Санкт-Петербургский государственный университет

На правах рукописи

Муранов Виталий Арсеньевич

Стабилизация и устойчивость нелинейных импульсных систем.

специальность 01.01.09 - Дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2007 г.

Работа выполнена на кафедре теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Гелиг Аркадий Хаймович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, доцент
Чурилов Александр Николаевич

доктор физико-математических наук, доцент
Смирнова Вера Борисовна

Ведущая организация: Институт проблем машиноведения
Российской Академии Наук

Защита состоится « » .... 2007г. в .... часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.29 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Петродворец, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет.

Защита будет проходить в Санкт-Петербургском отделении математического института им. Стеклова РАН по адресу: г. Санкт-Петербург, наб. Р. Фонтанки, д. 27, ауд. 311.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан « » .... 2007г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.29
доктор физ.-мат. наук, профессор

В. М. Нежинский

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Интерес к динамике систем с импульсной модуляцией стимулируется не только тем обстоятельством, что некоторые модели нейронных сетей описываются импульсными системами, но и благодаря тому, что импульсные системы широко применяются в современной технике при обработке информации и управлении благодаря простоте их реализации, высокой точности и надежности, а также малой энергоемкости. Поэтому математическая теория импульсных систем привлекала внимание многих исследователей (Н.Е. Жуковский, Я.З. Цыпкин, В.А. Якубович, В.М. Кунцевич, Ю.Н. Чеховой, Е.Н. Розенвассер, А.Д. Мышкис, А.М. Самойленко, M. Gouy, E.I. Jury, V. Lakshmikantham, D.D. Bainov, P.S. Simeonov, П. Видаль, Г.А. Леонов, А.Х. Гелиг, А.Н. Чурилов и др.), в работах которых исследовались динамические свойства этих систем.

Целью работы является получение условий устойчивости нелинейных импульсных систем, а также синтез стабилизирующих их управлений.

Методы исследований включают теорию функционально-дифференциальных уравнений, частотную теорему, а также метод усреднения.

Научную новизну работы составляют следующие результаты. Получены частотные условия устойчивости нелинейной импульсной системы с монотонной эквивалентной нелинейностью, а также разработаны алгоритмы синтеза робастных стабилизирующих управлений, в том числе обеспечивающих инвариантность к внешнему воздействию.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты данной работы работы носят теоретический характер, однако могут найти применение в технике при разработке импульсных регуляторов.

Апробация работы. Полученные результаты докладывались на IX международном семинаре «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» им. Е.С.Пятницкого (Москва, 2006), Международной конференции "Dynamical Modelling of Computer Systems"(Санкт-Петербург, 2004), а также на семинарах кафедры теоретической кибернетики СПбГУ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-4].

В работах [1-3] А.Х.Гелигу принадлежат постановка задачи и метод усреднения. В работе [4] А.Х.Гелигу принадлежат только постановка задачи. В работах [1-4] В.А. Муранову принадлежат формулировка теорем и их доказательства.

Структура и объем работы. Диссертация объемом 80 страниц состоит из 4 глав, приложения, заключения и списка литературы (72 наименования).

Содержание диссертации

В **первой главе** излагаются свойства нелинейного разрывного оператора $\mathcal{M}$ ("G-модулятора"), описывающего различные виды импульсной модуляции. Оператор $\mathcal{M}$ отображает каждую непрерывную на $[0, +\infty)$ функцию $\zeta(t)$ в функцию $\xi(t)$ и последовательность $\{t_n\}$ $(n = 0, 1, 2, \dots; t_0 = 0)$, обладающие следующими свойствами:

1) существуют такие положительные постоянные T и δ_0, что для всех n верна оценка

$$\delta_0 T \leqslant t_{n+1} - t_n \leqslant T$$

2) функция $\xi(t)$ кусочно непрерывна на каждом промежутке $[t_n, t_{n+1})$ и не меняет знака на нем;

3) $\xi(t)$ зависит только от значений $\zeta(\tau)$ при $\tau \leqslant t$, t_n зависит только от значений $\zeta(\tau)$ при $\tau \leqslant t_n$;

4) Для каждого n существует $\widetilde{t}_n \in [t_n, t_{n+1})$ такое, что среднее значение n-ого импульса

$$v_n = \frac{1}{t_{n+1} - t_n} \int\limits_{t_n}^{t_{n+1}} \xi(t)\, dt$$

удовлетворяет равенству

$$v_n = \varphi(\zeta(\widetilde{t}_n)),$$

где $\varphi(\zeta)$ — непрерывная и монотонно возрастающая на $(-\infty, +\infty)$ функция, называемая эквивалентной нелинейностью.

