р.М. Зариповым и В.А. Ивановым.

Задача устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки модели Кирхгофа — Лява под действием внешнего давления и равномерного на-

грева впервые была рассмотрена Б. А. Корбутом. Тот же автор рассмотрел задачу потери устойчивости сферической оболочки с заполнителем.

Цилиндрическим оболочкам с заполнителями, моделируемыми основаниями Винклера и Пастернака, посвятили свои работы М. А. Ильгамов, С.W. Bert, D.O. Brush, K. Federhoffer, M.J.Forrestal, A.R. Zak. В.П. Георгиевским в рамках трехмерной модели теории оболочек была решена задача устойчивости ортотропной цилиндрической оболочки с заполнителем под действием внешнего нормального давления. Похожая задача, но в рамках теории Кирхгофа — Лява, рассматривалась А.Н. Громовым.

Оболочки, армированные системами малорастяжимых нитей, рассматривались в работах Ю. В. Немировского, Е.М. Haseganu, Ю.Д. Каплунова, И. В. Викторова и П. Е. Товстика.

В главе 1 дается общий обзор применений конструкций с заполнителями в различных областях, приводится их классификация, а также выражения для расчета упругих характеристик различных видов заполнителей.

В главе 2 рассматриваются основные определяющие соотношения для оболочек моделей Тимошенко и Кирхгофа—Лява, а также общие уравнения равновесия пологих оболочек моделей Кирхгофа — Лява и Тимошенко на упругом основании, из которых выводятся уравнения устойчивости.

В главе 3 выводится выражение для параметра критической нагрузки при потере устойчивости пологой ортотропной оболочки модели Тимошенко на упругом основании под действием безмоментных начальных усилий (T_1^0, T_2^0, S^0) . Вводится параметр нагружения λ : $(T_1^0, T_2^0, S^0) = -\lambda(t_1, t_2, t_3)$. Прогиб w рассматривается в виде двояко — периодической функции, характеризуемой волновыми числами p, q :

$$w = w_0 e^{(px+qy)i/R}$$

Здесь R — характерный линейный размер срединной поверхности, $(x, y) = (\alpha A, \beta B)$, A, B — коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности оболочки, (α, β) — координатные линии срединной поверхности оболочки, направления которых совпадают с направлениями главных кривизн. Главные радиусы кривизны срединной поверхности в точке (x, y) равны соответственно R_1, R_2 . В качестве модели основания берется модель с коэффициентом постели, зависящем от волновых чисел p, q .

Реакцию основания принимаем в виде $P = -\frac{E_0 a_0 r w}{R}$, где $r = \sqrt{p^2 + q^2}$, E_0, ν_0 — модуль Юнга и коэффициент Пуассона основания соответственно, $a_0 = \frac{2(1 - \nu_0)}{(1 + \nu_0)(3 - 4\nu_0)}$. Толщина оболочки равна h , модули Юнга материала оболочки вдоль направлений α и β равны соответственно E_1 и E_2 , модуль сдвига в касательной плоскости — G_{12} , модули сдвига в трансверсальном направлении — G_{13}, G_{23} . Коэффициенты Пуассона ν_{12}, ν_{21} связаны с E_1, E_2 соотношением $E_1 \nu_{21} = E_2 \nu_{12}$. Подставляя функцию прогиба $w(x, y)$, а также дополнительно введенную функцию нагружения и функции углов поворота в уравнение устойчивости, мы получаем следующее выражение функции нагружения $\Lambda'(s, \varphi, \omega, x, y)$:

$$\Lambda'(s, \varphi, \omega) = \frac{1}{f_T(\varphi)} \left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2 f(\varphi)} + \frac{s^2}{12n_\nu} \frac{g_1(s, \varphi) \cos^2 \varphi + g_2(s, \varphi) \sin^2 \varphi}{g_3(s, \varphi)} + \frac{\omega}{s} \right)$$

