Санкт-Петербургский государственный университет

На правах рукописи

Ананьевский Михаил Сергеевич

РАЗВИТИЕ МЕТОДА АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СКОРОСТНОГО ГРАДИЕНТА

Специальность 01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2007 г.

Работа выполнена на кафедре теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор **Фрадков Александр Львович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Петров Николай Николаевич**
кандидат физико-математических наук,
Утина Наталья Валерьевна

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный
университет информационных технологий,
механики и оптики (СПбГУИТМО)

Защита состоится "...."................. 2007 г. в ..... часов на заседании диссертационного совета Д.212.232.29 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Петродворец, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет.

Защита будет проходить в Санкт-Петербургском отделении математического института им. Стеклова РАН по адресу: 191023, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, д. 27, ауд. 311.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан "...."....................... 2007 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.212.232.29
доктор физ.-мат. наук, профессор

В. М. Нежинский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Современные задачи теории управления динамическими системами характеризуются нелинейностью математической модели объекта управления, неопределенностью характеристик объекта управления и внешних воздействий, сложностью задания цели управления, наличием ограничений на фазовые переменные и управление. Необходимость решения подобных задач определяется приложениями к управлению сложными физическими и техническими системами, в том числе молекулярными и квантовомеханическими системами, в нанотехнологиях и т.д. Повышение требований к качеству синтезируемых систем управления диктует необходимость разработки методов управления, обеспечивающих системам оптимальность в том или ином смысле. Методы решения задач управления нелинейными системами разработаны в трудах Н. Н. Красовского, А. Б. Куржанского, Л. С. Понтрягина, А. С. Матвеева, Ю. И. Неймарка, Е. С. Пятницкого, А. Л. Фрадкова, Ф. Л. Черноусько, В. А. Якубовича, а также в трудах зарубежных ученых П. Кокотовича, Х. Халила, М. Крстича, А. Исидори, Х. Наймейера, Ван дер Скафта и др.

Однако некоторые задачи управления системами на многообразиях и при наличии фазовых ограничений, встречающиеся при управлении механическими и квантовомеханическими системами, остаются нерешенными. Их решение представлено в диссертационной работе.

Целью работы является разработка и исследование методов управления нелинейными динамическими системами, связанными с асимптотической оптимизацией заданной целевой функции состояния систем.

Методы исследований включают теорию обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, в том числе метод функций Ляпунова. В качестве основы для решения рассмотренных задач используется метод скоростного градиента, предложенный в 1979 г. А. Л. Фрадковым.

Научную новизну работы составляют следующие результаты.

1. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации целевой

функции для нелинейных динамических систем на многообразиях.

2. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации целевой функции нелинейной динамической системы с фазовыми ограничениями.
3. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации квадратичных форм от состояний квантовомеханических систем.
4. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации квадратичных форм от состояний квантовомеханических систем при наличии фазовых ограничений.

Теоретическая и практическая ценность. Полученные результаты распространяют метод скоростного градиента на системы, заданные на многообразиях и при наличии фазовых ограничений, разработанный ранее для задач нелинейного и адаптивного управления для систем в евклидовых пространствах без ограничений. Получены новые условия достижения цели управления в замкнутых системах для всех рассмотренных классов задач. Теоретические результаты диссертации применены к математическому исследованию практических задач: селективного управления системой маятников, управления энергией двухатомных молекул (HF, J_2), разделения изотопов в молекулах водорода (H_2), локализации волнового пакета молекулы HCl.

Апробация работы. Полученные результаты докладывались и обсуждались на семинарах кафедры теоретической кибернетики, 1-й и 2-й международных конференциях “Physics and control” (Санкт-Петербург, 2003, 2005), 10-й и 11-й международных олимпиадах студентов и аспирантов по автоматическому управлению (Санкт-Петербург, 2004, 2006), VIII и IX международных семинарах “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления” (Москва, 2005, 2007), 2-й международной конференции “Frontiers of nonlinear physics” (Нижний Новгород, 2004), 3-й Всероссийской конференции “Управление и информационные технологии” (Санкт-Петербург, 2005), 16-м Всемирном конгрессе по автоматическому управлению (Прага, 2005), 6-м Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (Санкт-Петербург, 2005), 6-й Крымской осенней математической школе (Крым, 2005), 5-й международной конференции “System identification and control problems” (Москва, 2006), 5-й Европейской молодежной школе по управлению и информационным технологиям (Таллинн, 2006), Европейской конференции по моделированию (Бонн, 2006), IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006), 5-й Российско-Шведской конференции по управлению (Лунд, 2006).