Простейшим примером импульсной модуляции является широтно-импульсная модуляция первого рода (ШИМ-1), при которой $t_{n+1} = t_n + T$,

$$\xi(t) = \begin{cases} sign\, \sigma(nT), & nT \leqslant t < nT + \tau_n, \\ 0, & nT \leqslant t < nT + \tau_n, \quad \sigma(nT) \neq 0, \\ 0, & nT \leqslant t < (n+1)T, \quad \sigma(nT) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

а ширина импульса τ_n определяется формулой

$$\tau_n = F(|\sigma(nT)|), \tag{2}$$

где F непрерывная функция, определенная на $[0, +\infty)$, удовлетворяющая условиям

$$F(0) = 0, \quad 0 < F \leqslant T.$$

В случае широтно-импульсной модуляции второго рода (ШИМ-2) $\xi(t)$ определяется также по формуле (1), а τ_n является первым положительным корнем уравнения

$$\tau_n = F(|\sigma(nT + \tau_n)|),$$

если таковой существует на интервале $[nT, (n+1)T)$, и $\tau_n = T$ в противном случае.

Очевидно, что в случае ШИМ-1 оператор $\mathcal{M}$ действующий из C в L_1 непрерывен, а в случае ШИМ-2 он этим свойством не обладает, поскольку корень уравнения (2) τ_n, вообще говоря, не является непрерывным функционалом от $\sigma(t)$. Для этих обоих видов импульсной модуляции эквивалентная нелинейность имеет вид

$$\varphi(\sigma) = \begin{cases} \dfrac{F(|\sigma|) sign\, \sigma}{T}, & \sigma \neq 0, \\ 0, & \sigma = 0. \end{cases}$$

В этом же параграфе описаны и другие виды импульсной модуляции (АИМ, ЧИМ-1, ЧИМ-2, комбинированная модуляция) вместе с их эквивалентными нелинейностями. Приведен обзор литературы по устойчивости и стабилизации нелинейных импульсных систем.

В параграфе 1.2 изложены основные результаты диссертации.

Во второй главе решается задача об устойчивости в целом импульсной системы, описываемой функционально-дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = Ax + b\xi, \qquad \sigma = c^* x, \qquad \xi = \mathcal{M}\sigma, \tag{3}$$

где A - постоянная $m \times m$-матрица, b и c - постоянные m-мерные столбцы, $*$ - знак транспонирования (все величины вещественные), $\mathcal{M}$ — G-модулятор.

Наряду с уравнением (3) рассматривается "эквивалентная"непрерывная система

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \qquad \sigma = c^* x, \tag{4}$$

где $\varphi(\sigma)$ - эквивалентная нелинейность модулятора. Предполагается, что $\varphi(\sigma)$ обладает следующими свойствами:

$$\sup_{\sigma \in \mathbf{R}^1} |\varphi(\sigma)| < \infty,$$

и для некоторого числа $k \in (0, +\infty)$ при всех $\sigma', \sigma'' \in \mathbf{R}$ выполняются неравенства

$$0 \leqslant (\varphi(\sigma') - \varphi(\sigma''))(\sigma' - \sigma'') \leqslant k(\sigma' - \sigma'')^2.$$

Для уравнения (4) Н.Е. Барабановым были получены условия устойчивости в целом, которые обобщают критерии, полученные Brockett R.W., Williams J.L., Zames G., O'Shea R.P., Narendra K.S., Neuman Ch P., Cho Y.S., Falb P.Z., Sundareshan M.K., Thathachar M.A.L., Freedman M.I., Вороновым А.А., Якубовичем В.А.