Здесь $\Lambda' = \frac{\lambda R}{E_1 h^2}$ — новый параметр нагружения, в общем случае зависящий от волновых чисел, координат на срединной поверхности и жесткости основания, $n_\nu = 1 - \nu_{12} \nu_{21}$, h_* — безразмерная толщина оболочки, $\rho_i = \frac{R}{R_i}$ ($i = 1, 2$) — безразмерные параметры кривизны, параметры c_1, c_2 , равны отношениям упругих характеристик оболочки: $c_1 = \frac{E_2}{E_1}$, $c_2 = \frac{G_{12}}{E_1}$. Волновые числа s, φ связаны с волновыми числами p, q подстановками $p = \frac{s \cos \varphi}{h_*^{1/2}}$, $q = \frac{s \sin \varphi}{h_*^{1/2}}$. Коэффициенты a_1, a_2 определяют величину сдвига. Параметр $\omega = \frac{E_0 a_0}{E_1 h_*^{3/2}}$ характеризует относительную жесткость основания,

$$f_R(\varphi) = (\rho_2 \cos^2 \varphi + \rho_1 \sin^2 \varphi)^2, \quad f_T(\varphi) = t_1 \cos^2 \varphi + 2t_3 \cos \varphi \sin \varphi + t_2 \sin^2 \varphi,$$

$$f(\varphi) = \sin^4 \varphi + \frac{\cos^4 \varphi}{c_1} + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{\nu_{12}}{c_1} - c_1 \nu_{12} \right) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi,$$

$$g_1(s, \varphi) = c_1 c_2 a_2 n_\nu s^2 \sin^4 \varphi + c_2 a_2 n_\nu s^2 \cos^4 \varphi + c_1 a_2 (1 - 2c_2 \nu_{12}) n_\nu s^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + (2c_2 n_\nu + c_1 \nu_{12}) \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi$$

$$g_2(s, \varphi) = c_1 c_2 a_1 n_\nu s^2 \sin^4 \varphi + c_2 a_1 n_\nu s^2 \cos^4 \varphi +$$

$$\begin{aligned}
& + c_1 a_1 (1 - 2c_2 \nu_{12}) n_\nu s^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + (2c_2 n_\nu + c_1 \nu_{12}) \cos^2 \varphi + c_1 \sin^2 \varphi \\
g_3(s, \varphi) = & c_1 c_2 a_1 a_2 n_\nu s^4 \sin^4 \varphi + c_2 a_1 a_2 n_\nu s^4 \cos^4 \varphi + \\
& + c_1 a_1 a_2 (1 - 2c_2 \nu_{12}) n_\nu s^4 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + (c_1 a_2 + c_2 a_1 n_\nu) s^2 \sin^2 \varphi + \\
& + (a_1 + c_2 a_2 n_\nu) s^2 \cos^2 \varphi + 1
\end{aligned}$$

Значение параметра критической нагрузки получаем минимизацией функции нагружения $\Lambda'(s, \varphi, \omega)$ по волновым числам s, φ :

$$\Lambda'_*(\omega) = \min_{s, \varphi}^+ \Lambda'(s, \varphi, \omega) = \Lambda'(s_*, \varphi_*, \omega)$$

где знак $^+$ говорит о том, что ищется положительный минимум, а звездочка указывает на критические значения соответствующих величин. Предполагается также, что существуют такие φ , при которых $f_T(\varphi) > 0$. $\Lambda'_*(\omega)$ представляет собой значение параметра критической нагрузки при постоянных ρ_1, ρ_2 . В общем случае

$$\Lambda'_*(\omega) = \min_{s, \varphi, x, y}^+ \Lambda'(s, \varphi, \rho_1(x, y), \rho_2(x, y), \omega) = \Lambda'(s_*, \varphi_*, \rho_{1*}, \rho_{2*}, \omega)$$

где значения ρ_{1*}, ρ_{2*} соответствуют наиболее "слабым" точкам срединной поверхности оболочки, в окрестности которых происходит потеря устойчивости.