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в работах [1–18]. Работы [1–3] являются публикациями в изданиях из перечня ВАК.

В работе [1], написанной в соавторстве с Фрадковым А. Л., Фрадкову А. Л. принадлежит постановка задачи, а Ананьевскому М. С. принадлежат алгоритм управления, аналитические условия достижения цели управления, численное исследование динамики замкнутой системы.

В работе [8], написанной в соавторстве с Ефимовым А. А., Ефимову А. А. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики классической системы, а Ананьевскому М. С. принадлежат алгоритм управления, аналитические условия достижения цели управления и численное исследование динамики квантовомеханической системы.

В работах [7, 10, 13, 16], написанных в соавторстве с Фрадковым А. Л. и Ефимовым А. А., Фрадкову А. Л. принадлежит постановка задачи, Ефимову А. А. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики классической системы, а Ананьевскому М. С. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики квантовомеханической системы.

В работе [4], написанной в соавторстве с Фрадковым А. Л., Кривцовым А. М. и Ефимовым А. А., Фрадкову А. Л. принадлежит постановка задачи, Ефимову А. А. и Кривцову А. М. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики классической системы, а Ананьевскому М. С. принадлежит численное исследование динамики квантовомеханической системы.

В работе [11], написанной в соавторстве с Ветчинкиным А. С., Саркисовым О. М., Уманским С. Я., Фрадковым А. Л., Зотовым Ю. А., Ананьевскому М. С. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики квантовомеханической модели молекулы йода для случая, когда молекула не переходит в возбужденное состояние, Зотову Ю. А. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики квантовомеханической модели молекулы йода для случая, когда молекула переходит в возбужденное состояние, остальным соавторам принадлежит постановка задачи.

В работе [17], написанной в соавторстве с Ефимовым А. А., Борондо Ф., Бенито Р. М., Фрадковым А. Л., Якубовичем Д. В., Ефимову А. А. принадлежат алгоритм управления и численное исследование динамики классической системы, Ананьевскому М. С. принадлежит численное исследование динамики квантовомеханической системы, остальным соавторам принадлежит постановка задачи.

Структура и объем работы. Диссертация объемом 90 страниц состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (191 наименование).

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы, ставятся задачи исследования и приводится краткое содержание работы по главам.

В первой главе дается обзор методов управления нелинейными системами, а также дается анализ их приложений в задачах управления физическими системами. Особое внимание уделяется задачам управления квантовомеханическими системами, в последнее время приобретающими значительную актуальность в связи с развитием лазерной техники и нанотехнологий.

Во второй главе изложены основные результаты работы. Приводятся вспомогательные результаты, необходимые для изложения, и дается математическая постановка задачи диссертации.

Рассматривается модель управляемого объекта в виде дифференциальных уравнений состояния

$$\frac{dx}{dt} = F(x, u), \quad x \in \Omega, \quad u \in \mathbb{E}_u, \tag{1}$$

где x — вектор состояния, Ω — гладкое многообразие в евклидовом или унитарном пространстве, u — вектор управления (настраиваемых параметров), векторное пространство $\mathbb{E}_u$ является евклидовым или унитарным.

Считается заданной непрерывная функция $Q(x)$. Под задачей асимптотической оптимизации функции $Q(x)$ понимается задача нахождения закона управления в виде обратной связи

$$u = U(x), \tag{2}$$

обеспечивающего в замкнутой системе (1), (2) неограниченную продолжимость решений и выполнение следующей цели управления

$$\lim_{t\to+\infty} Q(x(t)) = \inf_{x\in\Omega} Q(x). \tag{3}$$

В работах Фрадкова А. Л. (Фрадков А. Л. *Схема скоростного градиента и ее применения в задачах адаптивного управления.* // Автоматика и телемеханика, N9, 1979, с. 90–101; Фрадков А. Л. *Адаптивное управление в сложных системах.* М.: Наука, 1990) для решения задачи был разработан метод скоростного градиента: было предложено выбирать закон управления (2) в виде

$$u = -\Gamma\nabla_u \mathcal{L}_F Q(x) \tag{4}$$

(конечная форма), или в виде

$$\frac{du}{dt} = -\Gamma\nabla_u \mathcal{L}_F Q(x) \tag{5}$$

(дифференциальная форма), где $\Gamma = \Gamma^* > 0$ — матрица коэффициентов усиления (параметр алгоритма), $\mathcal{L}_F Q(x) = \frac{dQ}{dx}F(x,u)$ — производная функции $Q(x)$ вдоль векторного поля F, ∇_u — градиент по u[1].