В параграфе 2.1 условия Н.Е. Барабанова, полученные для непрерывной системы (3) распространены на импульсную систему (1). Доказана следующая теорема.

Теорема 2.2. Предположим, что матрица A гурвицева и выполнены следующие условия:

1) Существует такая дробно-рациональная функция $L(p)$, что $L(i\omega)$ ($\omega \in \mathbf{R}$) является преобразованием Фурье от некоторой вещественной функции

$l(t) \in L_1(-\infty, +\infty)$, удовлетворяющей условию

$$\|l\|_{L_1(-\infty,+\infty)} \leqslant 1.$$

2) При некоторых $\delta > 0$ и θ при всех $w \geqslant 0$ выполнено частотное условие

$$Re\left\{(1 + i\omega\theta + L(i\omega))\left(W(i\omega) + \frac{1}{k}\right)\right\} \geqslant \delta|W(i\omega)|^2 + 2\kappa T|(A - i\omega I)^{-1}b|^2, \quad (5)$$

где $W(p) = c^*(A - pI)^{-1}b$, а для $\kappa = \kappa(\|A\|, \|b\|, \|c\|, T)$ получена явная формула, при этом $\kappa \to 0$ при $T \to 0$.

3) Либо функция $\varphi(\sigma)$ нечетна, либо $l(t) \leqslant 0$ при всех $t \in \mathbf{R}$.

Тогда $x(t) \to 0$ при $t \to +\infty$ и всех $x(0) \in \mathbf{R}^m$.

Если, кроме того, в некоторой окрестности точки $\sigma = 0$ функция $\varphi(\sigma)$ имеет непрерывную вторую производную и $|\varphi'(\sigma)|, |\varphi''(\sigma)|$ ограничены, матрица $A + bc^*\varphi'(0)$ гурвицева и T удовлетворяет верхней оценке

$$2\left(\frac{24k^2}{\pi^2}(\kappa^2 + T^2\|c\|^2\|A\|^2\|b\|^2) + 2k^2\kappa^2\right)T^2 < 1,$$

где $\kappa = c^*b$, то состояние равновесия $x(t) \equiv 0$ системы (3) устойчиво в целом.

При $T \to 0$ условие (5) переходит в частотное условие устойчивости, полученное Н.Е. Барабановым для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4).

Доказательство основано на методе расширения пространства состояний, втором методе Ляпунова, частотной теореме и методе усреднения, использующем установленные А.Н. Чуриловым интегральные квадратичные связи.

В **третьей главе** рассматривается задача синтеза стабилизирующего управления нелинейной импульсной системы, описанной функционально-дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = A(t, x(t), x(t-\tau))x(t) + b(t, x(t), x(t-\tau))\xi, \quad (6)$$

$$\xi = \mathcal{M}\zeta, \quad \zeta = \chi(\sigma), \quad \sigma(x) = s^*x, \quad (7)$$

где $\tau \geqslant 0, A \in \mathbf{R}^{m\times m}, b, s \in \mathbf{R}^{m\times 1}, \xi \in \mathbf{R}^1, \zeta \in \mathbf{R}^1, x \in \mathbf{R}^m$, $*$ — знак транспонирования, все величины вещественные. $\mathcal{M}$ - нелинейный оператор, являющийся G-модулятором, A и b - непрерывные функции своих аргументов.

Ставится задача определения вектора s и функции χ, при которых состояние равновесия $x(t) \equiv 0$ устойчиво в целом.

Рассматривается два класса этих систем. В *первом* классе

$$A(\cdot) = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \alpha_1(\cdot) & \alpha_2(\cdot) & \dots & \alpha_m(\cdot) \end{array} \right\|, \quad b(\cdot) = \left\| \begin{array}{c} \beta_1(\cdot) \\ \vdots \\ \beta_m(\cdot) \end{array} \right\|, \tag{8}$$

а выход модулятора обладает свойством

$$\xi(t) = \varphi(\zeta(t_n)), \tag{9}$$

при $t_n \leqslant t < t_{n+1}$. Здесь и далее используется обозначение $(\cdot) = (t, x(t), x(t-\tau))$.