На рисунках 1 — 3 приведены зависимости параметра критической нагрузки Λ'_* от коэффициентов сдвига a_1, a_2 при однородном сжатии сферической оболочки из стеклопластика для значений жесткости основания $\omega = 0.001, 0.1$ и 0.5 соответственно. Параметры оболочки: $E_1 = 36 * 10^3, E_2 = 26.3 * 10^3, G_{12} = 4.9 * 10^3, G_{13} = 4.4 * 10^3, G_{23} = 4 * 10^3, \nu_{12} = 0.105, R = 1, h = 0.01$. Как видно из этих рисунков, при увеличении a_1, a_2 параметр Λ'_* постепенно уменьшается и начиная с некоторых значений a_1, a_2 он убывает намного быстрее. При увеличении жесткости основания ω и малых значениях a_1, a_2 параметр Λ'_* увеличивается. При больших значениях параметра сдвига длина волны, возникающей при потере устойчивости оболочки вдоль одного из направлений, становится меньше толщины оболочки, т.е. имеет место потеря устойчивости самого материала оболочки и двумерная теория оболочек становится неприменимой.

В качестве примеров в главе 3 приводятся также трансверсально изотропные оболочки сферической и цилиндрической форм, находящиеся под действием однородного сжатия и кручения.

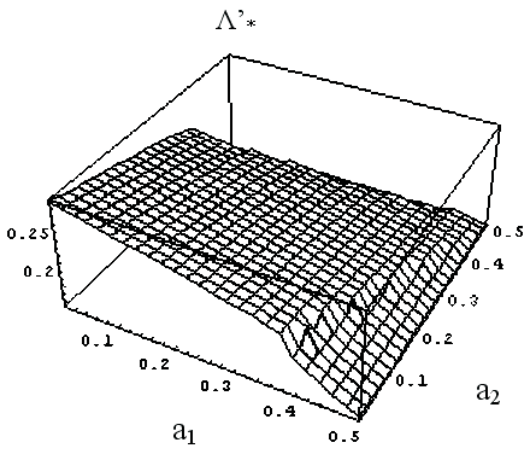


Рис. 1

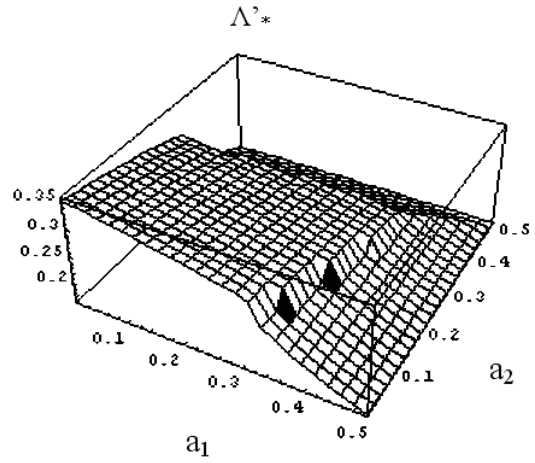


Рис. 2

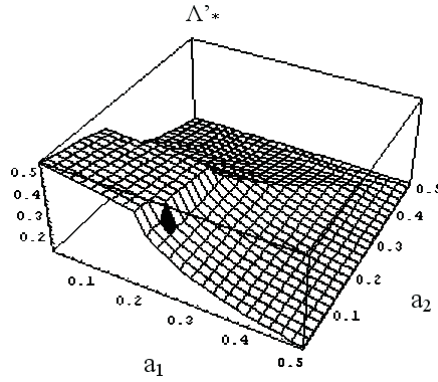


Рис. 3

В главе 4 рассматривается модель ортотропной оболочки на упругом основании, учитывающая предварительные напряжения в основании. Основание локально моделируется упругим предварительно напряженным полупространством. В этом случае реакция основания P имеет вид

$$P = \sigma_{33}(0) = -\frac{c_{33}rw}{R}$$

где

$$c_{33} = G_0 \frac{4(1 - \nu_0)}{3 - 4\nu_0} + \sigma^0 \frac{13 - 28\nu_0 + 16\nu_0^2}{2(3 - 4\nu_0)^2} - \sigma_{33}^0 \frac{5 - 20\nu_0 + 16\nu_0^2}{2(3 - 4\nu_0)^2}$$