Разделы 2.1 и 2.2 носят вспомогательный характер. В разделе 2.1 приводятся вспомогательные результаты: теоремы существования, продолжимости и устойчивости по Лагранжу для замкнутых систем вида (1), (2). В разделе 2.2 приведены две теоремы Фрадкова А. Л. о методе скоростного градиента.

[1] В частном случае, когда система (1) имеет вид $\frac{dx}{dt} = u$ алгоритм (4) превращается в классический алгоритм градиентного спуска.

В разделе 2.3 предложено обобщение метода скоростного градиента для задачи асимптотической оптимизации целевой функции для нелинейных динамических систем, заданных на гладких многообразиях. Для синтезированной системы получены достаточные условия корректности задачи Коши на полубесконечном интервале и устойчивости по Лагранжу.

Рассматриваются целевые функции, удовлетворяющие условиям:

Q1. функция $Q(x)$ имеет полную производную, а функция $\frac{dQ}{dx}F(x,u)$ является дифференцируемой по u;

Q2. функция $Q(x)$ неотрицательна;

Q3. для любого $y > 0$ множество $Q^{-1}([0,y])$ компактно.

Для алгоритма управления в дифференциальной форме (5) доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. *Пусть выполнены предположения*

1. Ω есть многообразие класса C^m и $m \geqslant 2$;

2. векторное поле F локально удовлетворяет условию Липшица по совокупности переменных (x,u);

3. векторное поле $\nabla_u \frac{dQ}{dx}F(x,u)$ локально удовлетворяет условию Липшица по совокупности переменных (x,u);

4. функция $V(x,u) = Q(x) + \frac{1}{2}u^T\Gamma^{-1}u$ относительно рассматриваемой системы (1), (5) обладает свойством невозвратности: $\frac{d}{dt}V(x(t)) \leqslant 0$.

Если $x_0 \in \Omega$, $u_0 \in \mathbb{E}_u$, $t_0 \in \mathbb{R}$ определяют начальное условие, то найдется открытый интервал прямой $\mathbb{R}: (t_0 - \alpha, +\infty)$, $\alpha > 0$, в котором существует, и притом единственное, решение дифференциального уравнения, соответствующее этому условию, которое нельзя продолжить до точки $t_0 - \alpha$. В интервале, содержащем t_0, не может существовать более одного решения, принимающего заданное значение в t_0. Если $F(x,u)$ и $\nabla_u \frac{dQ}{dx}F(x,u)$ принадлежат классу C^p $(p \geqslant m)$, то решение принадлежит классу C^{p+1}.

Следствие 1. *Если выполнены условия теоремы 1, то все решения системы (1), (5) устойчивы по Лагранжу.*

Для алгоритма управления в конечной форме (4) сформулированы и доказаны аналогичные утверждения. Достаточные условия выполнения цели управления сформулированы и доказаны в разделе 2.4 для более общей задачи. В разделе 2.4 предложен метод асимптотической оптимизации целевой функции для нелинейных динамических систем, заданных на многообразиях, при наличии фазовых ограничений вида

$$B(x(t)) > 0, \quad t \geqslant t_0, \quad x(t_0) \in \Omega_0. \tag{6}$$

Здесь Ω_0 — множество возможных начальных состояний; (t_0, x_0) — начальное условие; функция $B(x)$, заданная на множестве $\Omega_x \subseteq \Omega$, обладает следующими свойствами:

B1. функция $B(x)$ имеет полную производную, а функция $\frac{dB}{dx}F(x,u)$ является дифференцируемой по u;

B2. функция $B(x)$ неотрицательна и строго больше нуля на множестве возможных начальных состояний процесса ($B(x) > 0$, $x \in \Omega_0$).