Синтез стабилизирующих управлений основан на функции Ляпунова

$$V(x) = x^* H x, \tag{10}$$

где $H = H_1^{-1}$, а H_1 — трехполосная матрица вида

$$H_1 = \left\| \begin{array}{cccccc} h_1 & h_{1\,2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h_{1\,2} & h_2 & h_{2\,3} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & h_{2\,3} & h_3 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{m-2,m-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{m-1} & h_{m-1,m} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{m-1,m} & h_m \end{array} \right\|.$$

Здесь $h_{i\,j} = -\frac{1}{2}\sqrt{h_i h_j}$, h_i — положительные числа.

Следуя методу И.Е. Зубер, вектор s определяется в виде $s = \lambda H e_m$, где λ и h_{ij} подбираются так, чтобы для эквивалентной нелинейной системы

$$\dot{x} = Ax + b(x)\varphi(\sigma) \tag{11}$$

было выполнено неравенство

$$\dot{V} + \beta V < 0,$$

где β - заданный положительный параметр, а $\dot{V}$ — производная от функции Ляпунова (10), взятая в силу эквивалентной системы (11).

Введем обозначения: g_i - i-й столбец матрицы H_1, μ_- - минимальное собственное число матрицы H, матрица

$$Q_1(\cdot) = A(\cdot)H_1 + H_1 A^*(\cdot) + \beta H_1.$$

Обозначим через Q_0 постоянную $(m-1)\times(m-1)$ матрицу, состоящую из элементов матрицы Q_1, расположенных в первых $m-1$ строках и столбцах. Представим $b(\cdot)$ в виде

$$b^*(\cdot) = \left\| \; \hat{b}^*(\cdot), \beta_m(\cdot) \; \right\|,$$

где $\hat{b}(\cdot) \in \mathbf{R}^{m-1}$. Обозначим

$$a(\cdot) = \left\| \begin{matrix} \alpha_1(\cdot) \\ \vdots \\ \alpha_m(\cdot) \end{matrix} \right\|, \quad q(\cdot) = \left\| \begin{matrix} a^*(\cdot)g_1 \\ \vdots \\ a^*(\cdot)g_{m-3} \\ a^*(\cdot)g_{m-2} + h_{m-1,m} \\ a^*(\cdot)g_{m-1} + h_m + \beta h_{m-1,m} \end{matrix} \right\|, \quad \rho_m(\cdot) = a^*(\cdot)g_m + \frac{\beta}{2}h_m,$$

$$c_1(\cdot) = -\hat{b}^*(\cdot)Q_0^{-1}\hat{b}(\cdot), \quad c_2(\cdot) = \beta_m(\cdot) - q^*(\cdot)Q_0^{-1}\hat{b}(\cdot),$$

$$c_3(\cdot) = 2\rho_m(\cdot) - q^*(\cdot)Q_0^{-1}q(\cdot), \quad D(\cdot) = c_2^2(\cdot) - c_1(\cdot)c_3(\cdot),$$

$$\lambda_\pm(\cdot) = \frac{-c_2(\cdot) \pm \sqrt{D(\cdot)}}{c_1(\cdot)}.$$

Доказана следующая теорема.

Теорема 3.1. Предположим, что выполнено свойство 1) оператора $\mathcal{M}$ и соотношение (9), а также неравенства

$$\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} (||A(\cdot)||+||b(\cdot)||)<\infty,$$

$$\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \lambda_-(\cdot) < \inf_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \lambda_+(\cdot).$$

$$\inf_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} D(\cdot)>0, \quad T<\Delta_1,$$

где для $\Delta_1 = \Delta_1(\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|A\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b\|, T)$ получена явная формула. Пусть вектор s и функция χ определяются формулами $s = \lambda He_m, \quad \chi = \varphi^{-1}$. Тогда состояние равновесия $x(t)\equiv 0$ системы (6-8) устойчиво в целом.