Здесь G_0 — модуль сдвига основания ν_0 — коэффициент Пуассона основания, σ_{33}^0 , σ_{33} — компоненты тензоров предварительного и дополнительно напряжений соответственно. В данном случае параметр нагружения

выражается в виде

$$\Lambda' = \frac{1}{f_T(\varphi)} \left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2 f(\varphi)} + \frac{s^2}{12n_\nu} \frac{g_1(s, \varphi) \cos^2 \varphi + g_2(s, \varphi) \sin^2 \varphi}{g_3(s, \varphi)} + \frac{\hat{\omega}}{s} \right)$$

где $\hat{\omega} = \frac{c_{33}}{E_1 h_*^{3/2}}$, а выражения для $f(\varphi)$, $f_T(\varphi)$, $f_R(\varphi)$, $g_1(s, \varphi)$, $g_2(s, \varphi)$, $g_3(s, \varphi)$ — те же, что приведены выше. Полученное здесь соотношение носит неявный характер, поскольку в рассматриваемом нами случае параметр $\hat{\omega}$ зависит от предварительных напряжений, являющихся, в свою очередь, функциями параметра нагружения.

Для ортотропной сферической оболочки с наполнителем выражение параметра нагружения Λ' принимает явную форму

$$\Lambda' = \frac{s}{s f_T(\varphi) + \zeta} \left(\frac{f_R(\varphi)}{s^2 f(\varphi)} + \frac{s^2}{12n_\nu} \frac{g_1(s, \varphi) \cos^2 \varphi + g_2(s, \varphi) \sin^2 \varphi}{g_3(s, \varphi)} + \frac{\omega}{s} \right)$$

$$\text{где } \zeta = \frac{E_0 \gamma'}{h_*^{1/2}}, \quad \omega = \frac{E_0 a_0}{E_1 h_*^{3/2}}, \quad \gamma' = \frac{4(1 - \nu_0)}{(3 - 4\nu_0)^2} \gamma,$$

$$\gamma = \frac{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{(1 - 2\nu_0)(E_1(1 + \nu_{21}) + E_2(1 + \nu_{12}))}.$$

В качестве примера рассматривается трансверсально изотропная сферическая оболочка радиуса $R = 1$ с упругим наполнителем, подвергнутая однородному сжатию ($t_1 = t_2 = 1$, $t_3 = 0$). Коэффициенты Пуассона у материала оболочки — $\nu = 0.3$, у основания — $\nu_0 = 0.4$.

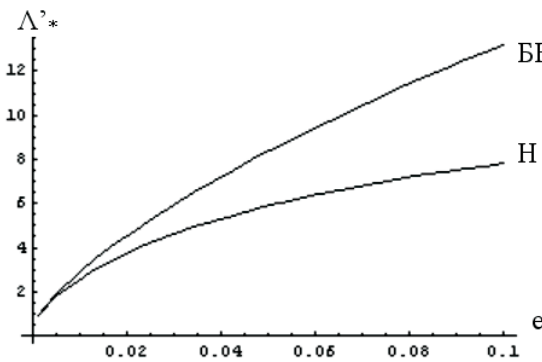


Рис. 4

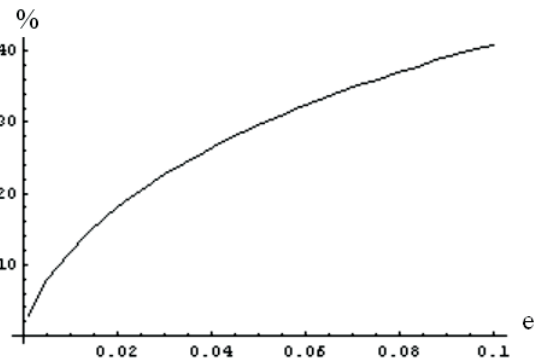


Рис. 5

На рисунке 4 приведены зависимости параметров критической нагрузки от относительной жесткости основания $e = \frac{E_0}{E_1}$ с учетом (Н) и без