По аналогии с методом штрафных функций (Поляк Б. Т. *Введение в оптимизацию.* М.: Наука, 1983.) и методом внутренней точки (Фиакко А., Мак-Кормик Г. *Нелинейное программирование, методы последовательной безусловной минимизации.* М.: Мир, 1972.) предлагается перейти от задачи условной минимизации целевой функции $Q(x)$ к задаче безусловной минимизации следующей вспомогательной функции

$$V(x) = Q(x) + \alpha \frac{1}{B(x)}, \tag{7}$$

где $\alpha > 0$ — параметр, в дальнейшем называемый множителем Лагранжа (по аналогии с методом штрафных функций). Удобно ввести обозначение

$$w(x,u) = \frac{d}{dt}V(x) = \frac{dQ}{dx}F(x,u) - \frac{\alpha}{B(x)^2}\frac{dB}{dx}F(x,u). \tag{8}$$

Предлагается использовать следующий алгоритм для задачи управления (3) с фазовыми ограничениями (6). В дифференциальной форме алгоритм скоростного градиента имеет вид

$$\frac{du}{dt} = -\Gamma \nabla_u w(x,u), \quad u_0 \in \mathbb{E}_u, \tag{9}$$

где $\Gamma = \Gamma^T > 0$ — симметричная положительно определенная матрица (коэффициент усиления), а u_0 — некоторое начальное (опорное) значение управления. В конечной форме алгоритм скоростного градиента задает функцию управления как решение алгебраического уравнения

$$u(t) = -\gamma\psi(x(t), u(t)), \tag{10}$$

где $\gamma > 0$ — коэффициент усиления, а функция $\psi(\cdot)$ удовлетворяет условию псевдоградиентности: $\psi(x,u)^T \nabla_u w(x,u) \geqslant 0$.

Для алгоритма скоростного градиента в конечной форме (10) установлен следующий результат о выполнении ослабленной цели управления.

Теорема 2. *Пусть выполнены предположения*

1. *Ω_x есть многообразие класса C^m и $m \geqslant 2$;*
2. *векторное поле F локально удовлетворяет условию Липшица по совокупности переменных (x,u);*
3. *для любых $\gamma > 0$, $x \in \Omega_x$ существует решение $u = k(x)$ уравнения $u = -\gamma\psi(x,u)$, причем функция $k(x)$ локально удовлетворяет условию Липшица;*
4. *функция $w(x,u)$ выпукла по u, т.е. $w(x,u') - w(x,u) \geqslant (u'-u)^T \nabla_u w(x,u)$ выполнено для всех $u, u' \in \mathbb{E}_u$, $x \in \Omega_x$;*
5. *существует непрерывная функция $u_*(\cdot)\colon \Omega_x \to \mathbb{E}_u$ и строго возрастающая непрерывная функция $\rho(x)$ такая, что $\rho(0) = 0$, и неравенство $w(x, u_*(x)) \leqslant -\rho(x)$ выполнено для всех $x \in \Omega_x$;*
6. *неравенство $\psi(x,u)^T \nabla_u w(x,u) \geqslant \beta||\nabla_u w(x,u)||$ выполнено при некотором $\beta > 0$ для любых $x \in \Omega_x$, $u \in \mathbb{E}_u$, $t \geqslant t_0$.*

Тогда, если $x_0 \in \Omega_0$, $t_0 \in \mathbb{R}$ определяют начальное условие, то найдется такое $\overline{\gamma}$, что при $\gamma > \overline{\gamma}$, решение системы (1), (10), соответствующее этому условию, является устойчивым по Лагранжу, вдоль него фазовые ограничения (6) выполнены и оно асимптотически стремится к максимальному инварианту множества $\rho^{-1}(0)$.

Следствие 2. *Если выполнены условия теоремы 2 и на множестве*

$\rho^{-1}(0)$ целевая функция $Q(x)$ достигает своего минимального значения, то алгоритм управления (10) обеспечивает одновременное выполнение цели управления (3) и фазовых ограничений (6).

Для алгоритма управления в дифференциальной форме (9) сформулированы и доказаны аналогичные утверждения.

В разделах 2.5, 2.6 приводятся результаты асимптотической оптимизации квадратичных форм от состояний квантовомеханических систем, описываемых конечномерным уравнением Шредингера.