Во *втором* классе

$$A(\cdot)=\left\|\begin{array}{ccccc} \alpha_{1,1}(\cdot) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{2,1}(\cdot) & \alpha_{2,2}(\cdot) & 1 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & \\ \alpha_{m-1,1}(\cdot) & \alpha_{m-1,2}(\cdot) & \alpha_{m-1,3}(\cdot) & \dots & 1 \\ \alpha_{m,1}(\cdot) & \alpha_{m,2}(\cdot) & \alpha_{m,3}(\cdot) & \dots & \alpha_{m,m}(\cdot) \end{array}\right\|, \quad b(\cdot)=\left\|\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{array}\right\|, \tag{12}$$

а оператор $\mathcal{M}$ обладает свойствами 1) - 4), то есть является G-модулятором. Как и в первом случае используется синтез стабилизирующих управлений основанный на исследовании функции Ляпунова (10) и методе усреднения. Доказана следующая теорема.

Теорема 3.2. Пусть функция $\chi=\varphi^{-1}$, а вектор s определяется формулой $s = \lambda He_m$. Тогда при выполнении оценки $T < \Delta_2$, где для $\Delta_2 = \Delta_2(\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|A\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b\|, T)$ получена явная формула, состояние равновесия $x(t)\equiv 0$ системы (6), (7), (12) устойчиво в целом.

Четвёртая глава посвящена синтезу управлений, осуществляющих инвариантную стабилизацию, при которой выход системы стремится к нулю при $t\to+\infty$ независимо от постоянно действующего возмущения, а вектор состояния системы остается ограниченным.

Рассматривается система, описываемая функционально-дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = A(t, x(t), x(t-\tau))x + b_1(t, x(t), x(t-\tau))\xi +$$

$$+ b_2(t, x(t), x(t-\tau))\nu + g(t, x(t), x(t-\tau))\psi(t), \tag{13}$$

$$\xi = \mathcal{M}\zeta, \quad \sigma(x) = c^* x,$$

где $\tau \geqslant 0, A \in \mathbf{R}^{m\times m}; c, b_1, b_2, g \in \mathbf{R}^m; \xi, \zeta, \nu, \psi \in \mathbf{R}^1; x \in \mathbf{R}^m$, $*$ — знак транспонирования, все величины вещественные. Элементы матриц A, b_1, b_2 непрерывны по всем аргументам и равномерно ограничены в $[t_0, +\infty) \times \mathbf{R}^{2m}$, c - постоянный вектор. Величина $c^* x$ является выходом системы, а $\psi(t)$ постояно действующим внешним возмущением.

Задача заключается в выборе ν и ζ таким образом, чтобы $\sigma(t) \to 0$ при $t \to \infty$ независимо от ψ и вектор $x(t)$ был равномерно ограничен. Предполагается, что задача нетривиальна, то есть $c^* g(\cdot) \neq 0$ при $(\cdot) \in [t_0, +\infty) \times \mathbf{R}^{2m}$. Для решения этой задачи потребуем, чтобы функция $\sigma(t)$ удовлетворяла условию

$$\dot{\sigma} + \beta\sigma = 0, \tag{14}$$

где β — положительное число.

Выбрав управление ν по формуле

$$\nu = -\frac{1}{c^* b_2(\cdot)}[c^*(A(\cdot) + \beta I)x + c^* b_1(\cdot)\xi + c^* g(\cdot)\psi], \tag{15}$$

удовлетворим соотношению (14). При этом система (13) примет вид

$$\dot{x} = A_1(\cdot)x + b(\cdot)\xi + f(\cdot), \quad \xi = \mathcal{M}\zeta, \tag{16}$$