учета (БН) предварительных напряжений в основании при относительной толщине оболочки $h_* = 0.01$. При больших значениях относительной жесткости основания разница между двумя моделями становится весьма существенной. Чтобы проиллюстрировать их отличие, определим **относительное приращение** параметров критической нагрузки следующим образом:

$$\Delta_{OTH} = \frac{\Lambda'_{2*} - \Lambda'_{1*}}{\Lambda'_{2*}}$$

Здесь Λ'_{1*} — значение параметра критической нагрузки, полученное в модели с учетом предварительных напряжений заполнителя, Λ'_{2*} — значение аналогичного параметра в модели без учета таковых. Графическая зависимость $\Delta_{OTH}(e)$ приведена на рисунке 5. Из этой зависимости явно следует, что с увеличением жесткости основания e величина $\Delta_{OTH}(e)$ также увеличивается. Так, при $e = 0.001$ значения обеих нагрузок весьма близки — они отличаются всего лишь на $\Delta_{OTH}(0.001) = 0.1\%$, а при $e = 0.1$, когда жесткость заполнителя всего лишь в 10 раз меньше жесткости материала оболочки, Λ'_{1*} меньше Λ'_{2*} уже на 40%.

Глава 5 посвящена частному случаю ортотропных оболочек — оболочкам на упругом основании, армированным системами малорастяжимых нитей. В данной главе исследуется вопрос устойчивости оболочек произвольной формы, находящихся на упругом основании и армированных системой малорастяжимых нитей. Получено выражение параметра критической нагрузки Λ_{1*} , аналогичное приведенному в главе 3.

Пусть ν_m — коэффициент Пуассона матрицы, e_0 — отношение модулей Юнга матрицы и основания, ω — параметр жесткости основания, ρ — относительный объем, занимаемый нитями в материале оболочки, h_* — безразмерная толщина оболочки.

Рассмотрим пример сферической оболочки на упругом основании, состоящей из изотропного материала (матрицы), в которую внедрены две системы нитей, наклоненных под углами ξ_1 и $-\xi_1$ к направлению α . Положим, что $\nu_m = 0.1$, $e_0 = 100$, $\rho = 0.1$, $h_* = 0.01$. На рисунке 6 представлена зависимость параметра критической нагрузки Λ_{1*} от угла ξ_1 при значениях жесткости основания $\omega = 0.001$ (кривая 1) и $\omega = 0.01$ (кривая 2). Как видно из графика, при увеличении жесткости основания критическая нагрузка также увеличивается. Так, при $\xi_1 = 0.1$ с увеличением ω в 10 раз — с 0.001 до 0.01 Λ_{1*} возрастает приблизительно на

5.3 %, с 0.01 до 0.1 — уже на 46 %. При фиксированном ω максимальное значение параметра критической нагрузки $\Lambda_{1*}(\xi_1)$ достигается при малых значениях угла ξ_1 . Дальнейшее уменьшение угла наклона нитей ξ_1 приводит к быстрому убыванию критической нагрузки. Вследствие симметрии нагрузки и расположения нитей график $\Lambda_{1*}(\xi_1)$ симметричен относительно прямой $\xi_1 = \frac{\pi}{4}$.