Рассматривается несколько квантовомеханических систем, динамика которых описывается конечномерными уравнениями Шредингера с управлением:

$$i\hbar\dot{\phi}_n = H_n\phi_n + uS_n\phi_n, \quad \phi_n \in \mathbb{C}^\nu, \quad ||\phi_n|| = 1, \quad n = 1, \ldots, N. \tag{11}$$

где $i = \sqrt{-1}$; $\hbar$ — постоянная Планка[2]; N — число рассматриваемых систем; u — вещественнозначная функция управления; управляющее воздействие одинаково для всех систем. Для n-й системы, $n = 1, \ldots, N$: H_n — самосопряженный оператор полной энергии невозмущенной системы; S_n — самосопряженный оператор; ϕ_n — фазовый вектор системы.

Ставится следующая задача управления для известных начальных данных. Найти функцию $u(t)$, обеспечивающую выполнение условий:

$$\lim_{t\to+\infty} \phi_n^*(t) Z_n \phi_n(t) = g_n, \quad 1 \leqslant n \leqslant \mu, \tag{12}$$

$$\forall\, t \geqslant 0\ : m_n < \phi_n^*(t) Z_n \phi_n(t) < M_n, \quad \mu + 1 \leqslant n \leqslant N. \tag{13}$$

Здесь для $n = 1, \ldots, N$: Z_n — самосопряженный оператор (наблюдаемая); g_n — желаемое среднее значение наблюдаемой Z_n; m_n, M_n — допустимые границы динамики среднего значения Z_n.

Синтез алгоритма управления осуществляется по методу скоростного градиента для задач с фазовыми ограничениями (10)

$$u(\phi_1, \ldots, \phi_N) = -\frac{\gamma(\phi_1, \ldots, \phi_N)}{i\hbar} \sum_{n=1}^{\mu} a_n p_n \Delta(g_n)^{p_n - 1} \phi_n^* [Z_n, S_n] \phi_n +$$

[2] $\hbar = 5309$ см$^{-1}$·фс, 1 фс $= 10^{-15}$ с.

$$+\frac{\gamma(\phi_1,\ldots,\phi_N)}{i\hbar}\sum_{n=\mu+1}^{N}a_n\left(\frac{p_n}{\Delta(m_n)^{p_n+1}\Delta(M_n)^{p'_n}}+\right.$$
$$\left.+\frac{p'_n}{\Delta(m_n)^{p_n}\Delta(M_n)^{p'_n+1}}\right)\phi_n^*[Z_n,S_n]\phi_n, \quad (14)$$

где $\Delta(x) = \phi_n^* Z_n \phi_n - x$, а $[Z_n, S_n] = Z_n S_n - S_n Z_n$ обозначает коммутатор операторов.

Пусть λ_n^k, h_n^k, $k = 1,\ldots,\nu$, — соответственно собственные числа и собственные вектора оператора H_n, $n = 1,\ldots,N$; через z_n^k, $k = 1,\ldots,\nu$, обозначим собственные числа Z_n, $n = 1,\ldots,N$.

Установлен следующий результат о достаточных условиях для выполнения цели управления (12) и ограничений (13) алгоритмом (14).

Теорема 3. *Пусть выполнены следующие предположения*

1. $[Z_n, H_n] = 0$, *для всех* $n = 1,\ldots,N$;
2. $\lambda_n^k - \lambda_n^j \neq \lambda_m^r - \lambda_m^s$, *при* $(n,k,j) \neq (m,r,s)$, $k,j,r,s \in \{1,\ldots,\nu\}$, $n,m \in \{1,\ldots,N\}$;
3. $(z_n^k - z_n^m)(h_n^k)^* S_n h_n^m \neq 0$, *при* $n \in \{1,\ldots,\mu\}$, $k,m \in \{1,\ldots,\nu\}$;
4. *ограничения (13) при* $t = 0$ *выполнены;*
5. *множество* $V^{-1}([0, V(\phi_1(0),\ldots,\phi_N(0))])$ *не содержит чистых*[3] *состояний систем* $1,\ldots,\mu$.

Тогда алгоритм управления (14) обеспечивает достижение цели управления (12) и выполнение ограничений (13).

В разделе 2.3 сформулирован аналогичный результат для задачи управления конечномерной квантовомеханической системой без фазовых ограничений.