где

$$A_1(\cdot) = \left(I - \frac{b_2(\cdot)c^*}{c^* b_2(\cdot)}\right) A(\cdot) - \beta\frac{b_2(\cdot)c^*}{c^* b_2(\cdot)},$$

$$b(\cdot) = \left(I - \frac{b_2(\cdot)c^*}{c^* b_2(\cdot)}\right) b_1(\cdot), \quad f(\cdot) = g_1(\cdot)\psi(t),$$

$$g_1(\cdot) = g(\cdot) - \frac{c^* g(\cdot)}{c^* b_2(\cdot)} b_2(\cdot).$$

Положим в системе (16)

$$\zeta = \varphi^{-1}(s^* x). \tag{17}$$

Будем искать такой вектор s, чтобы $\|x(t)\|$ была равномерно ограничена. С этой целью рассмотрим два класса систем. В ***первом*** классе матрица $A_1(\cdot)$ и вектор $b(\cdot)$ имеют вид (8), а оператор $\mathcal{M}$ обладает свойствами 1), (9). Доказана следующая теорема.

Теорема 4.1. Пусть система (16) при $f(\cdot) \equiv 0$ удовлетворяет условиям теоремы 3.1 и выполняется неравенство

$$\inf_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times R^{2m}} |c^* b_2(\cdot)| > 0, \tag{18}$$

оператор $\mathcal{M}$ обладает свойствами 1) и (9), управления ν и ζ определяются формулами (15), (17), а T удовлетворяет оценке $T < \Delta_3$, где для $\Delta_3 = \Delta_3(\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|A\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b_1\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b_2\|,$ $\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|g\|, \|c\|, T)$ получена явная формула. Тогда любое решение системы (13) обладает свойствами

$$\sigma(t) = c^* x(t_0) exp[-\beta(t-t_0)], \tag{19}$$

$$\overline{\lim_{t\to+\infty}} ||x(t)|| \leqslant \gamma \overline{\lim_{t\to+\infty}} |\psi(t)|, \tag{20}$$

где β - заданное положительное число, а γ - положительная константа, не зависящая от $x(t_0)$.

Во *втором* класс систем вектор $b(x)$ является последним единичным ортом, а матрица A_1 является треугольной вида (12). Относительно оператора $\mathcal{M}$ предполагается, что он является G-модулятором, то есть обладает свойствами 1)-4). Доказана следующая теорема.

Теорема 4.2. Пусть выполнено неравенство (18), матрица A_1 и столбец b имеет вид (12), оператор $\mathcal{M}$ обладает свойствами 1)-4), управления ν и ζ определяются формулами (15), (17) и T удовлетворяет оценке $T < \Delta_4$, где для $\Delta_4 = \Delta_4(\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|A\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b_1\|, \sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|b_2\|,$

$\sup_{(\cdot)\in[t_0,+\infty)\times\mathbf{R}^{2m}} \|g\|, \|c\|, T)$ получена явная формула. Тогда любое решение системы (13) обладает свойствами (19), (20).

Доказательство основано на методе усреднения. При этом новым моментом явилась необходимость оценки приращения функции Ляпунова не только сверху, но и снизу.

В **приложении** для конкретной нелинейной импульсной системы, рассмотренного в главе 3 типа с комбинированной широтно-амплитудной модуляцией с помощью теоремы 3.2 построено робастное стабилизирующее управление. **В заключении** сформулированы основные результаты работы.

Работы автора по теме диссертации

1. Гелиг А. Х., Муранов В. А., *Стабилизация нелинейных импульсных систем с запаздывающим аргументом.* Международная конференция "Dynamical modelling of Control Systems.", С.-Петербург, Июль 2004, http://www.neva.ru/ds2004/cm-ds2004.htm

2. Гелиг А. Х., Муранов В. А., *Стабилизация двух классов нелинейных импульсных систем с последействием.* Вестник СПбГУ, сер. 1, 2005, вып. 3, стр. 3–15.

3. Гелиг А. Х., Муранов В. А., *Инвариантная стабилизация импульсных систем с нелинейной непрерывной импульсной частью.* Вестник СПбГУ, сер. 1, 2007, вып. 3, стр. 100–110.

4. Гелиг А. Х., Муранов В. А., *Абсолютная устойчивость нелинейных импульсных систем с монотонной статической характеристикой модулятора.* IX Международный семинар "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления"им. Е.С. Пятницкого, Москва, 2006, http://www.ipu.ru/semin/stab06/stab06.htm