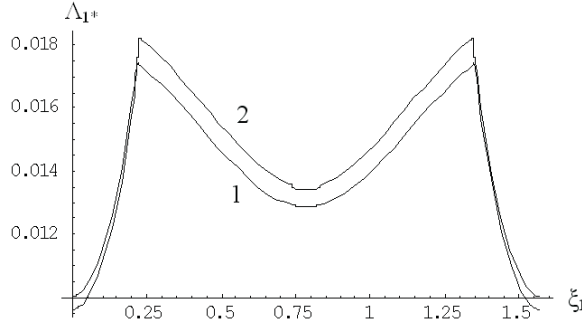


Рис. 6

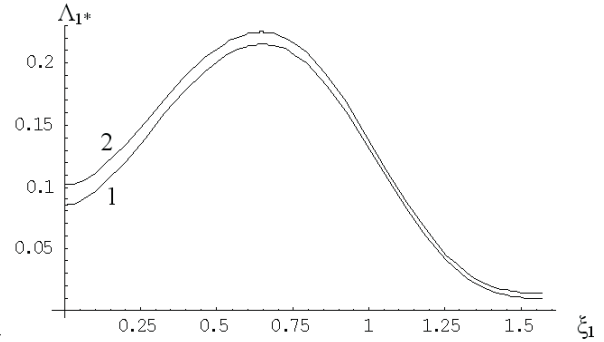


Рис. 7

Пусть теперь у нас имеется оболочка сферической формы, армированная тремя системами упругих нитей, расположенных под углами ξ_1 , $-\xi_1$ и $\frac{\pi}{2}$ к направлению α . Как и в предыдущем примере, $\nu_m = 0.1$, $e_0 = 100$, $h_* = 0.01$. Вследствие появления третьей системы нитей $\rho = 0.15$. На рисунке 7 представлена зависимость $\Lambda_{1*}(\xi_1)$ при $\omega = 0.001$ (кривая 1) и $\omega = 0.1$ (кривая 2). Нетрудно видеть, что при увеличении жесткости основания критическая нагрузка также увеличивается. Так, при $\xi_1 = 0.1$ с увеличением ω с 0.001 до 0.1 Λ_{1*} увеличивается на 5.3 %. В отличие от случая с системой двух нитей, в данном примере минимум функции $\Lambda_{1*}^0 = \max_{[0, \frac{\pi}{2}]} \Lambda_{1*}(\xi_1)$ достигается при достаточно большом значении ξ_1^0 , в рассматриваемом примере приблизительно равном 0.65 рад.

Заключение. В данной работе была рассмотрена задача исследования локальной устойчивости ортотропных оболочек произвольной формы, находящихся на упругом основании. Отдельное внимание было уделено локальной устойчивости оболочек с предварительно напряженным наполнителем и оболочек на упругом основании, армированных системой малорастяжимых нитей. Общие результаты, полученные в каждой из этих задач, иллюстрированы в виде численных примеров, в явном виде демонстрирующих возникающие здесь закономерности. Поскольку поставленные условия лежали в рамках локальной теории устойчивости,

случаи существенного влияния граничных условий на критическую нагрузку, такие как слабое закрепление края, не рассматривались. Обладая простотой и наглядностью, локальный подход может быть приемлем для широкого класса прикладных задач, связанных с потерей устойчивости оболочечных конструкций, для которых применима двумерная теория оболочек.

4. ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Михеев А.В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих оболочек на упругом основании// Асимптотические методы в механике деформируемого твердого тела. Сборник трудов, посвященных 70-летию профессора П.Е. Товстика. СПб., ВВМ, 2006, С. 87 – 97.
2. Михеев А.В. Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании// Вестник Санкт-Петербургского ун-та, сер. матем., механ., астрон. 2007, вып. 2, С. 128 – 133.
3. Михеев А.В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих ортотропных оболочек на упругом основании// Вестник Санкт-Петербургского ун-та, сер. матем., механ., астрон. 2007, вып. 3, С. 137 – 143.
4. Михеев А.В. Влияние сдвига на локальную устойчивость пологих оболочек на упругом основании// Четвертые поляховские чтения. Тезисы докладов. СПб., ВВМ, 2006, С. 205.
5. Михеев А.В. Устойчивость ортотропных оболочек отрицательной кривизны на упругом основании// Материалы XIV международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов". М., СП "Мысль", 2007, С. 104 – 105.
6. Михеев А.В. Исследование локальной устойчивости пологих ортотропных оболочек на упругом основании в моделях Тимошенко и Кирхгофа — Лява// Международный конгресс "Нелинейный динамический анализ-2007". Тезисы докладов. СПбГУ, 2007, С. 154.
7. Михеев А.В. Зависимость критической нагрузки и формы потери устойчивости сферической ортотропной оболочки на упругом основании от ее упругих параметров// Труды семинара "Компьютерные

методы в механике сплошной среды 2006-2007 гг.". Изд-во СПбГУ,
2007, С. 143.