В третьей главе продемонстрировано применение полученных теоретических результатов к математическому исследованию задач управления физическими системами.

[3] В соответствии с принятой в современной теории управления квантовомеханическими системами терминологией, состояние квантовой системы будем называть “чистым”, если фазовый вектор, соответствующий этому состоянию, является собственным для оператора энергии (т.е. состояния $e^{it}h_n^k$, $t \in \mathbb{R}$, — “чистые” для n-ой системы). В классических трудах по квантовой механике такие состояния называются стационарными.

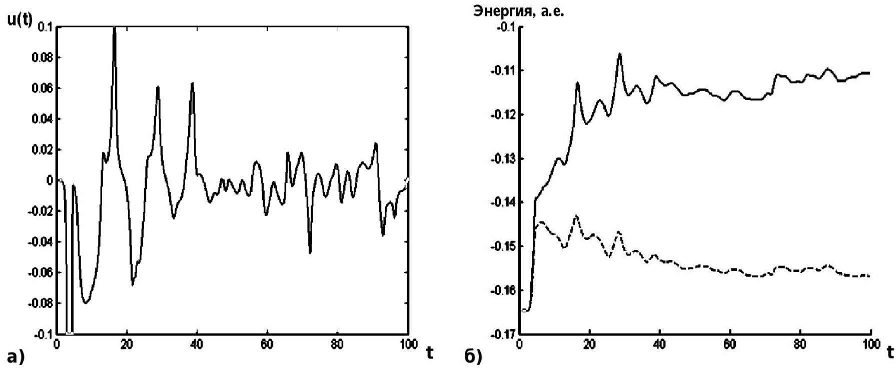

Рис. 1: а) график функции управления $u(t)$; б) график эволюции средних значений энергий изотопов ${}^1H^1H$ и ${}^1H^2H$. Средняя энергия молекулы ${}^1H^1H$ стремится к своему целевому значению, в то время как энергия молекулы ${}^1H^2H$ не пересекает установленную границу.

В разделе 3.1 рассмотрена задача селективного управления системой физических маятников. В разделе 3.2 приведены вспомогательные результаты о конечноуровневой аппроксимации квантовомеханической модели двухатомной молекулы. В разделе 3.3 рассмотрена задача предиссоциации молекул фтороводорода (HF), йода (J_2). В разделе 3.4 рассмотрена задача селективной предиссоциации молекул водорода (H_2) с разными изотопами. В разделе 3.5 рассмотрена задача локализации молекулы хлороводорода (HCl).

На рис. 1 представлены результаты численных экспериментов по задаче селективной предиссоциации молекул водорода (H_2) с разными изотопами. Рассчитанная функция управления имеет смысл временного профиля напряженности электрической составляющей управляющего электромагнитного импульса. Время моделирования составляло 100 фс.

Заключение.

1. Предложен метод асимптотической оптимизации целевой функции для нелинейных динамических систем заданных на многообразиях. Для синтезированной замкнутой системы получены достаточные условия корректно-

сти задачи Коши на полубесконечном интервале, устойчивости по Лагранжу и выполнения цели управления.

2. Предложен метод асимптотической оптимизации целевой функции для нелинейных динамических систем на многообразиях с фазовыми ограничениями. Для синтезированной замкнутой системы получены достаточные условия корректности задачи Коши на полубесконечном интервале, устойчивости по Лагранжу и выполнения цели управления.
3. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации квадратичных форм от состояний квантовомеханических систем. Для синтезированной замкнутой системы получены условия выполнения цели управления.
4. Предложен и исследован метод асимптотической оптимизации квадратичных форм от состояний квантовомеханических систем при наличии фазовых ограничений. Для синтезированной замкнутой системы получены достаточные условия выполнения цели управления.
5. Проведены численные исследования предложенных алгоритмов в следующих задачах управления физическими системами: селективное управление системой физических маятников, управление энергией двухатомных молекул (HF, J_2), локализация волнового пакета двухатомной молекулы (HCl), разделение изотопов в молекулах водорода H_2. Продемонстрирована применимость полученных теоретических результатов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

Работы опубликованные в изданиях из перечня ВАК

1. Ананьевский М. С., Фрадков А. Л. *Управление наблюдаемыми в конечноуровневых квантовых системах.* // Автоматика и телемеханика, N5, 2005, С. 63–75.
2. Ананьевский М. С. *Селективное управление наблюдаемыми в ансамбле квантовомеханических молекулярных систем.* // Автоматика и телемеханика, N8, 2007, С. 32–43.

3. Ананьевский М. С. *Управление пространственной локализацией волнового пакета конечномерного уравнения Шредингера.* // Обозрение прикладной и промышленной математики, т. 12, вып. 1, 2005, С. 106–107.

Другие работы по теме диссертации

4. Ananjevsky M., Efimov A., Fradkov A., Krivtsov A. *Resonance and speed-gradient design of control algorithms for dissociation of diatomic molecule ensembles.* // Proc., Intern. conf. “Physics and Control”, IEEE-IUTAM, St.Petersburg, 2003, P. 867–878.

5. Ananyevskiy M. *Controlling quantum observables for diatomic molecule.* // Prepr. 10th Intern. (Baltic) Olympiad on Automatic Control, St.Petersburg, 2004, P. 175–179.

6. Ананьевский М. С. *Стабилизация энергии конечномерной квантовой системы.* // VIII Международный семинар “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления”, тезисы докладов, Москва, Ин-т проблем управления РАН, 2004, С. 7–8.

7. Fradkov A., Ananyevsky M., Efimov A. *Cybernetical physics and control of molecular systems.* // Proc., 2nd Intern. Conf. “Frontiers of nonlinear physics”, Nizhny Novgorod, Inst. Appl. Physics RAS, 2004, P. 290–298.

8. Ананьевский М. С., Ефимов А. А. *Управление классическими и квантовыми ансамблями молекулярных систем.* // под ред. А. Л. Фрадкова / Управление в физико-технических системах, СПб.: Наука, 2004, С. 163–176.

9. Ананьевский М. С. *Управление конечномерной квантовомеханической системой по вероятностным критериям: синтез и аппроксимация.* // Труды конф. “Управление и Информационные технологии”, Санкт-Петербург, 2005, С. 44–50.

10. Ananyevskiy M. S., Efimov A. A., Fradkov A. L. *Control of quantum and classical molecular dynamics.* // Prepr. 16th IFAC World Congress on Automatic Control. Intern. Federation on Autom. Control (IFAC), Prague, 2005, CD-ROM, 6 pages.

11. Ananyevskiy M. S., Vetchinkin A. S., Sarkisov O. M., Umanskii S. Ya., Fradkov A. L., Zotov Yu. A. *Quantum control of dissociation of an iodine molecule by one and two femtosecond laser pulses excitation.* // Proc. 2nd Intern. Conf. "Physics and Control", IEEE. St. Petersburg, 2005, P. 636–641.

12. Ananyevskiy M. S. *Feedback control of ensemble of HF quantum molecules.* // Proc. 2nd Intern. Conf. "Physics and Control", IEEE, St.Petersburg, 2005, P. 656–661.

13. Fradkov A. L., Ananyevskiy M. S., Efimov A. A. *Horizons of cybernetical physics: control of molecular systems.* // Plenary addresses of the V Intern. Conf. "System Identification and Control Problems", Moscow, 2006, P. 20–23.

14. Ananyevskiy M. S. *Controlling energy of multiple quantum systems.* // Preprints 11th Intern. (Baltic) Olympiad on Automatic Control, St. Petersburg, 2006, P. 81–86.

15. Ananyevskiy M. S. *Selective quantum energy control of molecular systems.* // 5th Junior European meeting on control and information technolog, book of abstracts, Tallinn, 2006, P. 5.

16. Ананьевский М. С., Ефимов А. А., Фрадков А. Л. *Управление изомеризацией в классических и квантовых ансамблях нежестких молекулярных систем. Пример LiCN/LiNC.* // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, тезисы докладов, Нижний Новгород, 2006, С. 14.

17. Efimov A. A., Ananyevskiy M. S., Borondo F., Benito R. M., Fradkov A. L., Yakubovich D. V. *Control of isomerization in ensembles of norigid molecules based on classical and quantum-mechanical models, LiCN.* // Proc. of European conf. on modelling and simulating, Bonn, 2006, P. 495–500.

18. Ананьевский М. С. *Селективное управление энергией в ансамбле квантовомеханических молекулярных систем.* // IX Международный семинар "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления", тезисы докладов, Москва, 2006, С. 15–16.